

ĐỔI BIẾN DỰA TRÊN QUAN HỆ CHUYỂN TRỤC TRONG PHƯƠNG PHÁP ATLAS CẢI TIẾN ỨNG DỤNG THIẾT KẾ TỐI ƯU ĐA MỤC TIÊU CÁC ROBOT SONG SONG

VARIABLE TRANSFORMATION BASED ON FRAME-SHIFT RELATIONS IN THE IMPROVED ATLAS METHOD APPLIED TO MULTI-OBJECTIVE OPTIMIZATION OF PARALLEL ROBOTS

Nguyễn Thị Trang Nhung¹,
Lê Hữu Hùng^{2,*}, Phạm Thành Long¹

DOI: <https://doi.org/10.57001/huic5804.2026.054>

TÓM TẮT

Phương pháp Atlas là phương pháp có lịch sử khá sớm trong ngành toán tối ưu, nó cho phép giải các bài toán đa mục tiêu bằng cách chia bài toán lớn thành nhiều bài toán bé và giải độc lập. Điều này đúng với quan điểm không đối đầu với bài toán lớn và đó là một lợi thế trong lĩnh vực tối ưu các robot song song. Tuy nhiên nó có nhược điểm là cần vẽ các Atlas để sau đó chồng chất chúng trong một hệ quy chiếu chung để thấy được giao thoa của các vùng tốt nhất ở mỗi chỉ tiêu tối ưu. Điều này chỉ có thể làm được khi các đại lượng khác thứ nguyên được chuẩn hoá để biểu diễn trong cùng một hệ quy chiếu. Khi chuẩn hoá biến số từ biến gốc sang biến mới sẽ định hình quan hệ đổi biến và trong lĩnh vực robot hiện nay người ta sử dụng quan hệ chuyển trục này là liên hệ ràng buộc giữa tỉ số các khâu trong cơ cấu sao cho đáp ứng độ ổn định và tạo ra vùng công tác lớn. Bên cạnh cách làm này còn có thể có cách đổi biến thứ hai nếu nhìn từ quan hệ hình học giữa không gian công tác của robot và không gian thiết kế. Bài báo này khai thác quan hệ này để cải tiến phương pháp Atlas lên thành một phương pháp không cần đồ hoạ nhằm xây dựng các quy trình thiết kế tối ưu tự động. Kết quả đạt được cho thấy hiệu quả của cách đổi biến này về học thuật xứng đáng là một nhánh mới về phương pháp luận.

Từ khóa: Atlas, đổi biến, robot song song, tối ưu đa mục tiêu, không gian thiết kế.

ABSTRACT

The Atlas method has a relatively early origin in the field of optimization mathematics. It enables the solution of multi-objective problems by decomposing a large problem into several smaller subproblems that can be solved independently. This approach aligns with the philosophy of avoiding direct confrontation with high-dimensional problems, which is particularly advantageous in the optimization of parallel robots. However, its limitation lies in the need to construct individual atlases and then superimpose them within a common reference frame in order to visualize the intersections of the optimal regions corresponding to each objective. This can only be achieved when the variables of different physical dimensions are normalized to be represented within a unified coordinate system. When the variables are normalized from their original form to the transformed ones, the variable transformation relationship is established. In robotic systems, this relationship is often realized through frame-shift constraints that link the ratios of mechanism limbs to ensure stability and expand the workspace. In addition to this conventional approach, an alternative form of variable transformation can also be derived from the geometric relationship between the robot's workspace and its design space. This paper exploits such a relationship to enhance the traditional Atlas method into a non-graphical Atlas approach, thereby enabling automated optimal design procedures. The results demonstrate that this transformation strategy possesses significant theoretical value and can be considered a new methodological branch in multi-objective optimization.

Keywords: Atlas, variable transformation, parallel robot, multi-objective optimization, design space.

¹Trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp, Đại học Thái Nguyên

²Trường Cao đẳng Công nghệ và Thương mại Thái Nguyên

*Email: lehuuhungtn@gmail.com

Ngày nhận bài: 06/11/2025

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 12/3/2026

Ngày chấp nhận đăng: 30/3/2026

1. MỞ ĐẦU

Trong quá trình thiết kế hoàn chỉnh một robot song song có thể chia làm ba bước, đầu tiên cần tối ưu hình động học thường sử dụng Jacobian, đây là ngôn ngữ của cấu trúc tức thời, là cầu nối giữa hình học và năng lượng, nó cho phép rút ra kết cấu tối ưu nhất là khi sử dụng kết hợp với hàm học máy để tìm tối ưu toàn cục [1]. Bước thứ hai là thiết kế động lực học sử dụng mô hình toán là hệ phương trình vi phân thường (ODE) với mục tiêu là dẫn động và ổn định cơ cấu, cuối cùng là điều khiển được nó hoàn toàn.

Càng ngày nhu cầu về các phương pháp tối ưu dữ liệu lớn càng gia tăng nhất là trong lĩnh vực thiết kế đa mục tiêu. Các phương pháp mạnh như NSGA II, SPEA II, RP-PSO,... là các phương pháp hiệu quả ngoại trừ việc chúng cần dữ liệu lớn. Như vậy có thể thấy không thể trực tiếp áp dụng các phương pháp này vào bài toán thiết kế robot song song vì thiếu thông tin vật lý của cơ cấu. Các chỉ tiêu trong giai đoạn thiết kế tối ưu hình động học bằng Jacobian thường chia làm ba nhóm trong đó nhóm I gồm các chỉ tiêu hiệu suất truyền dẫn gồm hệ số truyền đầu vào (ITI), hệ số truyền đầu ra (OTI), hệ số truyền toàn cục (LTI). Nhóm II gồm các chỉ tiêu về tỉ suất chuyển đổi lực vận tốc giữa không gian công tác và không gian khớp gồm độ khéo léo $1/K$, độ cứng vững η_{pmin} và hệ số truyền vận tốc tối thiểu η_{vmin} [2-5], nhóm chỉ tiêu thứ III là W (thể tích vùng làm việc của robot).

Để tạo Dataset cho các phương pháp dữ liệu lớn như NSGA II, SPEA II, RP-PSO hoạt động hiệu quả thì Atlas là lựa chọn phù hợp vì nó không đòi hỏi dữ liệu lớn. Điều này liên quan đến triết lý tiếp cận vấn đề của Atlas, nó không đối đầu với bài toán lớn mà chia bài toán lớn thành các bài toán bé giải riêng rẽ rồi chống chất lời giải các bài toán bé này để đạt được lời giải bài toán lớn sau cùng. Tuy nhiên, Atlas gốc cần vẽ ra các đặc tính thiết kế của các chỉ tiêu I, II, III. Để tự động hoá hoàn toàn phương pháp này, chúng tôi đưa ra hai cải tiến quan trọng là rời rạc hoá không gian liên tục (r_i) ở Atlas gốc thành không gian rời rạc (r_i) ở Atlas cải tiến. Thay đổi cách đổi biến số từ khống chế tỉ số kích thước cơ cấu ở Atlas gốc sang quan hệ chuyển trực ở Atlas cải tiến, bài báo này nói về cải tiến thứ hai.

Việc chống chất cơ học các đồ hoạ này để nhận biết vùng tối ưu là tiếp cận hay về triết lý nhưng lại hạn chế khả năng tự động hoá của thuật toán do nó cần các nhận định chủ quan khi quan sát các vùng này bằng mắt [4-9].

Các kỹ thuật chủ yếu của Atlas gốc bao gồm:

- Chuẩn hoá biến số về cùng thứ nguyên và đổi biến từ không gian công tác sang không gian thiết kế [3-5];

- Đồ hoạ và chống chất lời giải tìm vùng ổn định và tìm điểm tối ưu [3-5];

- Biến đổi ngược về không gian công tác;

- Xác định cấu trúc tối ưu SM (Similar Mechanism) từ BSM (Base Similar Mechanism) thông qua hệ số nền D [4-6].

Để hướng tới phục vụ tự động hoá và chạy các thuật toán dữ liệu lớn, chúng tôi cải tiến Atlas gốc thành Atlas cải tiến với một số thay đổi như sau:

- Chuẩn hoá biến số (như Atlas gốc) nhưng xây dựng quan hệ đổi biến dựa trên ma trận chuyển trực thay vì khống chế các tỉ số mô tả mức độ ổn định dẫn động và độ lớn vùng làm việc như Atlas gốc [1];

- Số hoá toàn bộ vùng làm việc và xây dựng Atlas số (không đồ hoạ), sau đó chống chất Atlas số để tìm biên Pareto;

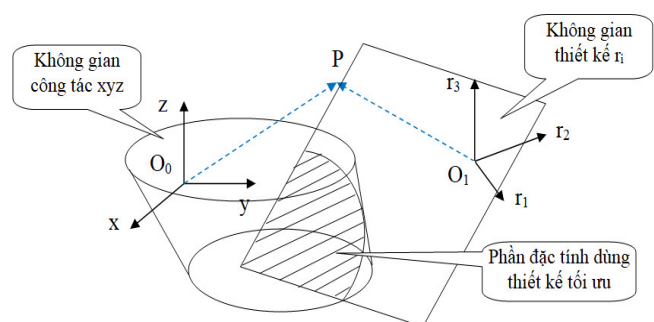
- Biến đổi ngược về không gian công tác bằng quan hệ đổi biến mới đề xuất ở trên;

- Xác định cấu trúc tối ưu SM (Similar Mechanism) từ BSM (Base Similar Mechanism) thông qua hệ số nền L (giống Atlas gốc) [3-5].

2. CHUẨN HOÁ VÀ ĐỔI BIẾN TRONG PHƯƠNG PHÁP ATLAS GỐC

2.1. Chuẩn hoá thứ nguyên từ không gian công tác sang không gian thiết kế

Theo hình 1, hệ quy chiếu xyz gắn với không gian công tác của robot song song được xây dựng bởi chính các đặc điểm kết cấu thực của robot. Trong không gian này, các thông số thiết kế của robot là l_i là chiều dài của khâu thứ i với $i = 1 - n$. Trong đó, n là số khâu của robot. Theo tư tưởng của Atlas thì các chỉ tiêu I, II, III phải được chống chất sau khi tính toán riêng biệt, lúc này chúng phải xử lý về thứ nguyên và trong không gian công tác xyz không làm được điều này.



Hình 1. Không gian thiết kế và không gian công tác

Sử dụng một không gian thiết kế r_i với quan hệ kích thước nền L :

$$L = l_1 + l_2 + \dots + l_m \quad (1)$$

Biến thiết kế và biến kích thước thực quan hệ bởi (2), cho phép loại bỏ thứ nguyên của r_i :

$$r_i = \frac{l_i}{L} \rightarrow r_i \in [0,1] \quad (2)$$

Phương trình (2) nhằm loại bỏ thứ nguyên của biến r_i khi mà l_i và L cùng thứ nguyên, gọi (2) là bước chuẩn hoá biến thiết kế từ l_i sang r_i .

Không gian r_i gọi là không gian thiết kế còn không gian xyz là không gian công tác của robot.

Theo hình 1, phần giao nhau của không gian thiết kế và không gian công tác cho ra đặc tính Atlas dùng trong thiết kế theo phương pháp Atlas. Trong phương pháp Atlas do phải đồ hoạ nên số chiều của không gian thực chỉ là 3 chiều do đó i không vượt quá 3.

2.2. Đối biến giữa hai không gian r_i và s, t theo Atlas truyền thống

Giả sử sau chuẩn hoá các r_i mặc dù đã cùng thứ nguyên và việc đồ hoạ chúng trong $[0,1]$ không có khó khăn gì nhưng số lượng các biến này đang ở mức 4 biến, cần tiếp tục đối biến nhằm hai mục đích sau đây:

- Giảm bớt biến số để đồ hoạ được như yêu cầu của Atlas, đồng thời giảm sự phức tạp của bài toán với biến số gốc;

- Tối ưu ở trạng thái không thứ nguyên để ánh xạ ngược lại không gian có thứ nguyên cho phép điều chỉnh thông số thể tích vùng làm việc thông qua hệ số nền L .

Ngay cả khi số biến r_i không quá 4, chẳng hạn 3 biến thì đối biến luôn làm giảm số biến cần khảo sát để bài toán thực hiện trên biến mới với quy mô nhỏ hơn là việc nên làm.

Quan điểm của phương pháp Atlas gốc về đối biến số như sau:

Giả sử r_i là biến đang xét sau chuẩn hoá thứ nguyên như trình bày ở mục 1.1 nói trên. Phương pháp Atlas gốc sử dụng các tỉ số thiết lập giữa các tỉ lệ khâu nhằm khống chế hai vấn đề cơ bản trong cơ cấu cần kiểm soát là:

- Mức độ ổn định của bộ di động;
- Phạm vi hoạt động của bộ di động so với bộ cố định;

Ví dụ 1: Với cơ cấu 3RRR ở hình 2, gọi $s = \frac{r_1}{r_3}$ cho biết tỉ

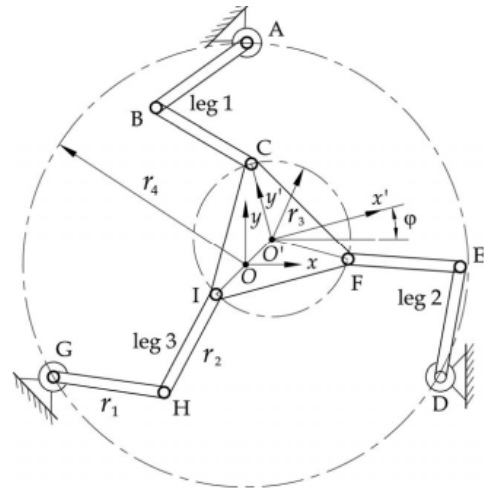
lệ chiều dài tay quay so với bán kính bộ di động. Nếu s lớn tay quay dài dễ mất ổn định còn nếu s nhỏ truyền lực tốt hơn nhưng vùng làm việc bé;

Gọi $t = \frac{r_4 - r_3}{r_3}$ cho biết mức độ mở rộng của bộ cố định

so với bộ di động (bộ di động nằm trong bộ cố định nhiều hay ít);

Nếu t nhỏ hoặc âm, bộ di động to gần bằng bộ cố định, ít không gian làm việc. Ngược lại nếu t lớn, khả năng truyền lực sẽ lớn hơn. Như vậy thông qua ấn định hai tỉ lệ giữa các biến r_i là s và t đã tạo ra mô hình ánh xạ quy đổi thông tin giữa hai không gian hoàn chỉnh.

Ví dụ 2: Với cơ cấu 3RRR như ở hình 2.

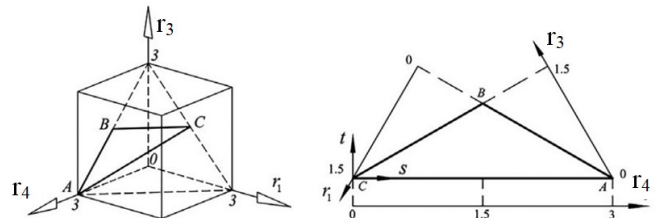


Hình 2. Robot song song 3RRR

Các biến thiết kế được ấn định là:

- r_1 - bán kính khâu chủ động nối giá;
- r_2 - bán kính khâu chuyển động song phẳng;
- r_3 - bán kính bộ di động;
- r_4 - bán kính bộ cố định.

Như vậy robot phẳng này có 4 biến thiết kế cần nhận diện. Để giảm bớt số biến cần nhận diện lần thứ nhất cần giả định rằng $r_1 = r_2$; Lúc này chỉ còn ba biến là r_1, r_3, r_4 . Gọi không gian s, t là không gian sẽ đồ hoạ các Atlas, cần thiết lập một quan hệ ánh xạ (chứ không phải quan hệ chuyển trực) chuyển đổi tọa độ điểm giữa hai không gian này.



Hình 3. Mô hình không gian thiết kế trước và sau đối biến

Trên hình 3 đề xuất mô hình đối biến từ r_i (ba chiều) sang (s, t) hai chiều bằng quan hệ mặt chắn. Gọi mặt phẳng thiết kế là mặt chắn thỏa mãn (3):

$$r_1 + r_3 + r_4 = 3 \tag{3}$$

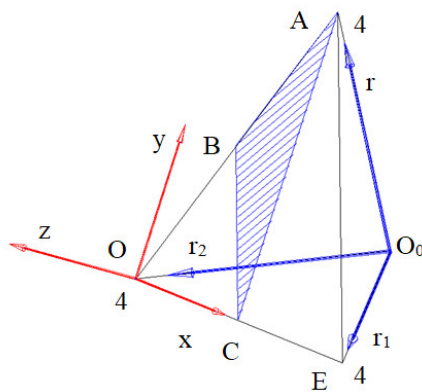
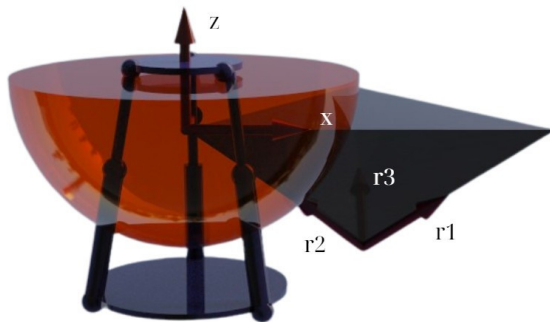
Trong đó quan hệ đổi biến xác định bởi (4):

$$\begin{cases} s = r_3 \\ t = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}r_1 - \frac{2\sqrt{3}}{3}r_4 \end{cases} \tag{4}$$

Nghệ thuật đổi biến ở đây là giữ tỉ lệ giữa các biến số mà không ấn định giá trị tuyệt đối của chúng. Đó cũng là cách mapping một điểm giữa hai không gian không cùng số chiều. Một biến ở đây đã được giả định phụ thuộc hai biến còn lại theo quan hệ mặt chẵn (3). Hệ quả là không gian ba chiều (r_1, r_3, r_4) được ánh xạ thành hai chiều (s, t) . Sau khi tìm được (s, t) sẽ xác định lại tham số gốc (r_1, r_3, r_4) qua quan hệ đổi biến số (4).

3. ĐỔI BIẾN TRONG ATLAS CẢ TIẾN

3.1 Trường hợp thứ nhất



Hình 4. Tương quan hai hệ quy chiếu gắn với không gian công tác và không gian thiết kế

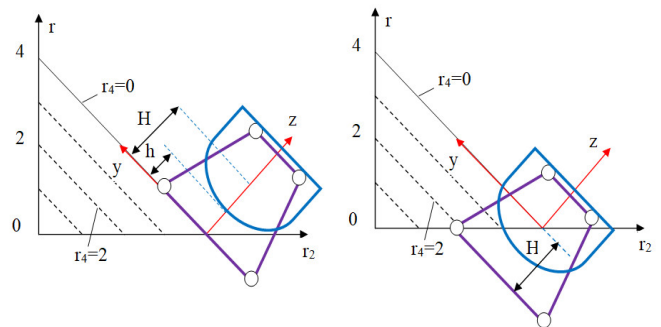
Trường hợp gắn hệ tọa độ toàn cục củ robot xyz (không gian công tác) ở góc của mặt phẳng thiết kế sao cho mặt phẳng xOy trùng với mặt phẳng thiết kế còn trục Oz là pháp tuyến của mặt phẳng đó. Hệ quy của không gian thiết kế r_i như hình 4 tại gốc mặt chẵn. Quan hệ chuyển trục từ xyz sang r_i thuần túy hình học như sau:

$$[\text{rot}(x, 35^\circ) \cdot \text{rot}(y, -45^\circ) \cdot \text{trans}(z, -4)]^{-1} \cdot P_{O1} = P_{O0} \tag{5}$$

Hay dạng khai triển của (5) là (6):

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_3 \\ r_4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,71429 & -0,40825 & 0,5873 & 0 \\ 0 & 0,82222 & 0,57154 & 0 \\ -0,71429 & -0,40825 & 0,5873 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \tag{6}$$

Nhược điểm của cách bố trí này là phần diện tích Atlas hữu ích khá nhỏ do mặt phẳng thiết kế bị bố trí lệch khi giao thoa với không gian công tác. Để phần đặc tính Atlas này luôn hình thành đảm bảo cho thiết kế thực hiện được thì cần một số điều chỉnh sao cho giữa mặt chẵn và vùng làm việc đảm bảo sẽ cắt nhau như hình 5.

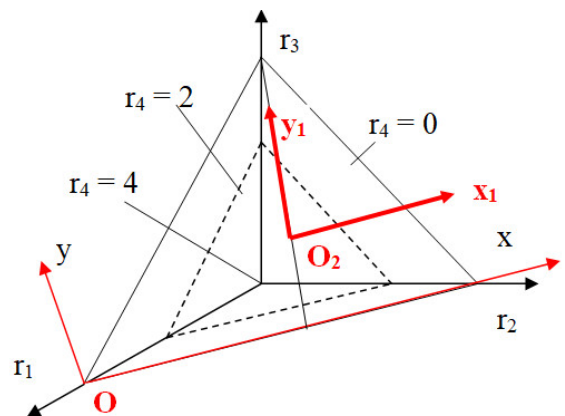


Hình 5. Điều chỉnh thiết lập vị trí mặt phẳng thiết kế để lấy đặc tính Atlas

Ban đầu nếu kiểm tra giữa mặt phẳng thiết kế không giao với vùng làm việc cần đẩy nó lên một đoạn $(0,0,+H)$ trong đó $H > h$ là khoảng cách giữa chúng theo +z.

3.2. Trường hợp thứ hai

Khi cần mở rộng phần đặc tính của không gian thiết kế nhằm sàng lọc vùng đặc tính ổn định tốt hơn nữa sẽ sử dụng quan hệ thiết lập hệ quy chiếu cơ sở của robot như ở hình 6, trong đó, Oxyz được dịch gốc ở trọng tâm của mặt chẵn như hình 6.

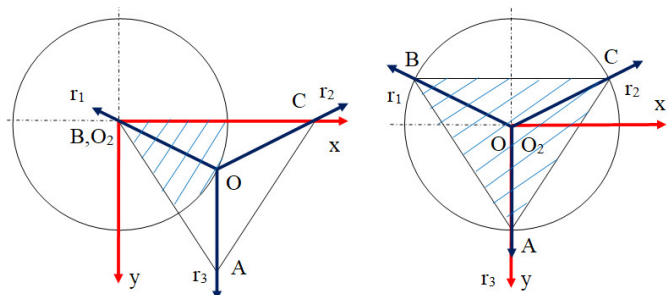


Hình 6. Thiết lập hệ quy chiếu xyz ở tâm của mặt phẳng thiết kế

Khi đó quan hệ chuyển trục giữa hệ quy chiếu Oxyz và r_i có dạng như sau:

$$\begin{bmatrix} \text{Trans}(y_1, -1.62) \cdot \text{Trans}(x_1, -2.8) \cdot \text{rot}(x, 35^\circ) \\ \cdot \text{rot}(y, -45^\circ) \cdot \text{trans}(z, -4) \end{bmatrix}^{-1} \cdot P_{O1} = P_{O0} \tag{7}$$

Khi đó phần giao của mặt phẳng thiết kế với không gian công tác được điều chỉnh từ trạng thái trên hình 7a tới vị trí trên hình 7b.



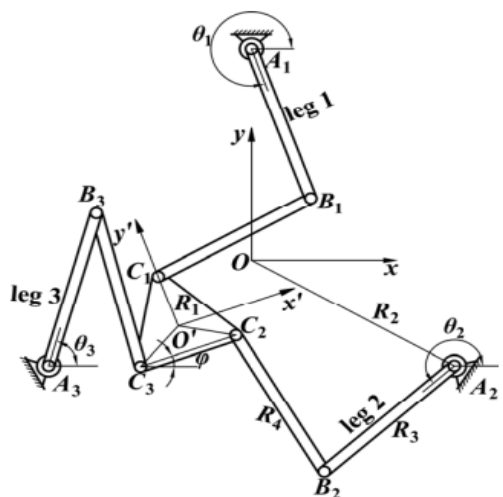
Hình 7. Điều chỉnh vị trí hệ quy chiếu xyz mở rộng vùng giao thoa
Ma trận chuyển đổi trục lúc này có dạng như sau:

$$\begin{matrix} r_1 \\ r \\ r_2 \\ 1 \end{matrix} = \begin{vmatrix} 0,71429 & -0,40825 & 0,5873 & 1,33864 \\ 0 & 0,82222 & 0,57154 & 1,332 \\ -0,71429 & -0,40825 & 0,5873 & 1,33864 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{matrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{matrix} \quad (8)$$

Như vậy quan hệ đổi biến này khác với trường hợp thứ nhất nó ấn định các yếu tố như ổn định hay truyền lực qua ấn định vùng chọn nghiệm trên mặt phẳng thiết kế thay vì ấn định trong tỉ số thiết lập biến mới như cách làm truyền thống.

4. TÍNH TOÁN MINH HOẠ TRÊN ROBOT SONG SONG 3RRR

Xét một robot song song như hình 8.



Hình 8. Robot song song 3RRR

Với bốn tham số thiết kế cần nhận dạng R_1, R_2, R_3, R_4 như hình 8 và vùng làm việc của bộ di động trong mặt phẳng xOy ($z = 0$). Thiết lập không gian thiết kế dưới dạng mặt chắn với r_i đôi một vuông góc với nhau:

$$r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 4 \quad (9)$$

Với mỗi r_1 và r_2 biết trước, vùng làm việc của robot song song phẳng 3RRR sẽ có diện tích cực đại khi $r_3 = r_4$. Giả sử rằng các thuộc tính chỉ tiêu sinh ra từ ma trận Jacobian đều có tính chất như vậy. Thu gọn số lượng tham số từ 4 xuống còn 3 tham số dựa trên giả thiết này bằng cách đặt:

$$\frac{r}{2} = r_3 = r_4 \quad (10)$$

Lúc này có thể viết lại phương trình (9) dưới dạng (11):

$$r_1 + r_2 + r = 4 \quad (11)$$

Do tính chất của cơ cấu về điều kiện lắp ráp, có thể tạm thời xác định khoảng biến thiên của từng tham số như sau:

$$r_1 \in [0,2], r_2 \in [0,2], r \in [0,4] \quad (12)$$

Từ mô hình không gian thiết kế dưới dạng mặt chắn như hình 4, phần tam giác ABC thoả mãn các ràng buộc ở (12). Trong mặt phẳng AO_1E đặt trục x hướng theo chiều O_1E , trục O_1y cũng nằm trong mặt phẳng AO_1E , trục O_1z là pháp tuyến của mặt phẳng đó và tuân theo quy tắc bàn tay phải. Các Atlas được tính toán và vẽ trong không gian hệ quy chiếu O_1xyz , cụ thể là vẽ trong mặt phẳng thiết kế ABC. Tuy nhiên sau khi xác định được điểm P_{xyzOPT} cần ánh xạ sang P_{iOPT} . Để làm được điều này cần xác lập quan hệ chuyển trục giữa hai hệ quy chiếu O_0 và O_1 . Do tương quan hai hệ quy chiếu này theo hình 4 rất rõ ràng, có thể mô tả bởi (13) dưới đây:

$$[\text{rot}(x, 35^\circ) \cdot \text{rot}(y, -45^\circ) \cdot \text{trans}(z, -4)]^{-1} \cdot P_{O_1} = P_{O_0} \quad (13)$$

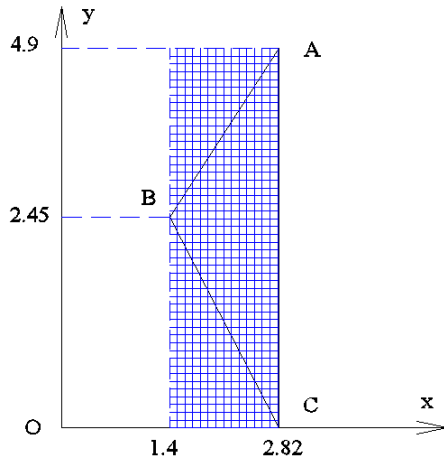
Hay dạng khai triển của (13) là (14):

$$\begin{matrix} r_1 \\ r \\ r_2 \\ 1 \end{matrix} = \begin{vmatrix} 0,71429 & -0,40825 & 0,5873 & 0 \\ 0 & 0,82222 & 0,57154 & 0 \\ -0,71429 & -0,40825 & 0,5873 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{matrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{matrix} \quad (14)$$

Như vậy, việc thiết kế các đặc tính $\frac{1}{K}, \eta_{vmin}, \eta_{pmin}$ sẽ chỉ tiến hành trong không gian thiết kế là tam giác ABC với các giới hạn cụ thể là:

$$\begin{cases} 1,4 \leq x \leq 2,82 \\ 0 \leq y \leq 4,9 \end{cases} \quad (15)$$

Do toàn bộ tam giác ABC nằm trên mặt chắn nên bất cứ điểm nào tìm được qua (15) đều tự động thoả mãn ràng buộc (11). Sơ đồ hỗ trợ tính tọa độ $p(x,y,z)$ như hình 9.



Hình 9. Không gian thiết kế lưới hoá

Bảng 1. Lời giải bài toán động học ngược tại 27 điểm trên tổng số 374 điểm khảo sát

STT	Input: Các tọa độ x, y		Output						Sai số
	p_x	p_y	θ_{11} (rad)	θ_{21} (rad)	θ_{31} (rad)	θ_{12} (rad)	θ_{22} (rad)	θ_{32} (rad)	
1	2,8	0	-1,59696	-0,72084	0,581222	2,504745	-2,02101	-2,52368	2,74E-26
2	2,8	0,1	-1,59607	-0,72055	0,582295	2,504359	-2,02152	-2,52447	4,53E-26
3	2,8	0,2	-1,59519	-0,72026	0,583369	2,503973	-2,02202	-2,52527	1,1E-25
4	2,8	0,3	-1,59431	-0,71998	0,584445	2,503588	-2,02253	-2,52606	3,26E-26
5	2,8	0,4	-1,59342	-0,71969	0,585522	2,503202	-2,02303	-2,52685	3,57E-26
6	2,8	0,5	-1,59254	-0,7194	0,5866	2,502815	-2,02354	-2,52765	3,46E-26
7	2,8	0,6	-1,59166	-0,71911	0,587679	2,502429	-2,02404	-2,52844	1,64E-26
8	2,8	0,7	-1,59077	-0,71882	0,58876	2,502043	-2,02455	-2,52924	1,99E-26
9	2,8	0,8	-1,58989	-0,71854	0,589842	2,501656	-2,02505	-2,53003	3,25E-26
10	2,8	0,9	-1,58901	-0,71825	0,590926	2,50127	-2,02556	-2,53083	5,92E-26
11	2,8	1	-1,58813	-0,71796	0,59201	2,500883	-2,02606	-2,53162	3,69E-26
12	2,8	1,1	-1,58724	-0,71767	0,593097	2,500496	-2,02657	-2,53242	5,72E-26
13	2,8	1,2	-1,58636	-0,71739	0,594184	2,500109	-2,02707	-2,53322	2,76E-26
14	2,8	1,3	-1,58548	-0,7171	0,595273	2,499722	-2,02758	-2,53402	1,22E-25
15	2,8	1,4	-1,5846	-0,71681	0,596363	2,499335	-2,02808	-2,53482	9,16E-27
16	2,8	1,5	-1,58372	-0,71653	0,597455	2,498948	-2,02858	-2,53562	4,18E-26
17	2,8	1,6	-1,58283	-0,71624	0,598548	2,49856	-2,02909	-2,53642	7,66E-26
18	2,8	1,7	-1,58195	-0,71595	0,599643	2,498172	-2,02959	-2,53722	9,56E-27
19	2,8	1,8	-1,58107	-0,71566	0,600739	2,497785	-2,0301	-2,53802	3,13E-26
20	2,8	1,9	-1,58019	-0,71538	0,601836	2,497397	-2,0306	-2,53882	5,66E-26
21	2,8	2	-1,57931	-0,71509	0,602934	2,497009	-2,0311	-2,53962	2,91E-26
22	2,8	2,1	-1,57843	-0,7148	0,604035	2,496621	-2,03161	-2,54042	3,42E-26
23	2,8	2,2	-1,57755	-0,71452	0,605136	2,496232	-2,03211	-2,54123	4,32E-26
24	2,8	2,3	-1,57667	-0,71423	0,606239	2,495844	-2,03261	-2,54203	3,58E-26
25	2,8	2,4	-1,57579	-0,71395	0,607343	2,495455	-2,03312	-2,54284	3,63E-26
26	2,8	2,5	-1,5749	-0,71366	0,608449	2,495067	-2,03362	-2,54364	5,75E-26
27	2,8	2,6	-1,57402	-0,71337	0,609556	2,494678	-2,03412	-2,54445	1,03E-25

Lời giải số được áp dụng để giải bài toán động học ngược tại các điểm nút trong không gian thiết kế (bảng 1).

Tại từng điểm nút, các đặc tính độ khéo léo 1/K, độ cứng vững và chỉ số vận tốc được khảo sát. Các tham số này được trải phổ tại từng mắt lưới tương ứng (hình 9).

Ma trận Jacobian của robot 3RRR được sử dụng cho việc tính các chỉ tiêu thiết kế. Ở đây không trình bày lại cách xây dựng ma trận này. Các chỉ tiêu chất lượng trên cơ sở ma trận Jacobian ứng với các nút trong bảng 2.

Bảng 2. Các đặc tính khảo sát được trải phổ trên từng điểm nút (ví dụ 26/374 điểm nút)

STT	p_x	p_y	1/K	Độ cứng vững	Chỉ số vận tốc
1	2,8	0	0,003031	0,914598107	1,058292536
2	2,8	0,1	0,003032	0,91517838	1,058530019
3	2,8	0,2	0,003032	0,915758499	1,058770683
4	2,8	0,3	0,003033	0,916338464	1,059014495
5	2,8	0,4	0,003033	0,916918273	1,05926142
6	2,8	0,5	0,003034	0,917497927	1,059511427
7	2,8	0,6	0,003034	0,918077425	1,059764482
8	2,8	0,7	0,003035	0,918656767	1,060020551
9	2,8	0,8	0,003035	0,919235952	1,0602796
10	2,8	0,9	0,003036	0,91981498	1,060541597
11	2,8	1	0,003037	0,92039385	1,060806507
12	2,8	1,1	0,003037	0,920972562	1,061074296
13	2,8	1,2	0,003038	0,921551116	1,061344929
14	2,8	1,3	0,003039	0,922129511	1,061618374
15	2,8	1,4	0,003039	0,922707747	1,061894596
16	2,8	1,5	0,00304	0,923285824	1,062173559
17	2,8	1,6	0,003041	0,923863741	1,06245523
18	2,8	1,7	0,003041	0,924441497	1,062739575
19	2,8	1,8	0,003042	0,925019093	1,063026557
20	2,8	1,9	0,003043	0,925596527	1,063316144
21	2,8	2	0,003044	0,9261738	1,063608298
22	2,8	2,1	0,003045	0,926750911	1,063902987
23	2,8	2,2	0,003045	0,92732786	1,064200174
24	2,8	2,3	0,003046	0,927904647	1,064499825
25	2,8	2,4	0,003047	0,928481271	1,064801903
26	2,8	2,5	0,003048	0,929057731	1,065106375

Từ kết quả trải phổ có thể dễ dàng xác định điểm nút mà tại đó các đặc tính đạt giá trị tối ưu các giá trị tối ưu được bôi vàng như bảng 3, chúng được xác định theo tiêu chí của hàm mục tiêu.

Bảng 3. Các đặc tính khảo sát đạt giá trị tối ưu (các ô màu vàng)

STT	p_x	p_y	1/K	Độ cứng vững	Chỉ số vận tốc
112	2,6	1,9	0,003039	0,926746209	1,060758814
113	2,6	2,0	0,003039	0,927325668	1,061055826
114	2,6	2,1	0,00304	0,927904967	1,061355401
115	2,6	2,2	0,003041	0,928484107	1,061657502
116	2,6	2,3	0,003042	0,929063086	1,061962095
117	2,6	2,4	0,003043	0,929641904	1,062269142

118	2,6	2,5	0,003044	0,930220561	1,062578609
119	2,6	2,6	0,003045	0,930799058	1,06289046
120	2,6	2,7	0,003046	0,931377392	1,063204658
121	2,6	2,8	0,003046	0,931955565	1,063521168
122	2,6	2,9	0,003047	0,932533576	1,063839953
123	2,6	3,0	0,003048	0,933111424	1,064160978
124	2,6	3,1	0,00305	0,933689109	1,064484206
125	2,6	3,2	0,003051	0,934266631	1,0648096
126	2,6	3,3	0,003052	0,93484399	1,065137125
127	2,6	3,4	0,003053	0,935421185	1,065466743
128	2,6	3,5	0,003054	0,935998216	1,065798419
129	2,6	3,6	0,003055	0,936575083	1,066132116
130	2,6	3,7	0,003056	0,937151785	1,066467797
131	2,6	3,8	0,003057	0,937728322	1,066805426

Do các chỉ số $\frac{1}{K}, \eta_{vmin}$ cần đạt giá trị lớn nhất đồng thời với η_{pmin} đạt giá trị nhỏ nhất. Hàm ý của điều này là robot phải khéo léo nhất và có vận tốc lớn trong khi đạt được biến dạng nhỏ. Điều này dẫn đến bài toán tìm một hàng ngang bất kỳ trên bảng 3 có:

$$\max[(\frac{1}{K} + \eta_{vmin}) - \eta_{pmin}] \tag{16}$$

Từ một điểm nút đạt các trị số tối ưu (ví dụ lấy điểm nút có số thứ tự 127 như trên bảng 3, các tham số kết cấu r_1, r_2, r_3, r_4 được xác định. Quá trình xác định cơ cấu 3RRR tối ưu hoàn thành với các kích thước cụ thể L_1, L_2, L_3, L_4 . Giả sử chọn điểm nút có các trị số tối ưu là nút thứ 127. Nút có tọa độ $(x,y) = (2,6; 3,4)$. Từ công thức (14) xác định được $r_1 = 0,12; r_2 = 0,68; r_3 = r_4 = 1,6$. Lấy $L = 300mm$, tính ra được các kích thước cụ thể của cơ cấu mới như sau: $L_1 = 36mm, L_2 = 204mm, L_3 = L_4 = 480mm$.

5. KẾT LUẬN

Như vậy bài báo đã làm rõ quan hệ đổi biến trong phương pháp Atlas cải tiến dựa trên quan hệ chuyển trục do nhóm nghiên cứu đề xuất. Theo cách làm này việc xác lập các đặc tính mong muốn của cơ cấu đang thiết kế không dựa trên ấn định tỉ số kích thước khâu mà dựa trên ấn định vùng chọn nghiệm trên mặt phẳng thiết kế. Bản chất của hai quan hệ đổi biến này có chút khác biệt nhưng cách dựa trên quan hệ chuyển trục cho phép điều chỉnh nhiều tùy biến hơn do nó trực quan về hình học hơn, do đó cách thức này phù hợp hơn về mặt sư phạm. Cả hai cách đổi biến đều đòi hỏi hiểu biết về cơ học sâu sắc.

Về Atlas cải tiến vượt trội Atlas gốc do tư tưởng số hoá toàn bộ không gian khảo sát để loại bỏ việc dùng trực tiếp các đồ hoạ đặc tính thiết kế mà chuyển sang chống chất số tại các nút lưới. Tổng thể, sau khi cải tiến Atlas mới đã có thể hoàn toàn tự động và lúc này nó đủ khả năng dẫn đường cho các thuật toán tối ưu dữ liệu lớn như NSGA II, SPEA II, RP-PSO,... đúng như kỳ vọng đã đề ra.

LỜI CẢM ƠN

Bài báo này được tài trợ bởi Trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp, Đại học Thái Nguyên.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Hùng Lê Hữu, Thuỷ Lê Thị Thu, Long Phạm Thành, "A Numerical Method of Kinematic Synthesis of Parallel Structures on the Basis of the Maximum Target Optimization Problem," in *The 7th International Conference on Engineering Research and Applications (ICERA 2024)*, 12/2024.
- [2]. Kaliszewski, J. Miroforidis, D. Podkopyayev, *Multiple Criteria Decision Making and Multiobjective Optimization: A Toolbox*. Cham, Switzerland: Springer, 2016. doi: 10.1007/978-3-319-32756-3
- [3]. A. Rosyid, B. El-Khasawneh, A. Alazzam, "Review article: Performance measures of parallel kinematics manipulators," *Mechanical Sciences*, 11, 49-73, 2020. doi: 10.5194/ms-11-49-2020
- [4]. J. P. Merlet, C. Gosselin, T. Huang, "Parallel mechanisms," in *Springer Handbook of Robotics*, 2nd ed., B. Siciliano and O. Khatib, Eds., Cham, Switzerland: Springer, 443-462, 2016. doi: 10.1007/978-3-319-32552-1_18.
- [5]. J. Zhao, C. Wu, G. Yang, C. Chen, S. Chen, C. Xiong, C. Zhang, "Kinematics analysis and workspace optimization for a 4-DOF 3T1R parallel manipulator," *Mechanism and Machine Theory*, 167, 104484, 2022. doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2021.104484
- [6]. X. Jin, Q. Li, Y. Liu, S. Chen, "Motion/Force constraint indices of redundantly actuated parallel manipulators with over constraints," *Mechanism and Machine Theory*, 165, 104427, 2021. doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2021.104427.
- [7]. A. Antonov, "Parallel-Serial Robotic Manipulators: A Review of Architectures, Applications, and Methods of Design and Analysis," *Machines*, 12, 11, 811, 2024. doi: 10.3390/machines12110811.
- [8]. H. Nigatu, D. Kim, "Workspace optimization of 1T2R parallel manipulators with a dimensionally homogeneous constraint-embedded Jacobian," *arXiv preprint*, arXiv:2311.00952, 2023.
- [9]. J. Ren, Q. Li, H. Wu, Q. Cao, "Optimal design for 3-PSS flexible parallel micromanipulator based on kinematic and dynamic characteristics," *Micromachines*, 13, 9, 1457, 2022. doi: 10.3390/mi13091457
- [10]. Xin-Jun Liu, Jinsong Wang, Feng Gao, "Performance atlases of the workspace for planar 3-DOF parallel manipulators," *Robotica*, 18, 563-568, 2000.

[11]. J. Zhao, W. Peng, H. Wang, Y. Zhang, X. Chen, "A multi-objective optimization framework based on information sharing for serially connected robot design," *Complex & Intelligent Systems*, 11, 410, 2025. doi: 10.1007/s40747-025-02045-x

[12]. K. Deb, H. Jain, "An Evolutionary Many-Objective Optimization Algorithm Using Reference-Point-Based Nondominated Sorting Approach, Part I," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 18, 4, 577-601, 2014. doi: 10.1109/TEVC.2013.2281535.

[13]. Branke J., Deb K., Miettinen K., Słowiński R. (Eds.), *Multiobjective Optimization: Interactive and Evolutionary Approaches*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. DOI: 10.1007/978-3-540-88908-3.

AUTHORS INFORMATION

Nguyen Thi Trang Nhung¹, Le Huu Hung², Pham Thanh Long¹

¹Thainguyen University of Technology, Vietnam

²College of Technology and Trade, Thainguyen, Vietnam