

ĐIỀU KHIỂN DỰ BÁO DỰA TRÊN LYAPUNOV CHO ROBOT SONG SONG STEWART-GOUGH

LYAPUNOV-BASED MODEL PREDICTIVE CONTROL FOR STEWART-GOUGH PLATFORM

Trần Trung Kiên¹, Đinh Gia Khiêm², Lê Việt Hồng¹,
Nguyễn Trung Kiên^{1,*}, Nguyễn Vũ¹

DOI: <https://doi.org/10.57001/huinh5804.2026.040>

TÓM TẮT

Trong các ứng dụng thực tế, hệ Stewart-Gough được yêu cầu thực hiện điều khiển bám quỹ đạo với độ chính xác cao trong khi phải vận hành dưới các ràng buộc nghiêm ngặt về trạng thái và tín hiệu điều khiển. Điều khiển dự báo mô hình (Model Predictive Control - MPC) được biết đến như một phương pháp điều khiển xử lý cho bài toán tối ưu hóa và xử lý ràng buộc. Tuy nhiên, việc áp dụng phương pháp điều khiển dự báo mô hình tiêu chuẩn cho các hệ phi tuyến cao như Stewart-Gough gặp nhiều thách thức do khó đảm bảo tính ổn định vòng kín khi sử dụng miền dự đoán hữu hạn. Để khắc phục những hạn chế này, nghiên cứu này đề xuất một phương pháp điều khiển dự báo mô hình dựa trên Lyapunov (Lyapunov-based Model Predictive Control - LMPC) cho bài toán điều khiển bám quỹ đạo của hệ Stewart-Gough. Một ràng buộc dựa trên hàm Lyapunov được tích hợp trực tiếp vào bài toán tối ưu dự báo nhằm đảm bảo tính khả thi lặp lại và ổn định vòng kín của hệ thống được thiết lập một cách chặt chẽ. Các kết quả mô phỏng số được thực hiện bằng MATLAB được trình bày nhằm chứng minh hiệu năng vượt trội của bộ điều khiển được đề xuất.

Từ khóa: Robot song song Stewart-Gough, bộ điều khiển dự báo dựa trên Lyapunov.

ABSTRACT

In practical applications, Stewart-Gough platforms are required to perform accurate trajectory tracking while operating under strict state and input constraints. Model Predictive Control (MPC) provides a unified framework for optimization and constraint management. However, its application to highly nonlinear systems such as the Stewart-Gough platform is challenging due to the difficulty of guaranteeing closed-loop stability when finite prediction horizons are used. To overcome these limitations, this work proposes a Lyapunov-based Model Predictive Control (LMPC) scheme for trajectory tracking of the Stewart-Gough platform. A Lyapunov-based constraint is added directly into the predictive optimization problem to rigorously guarantee the recursive feasibility and closed-loop stability of the system. Numerical simulations implemented in MATLAB are provided to demonstrate the superior performance of the proposed controller.

Keywords: Stewart-Gough platform, Lyapunov-based model predictive control.

¹Viện Khoa học và Công nghệ Quân sự

²Khoa Công nghệ thông tin, Đại học Công nghệ Giao thông vận tải

*Email: nguyentrungkien@amst.edu.vn

Ngày nhận bài: 10/01/2026

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 16/3/2026

Ngày chấp nhận đăng: 30/3/2026

1. GIỚI THIỆU

Hệ robot song song dạng Stewart-Gough là hệ thống gồm 6 bậc tự do bao gồm 3 bậc tự do tịnh tiến và 3 bậc tự do quay. Về kết cấu cơ khí, hệ Stewart-Gough bao gồm ba thành phần chính: (i) bệ dưới cố định, (ii) bệ trên di động,

và (iii) sáu chân chấp hành tịnh tiến kết nối bệ cố định với bệ trên di động [1]. Trong các ứng dụng thực tế, hệ Stewart-Gough được ứng dụng rộng rãi trong các lĩnh vực đòi hỏi độ chính xác cao và đáp ứng động lực nhanh, chẳng hạn như mô phỏng chuyển động trong ngành hàng không

vũ trụ và công nghiệp ô tô [2], các hệ thống thực tế ảo và giải trí [3], cũng như các lĩnh vực nghiên cứu liên ngành từ thiên văn học [4] đến các ứng dụng y sinh [5].

Bài toán điều khiển bám cho hệ Stewart-Gough yêu cầu điều chỉnh độ dịch chuyển của các chân chấp hành nhằm đạt được vị trí và tư thế của bộ chuyển động sao cho bám theo một quỹ đạo tham chiếu được xác định trước. Nhiều chiến lược điều khiển đã được đề xuất nhằm đảm bảo chất lượng bám chính xác cho hệ Stewart-Gough. Các bộ điều khiển PID được sử dụng rộng rãi trong các hệ robot song song nhờ tính đơn giản và dễ triển khai [6]. Ngoài ra, bộ điều khiển tối ưu tuyến tính (Linear Quadratic Regulator - LQR) cũng đã được áp dụng nhằm cải thiện hiệu năng hệ thống [7]. Tuy nhiên, do tính chất phi tuyến cao vốn có của hệ Stewart-Gough, các chiến lược điều khiển [6, 7] thường xuyên yêu cầu tuyến tính hóa mô hình quanh điểm làm việc. Điều đó gây suy giảm chất lượng điều khiển do luôn tồn tại sai lệch giữa mô hình điều khiển và mô hình thực tế. Để giải quyết vấn đề trên, các phương pháp điều khiển phi tuyến nâng cao thường xuyên được phát triển cho hệ Stewart-Gough như điều khiển khử nhiễu chủ động (Active Disturbance Rejection Control - ADRC) [8, 9] hay điều khiển trượt (Sliding Mode Control - SMC) [10, 11] nhờ tính bền vững cao, khả năng khử nhiễu hiệu quả và năng lực xử lý các bất định của mô hình. Mặc dù vậy, các nghiên cứu này vẫn chưa xem xét đến các ràng buộc đầu vào - đầu ra cũng như bài toán bám quỹ đạo tối ưu.

Bài báo này tập trung giải quyết bài toán điều khiển bám quỹ đạo tối ưu cho hệ Stewart-Gough phi tuyến có xét đến các ràng buộc đầu vào-đầu ra bằng cách tiếp cận điều khiển dự báo mô hình (Model Predictive Control - MPC). So với phần lớn các phương pháp điều khiển truyền thống, phương pháp điều khiển dự báo (MPC) nổi bật nhờ khả năng đưa ra tín hiệu điều khiển tối ưu thỏa mãn các ràng buộc của hệ thống [12]. Tuy nhiên, do phương pháp điều khiển dự báo (MPC) xác định tín hiệu điều khiển thông qua việc giải một bài toán tối ưu trực tuyến, luật điều khiển thu được phụ thuộc một cách ngầm định vào các trạng thái của hệ, điều này đặt ra những thách thức lớn trong việc phân tích tính ổn định vòng kín, đặc biệt đối với các hệ phi tuyến như hệ Stewart-Gough. Khả năng tối ưu của nghiệm thu được thông qua việc tối thiểu hóa hàm chi phí không đảm bảo tính ổn định của hệ vòng kín, do trong triển khai thực tế chỉ sử dụng một hữu hạn các cửa sổ dự báo. Để khắc phục vấn đề này, phương pháp điều khiển dự báo (MPC) tiêu chuẩn thường tích hợp các ràng buộc cuối (terminal constraints) vào bài toán tối ưu

và dựa vào một luật điều khiển ổn định phụ trợ được xây dựng từ các kỹ thuật tuyến tính hóa cục bộ [13]. Tuy nhiên, các phương pháp dựa trên tuyến tính hóa thường không phù hợp cho bài toán bám quỹ đạo của nền Stewart-Gough do đặc tính phi tuyến mạnh và dải làm việc rộng của hệ. Do đó, việc áp dụng các phương pháp thiết kế MPC truyền thống cho nền Stewart-Gough gặp nhiều khó khăn.

Để giải quyết đồng thời bài toán điều khiển bám quỹ đạo tối ưu và các ràng buộc đầu vào - đầu ra cho nền Stewart-Gough phi tuyến, bài báo này phát triển một phương pháp Điều khiển Dự báo Mô hình dựa trên Lyapunov (Lyapunov-based Model Predictive Control - LMPC). Các đóng góp chính của bài báo được tóm tắt như sau:

i) Bằng cách trực tiếp tích hợp một ràng buộc dựa trên Lyapunov, được xây dựng từ một luật điều khiển bám phi tuyến phụ trợ và hàm Lyapunov tương ứng vào bộ điều khiển dự báo tiêu chuẩn (MPC), tính ổn định của hệ vòng kín được đảm bảo. Nhờ đó, bộ điều khiển dự báo dựa trên hàm Lyapunov (LMPC) được đề xuất cho phép hệ Stewart-Gough bám chính xác quỹ đạo mong muốn.

ii) Một nghiên cứu so sánh mô phỏng toàn diện giữa phương pháp điều khiển dự báo dựa trên hàm Lyapunov (LMPC) được đề xuất và một phương pháp điều khiển truyền thống, điển hình là điều khiển trượt (Sliding Mode Control - SMC), được thực hiện nhằm chứng minh tính hiệu quả cũng như hiệu năng vượt trội của chiến lược điều khiển đề xuất.

Cấu trúc của bài báo được tổ chức như sau: Mục 2 trình bày mô hình động học và động lực học của hệ Stewart-Gough, đồng thời phát biểu bài toán điều khiển bám quỹ đạo. Mục 3 trình bày chi tiết quá trình thiết kế bộ điều khiển Dự báo Mô hình dựa trên Lyapunov (LMPC) được đề xuất. Mục 4 đưa ra phân tích tính ổn định của hệ vòng kín. Mục 5 trình bày các kết quả mô phỏng so sánh. Cuối cùng, Mục 6 đưa ra các kết luận của bài báo.

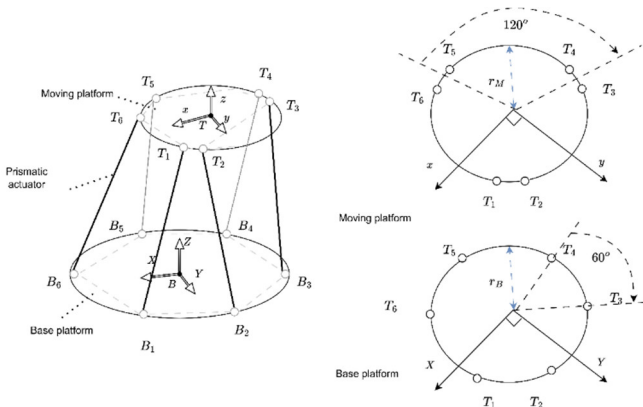
2. ĐẶT VẤN ĐỀ

2.1. Mô hình robot song song 6 bậc tự do Stewart-Gough

Xem xét một hệ thống robot song song 6 bậc tự do dạng Stewart-Gough, như mô tả trên hình 1. Đầu tiên, ta định nghĩa hai hệ tọa độ: hệ tọa độ gắn với trên di động $\{T, xyz\}$ và hệ tọa độ quán tính gắn bên dưới cố định $\{B, XYZ\}$. Khi đó vector tọa độ bao gồm vị trí và tư thế của bên trên di động được định nghĩa như sau:

$$q = [p^T, \eta^T]^T \quad (1)$$

ở đó, $p = [x, y, z]^T$ và $\eta = [\phi, \theta, \psi]^T$ lần lượt là vector vị trí và tư thế của bộ trên di động, với ϕ, θ , và ψ là các góc Euler.



Hình 1. Mô hình robot song song 6 bậc tự do dạng Stewart-Gough

Lấy L_i là chiều dài chân thứ i . Khi đó, phương trình mô tả động học của robot Stewart-Gough được đưa ra như sau:

$$L_i = \overline{B_i T_i} = p + R(\eta)T_i - B_i, i = 1, 2, \dots, 6 \quad (2)$$

ở đó, $T_i = [T_{xi}, T_{yi}, T_{zi}]^T$ is là vector vị trí của khớp gắn giữ chân i và bên trên di động trong hệ quy chiếu gắn với bộ trên di động $\{T. xyz\}$ và $B_i = [B_{xi}, B_{yi}, B_{zi}]^T$ là vector vị trí của khớp gắn giữa chân i và bộ dưới cố định trong hệ quy chiếu quán tính gắn với bộ dưới cố định $\{B. XYZ\}$. Ma trận quay $R(\eta)$ được biểu diễn như sau:

$$R(\eta) = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \theta \sin \phi \cos \psi - \sin \psi \cos \phi \\ \cos \theta \sin \psi & \sin \phi \sin \psi \sin \theta + \sin \psi \cos \phi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta \end{bmatrix}$$

Do các giới hạn và ràng buộc vật lý, chiều dài các chân là một hàm liên tục, xác định dương và khả vi. Theo nghiên cứu [14, 15], phương trình mô tả động lực học của hệ robot Stewart-Gough được mô tả như sau:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = J^T(q)F \quad (4)$$

ở đó, $F = [F_1, F_2, \dots, F_6]^T$ là vector tín hiệu lực điều khiển với F_i là vector tạo bởi bởi chân thứ i . ma trận $M(q) \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ là ma trận quán tính, $C(q, \dot{q}) \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ là ma trận Coriolis, $G(q) \in \mathbf{R}^6$ là vector trọng trường và $J(q) \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ là ma trận Jacobian. Mô tả chi tiết của các ma trận và vector $M(q)$, $C(q, \dot{q})$, $G(q)$ và $J(q)$ được trình bày trong tài liệu tham khảo [14, 15].

2.2. Vấn đề điều khiển

Định nghĩa vector trạng thái $x = [x_1^T, x_2^T]^T \in \mathbf{R}^{12}$ với $x_1 = q$ và $x_2 = \dot{q}$. Khi đó, mô hình không gian trạng thái của hệ robot Stewart-Gough thu được như sau:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} x_2 \\ -M^{-1}(x_1)[C(x_1, x_2)x_2 + G(x_1)] + u \end{bmatrix} \\ &= f(x, u) \end{aligned} \quad (5)$$

ở đó, $u = -M^{-1}(x_1)J^T(q)F \in \mathbf{R}^6$ là vector tín hiệu điều khiển. Giả thiết rằng quỹ đạo đặt cho bộ trên di động $x_r = [x_{1r}^T, x_{2r}^T]^T \in \mathbf{R}^{12}$ được có dạng như sau:

$$\begin{aligned} x_{1r} &= [x_r, y_r, z_r, \phi_r, \theta_r, \psi_r]^T \\ x_{2r} &= [\dot{x}_r, \dot{y}_r, \dot{z}_r, \dot{\phi}_r, \dot{\theta}_r, \dot{\psi}_r]^T \end{aligned} \quad (6)$$

ở đó, $p_r = [x_r, y_r, z_r]^T$ và $\eta_r = [\phi_r, \theta_r, \psi_r]^T$ là vector giá trị vị trí đặt và tư thế đặt cho bộ trên di động.

Giả thiết 1. Giả thiết rằng, các giá trị đặt cho bộ trên di động là liên tục và bị chặn thỏa mãn điều kiện sau:

$$\begin{aligned} 0 < p_{1l} \leq |x_{1r}| \leq p_{1u} < \infty \\ 0 < p_{2l} \leq |x_{2r}| \leq p_{2u} < \infty \\ 0 < p_{3l} \leq |\dot{x}_{2r}| \leq p_{3u} < \infty \end{aligned} \quad (7)$$

ở đó, p_{1l}, p_{2l}, p_{3l} là các giá trị chặn dưới và p_{1u}, p_{2u}, p_{3u} là các giá trị chặn trên.

Mục tiêu điều khiển: Đảm bảo sự ổn định của vòng lặp kín của hệ thống và đảm bảo giá trị vị trí và tư thế của bộ trên di động bám theo các giá trị đặt mong muốn, tương đương với:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_1(t) - x_{1r}(t)\| \leq \epsilon_x \quad (8)$$

ở đó, ϵ_x là một hằng số dương đủ nhỏ và gần 0.

$$\begin{bmatrix} \cos \phi \cos \psi \sin \theta + \sin \psi \sin \phi \\ \cos \phi \sin \psi \sin \theta - \sin \psi \sin \phi \\ \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

3. THIẾT KẾ ĐIỀU KHIỂN

Trong mục này, một bộ điều khiển dự báo dựa trên Lyapunov (Lyapunov-based Model Predictive Control-LMPC) được thiết kế cho hệ Stewart-Gough nhằm đảm bảo mục tiêu điều khiển đưa ra Mục 2.2. Trước hết, một khung/mô hình dự báo dựa trên Lyapunov cho hệ Stewart-Gough được thiết lập như sau:

$$\begin{aligned} \min_{u \in S(\delta)} J &= \int_0^T (||\tilde{x}(t)||_Q^2 + ||\hat{u}(t)||_R^2) dt \\ &\quad + ||\tilde{x}(T)||_P^2 \\ \text{st.} \quad & \hat{x}(t) = f(\hat{x}(t), \hat{u}(t)) \\ & \hat{x}(0) = \hat{x}(t_0) \\ & |u(t)| \leq u_{max} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} f(\hat{x}(0), \hat{u}(0)) \leq \frac{\partial V}{\partial x} f(\hat{x}(0), h(\hat{x}(0)))$$

ở đó, $\|\tilde{x}(t)\|_Q^2 = \tilde{x}(t)^T Q \tilde{x}(t)$, $\|\tilde{u}(t)\|_R^2 = \tilde{u}(t)^T R \tilde{u}(t)$ và $\|\tilde{x}(T)\|_P^2 = \tilde{x}(T)^T P \tilde{x}(T)$ với P, Q, R là các ma trận xác định dương; $\tilde{x}(t) = \hat{x}(t) - x_r(t)$ là sai lệch bám với $\hat{x}(t) = [\hat{x}_1^T, \hat{x}_2^T]^T$ là quỹ đạo trạng thái dự báo của hệ Stewart-Gough với luật điều khiển dự báo $\hat{u}(t)$ với trạng thái ban đầu của hệ thống bắt đầu từ $\hat{x}(t_0) = x(t_0)$; $h(\hat{x})$ là một luật điều khiển bám phụ trợ được xây dựng và thiết kế dựa trên một hàm Lyapunov tương ứng $V(x)$; $S(\delta)$ họ các hàm hằng từng đoạn được đặc trưng bởi chu kỳ lấy mẫu δ và khoảng thời gian dự báo $T = N\delta$ với N là số bước dự báo.

Như đã biết, nghiệm tối ưu đạt được thông qua việc cực tiểu hóa hàm chi phí J không đảm bảo tính ổn định của hệ thống do độ dài hữu hạn của của số dự báo. Nguyên nhân là do số cửa sổ dự báo là hữu hạn, bài toán điều khiển dự báo (MPC) chỉ tối ưu hóa hành vi của hệ thống trong một khoảng thời gian giới hạn. Vì vậy, mặc dù đảm bảo được hàm chi phí J đạt cực tiểu, nghiệm tối ưu thu được chưa đủ để đảm bảo tính ổn định tiệm cận của hệ kín, đặc biệt khi hệ phi tuyến hoặc chịu ràng buộc. Để giải quyết vấn đề này, luật điều khiển bám phi tuyến dựa trên hàm Lyapunov tương ứng được sử dụng, trong đó ràng buộc Lyapunov sau đây được tích hợp trực tiếp vào bài toán dự đoán nhằm đảm bảo tính ổn định của hệ kín. Vì vậy, bộ điều khiển dự báo dựa trên Lyapunov (LMPC) có khả năng tự động thực hiện điều khiển bám tối ưu trong khi vẫn tuân thủ các ràng buộc vật lý của hệ.

Thuật toán LMPC

1. Khởi tạo hàm chi phí J
2. Đo trạng thái hiện tại của hệ thống $x(t)$
3. Giải bài toán dự báo (9) với điều kiện đầu $x(t_0) = x(t)$, và thu được chuỗi tín hiệu điều khiển dự báo tối ưu $k(\tau)$.
4. Sử dụng thành phần đầu tiên của chuỗi tín hiệu điều khiển dự báo tối ưu $k(s)$ cho chu kỳ $\tau = [0, \delta]$
5. Tại bước trích mẫu tiếp theo, thiết lập $t = t + \delta$, và quay lại bước 2.

4. PHÂN TÍCH TÍNH ỔN ĐỊNH

4.1. Thiết kế luật điều khiển bám phụ trợ

Định nghĩa vector sai lệch bám vị trí và tư thế của bệ trên di động như sau:

$$\begin{aligned} e_1 &= x_1 - x_{1r} \\ e_2 &= x_2 - x_{2r} \end{aligned} \tag{10}$$

Khi đó, một mặt trượt terminal được định nghĩa như sau:

$$s = e_2 + \beta |e_1|^\alpha \text{sign}(e_1) \tag{11}$$

ở đó, $0 < \alpha < 1$ và $\beta > 0$. Một khi quỹ đạo trạng thái của hệ thống $x(t)$ tiến tới mặt trượt, nghĩa là $s = 0$, sai lệch bám sẽ hội tụ tới không trong thời gian hữu hạn phụ thuộc vào trạng thái ban đầu:

$$t_c = \frac{|e_1(0)|^{1-\alpha}}{\beta(1-\alpha)} \tag{12}$$

Dựa trên mặt trượt terminal thiết kế ở (9), một luật điều khiển bám phụ trợ được thiết kế như sau:

$$\begin{aligned} F &= [M(x_1)^{-1}J^T]^{-1}(\dot{x}_{2r} \\ &\quad - [M(x_1)]^{-1}(C(x_1, x_2)x_2 \\ &\quad + G(x_1)) - \alpha\beta |e_1|^{\alpha-1}e_2 \\ &\quad - k_1s - k_2\text{sat}(s) - e_1) \end{aligned} \tag{13}$$

ở đó, $k_1 > 0$ và $k_2 > 0$ là hằng số điều khiển và $\text{sat}(s)$ là hàm bão hòa được mô tả bởi công thức sau:

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} s & , \text{với } |s| < 1 \\ \text{sign}(s) & \end{cases} \tag{14}$$

Định lý 1. Với hệ Stewart-Gough (5), luật điều khiển bám phi tuyến (13) không những đảm bảo sự ổn định của hệ thống mà còn đảm bảo sai lệch bám hội tụ về không khi $t \rightarrow \infty$.

Chứng minh:

Chọn hàm ứng viên Lyapunov như sau:

$$V_a = \frac{1}{2} e_1^T e_1 + \frac{1}{2} s^T s \tag{15}$$

Lấy đạo hàm của hàm Lyapunov (15) dọc theo quỹ đạo trạng thái hệ thống (5), ta thu được:

$$\begin{aligned} \dot{V}_a &= e_1^T \dot{e}_1 + s^T \dot{s} \\ &= e_1^T (s - \beta |e_1|^\alpha \text{sign}(e_1)) \\ &\quad + s^T (-[M(x_1)]^{-1}(C(x_1, x_2)x_2 \\ &\quad + G(x_1)) + [M(x_1)]^{-1}J^T F - \dot{x}_{2r} \\ &\quad + \alpha\beta |e_1|^{\alpha-1}e_2) \end{aligned} \tag{16}$$

Thế luật điều khiển bám phi tuyến (13) vào (16), ta thu được:

$$\dot{V}_a = -k_1 |e_1|^T |e_1|^\alpha - k_1 s^T s - k_2 s^T \text{sat}(s) \tag{17}$$

Để dàng thấy $\dot{V}_a \leq 0$, theo lý thuyết ổn định Lyapunov, hệ Stewart-Gough với luật điều khiển bám phi tuyến (13) không những đảm bảo sự ổn định của hệ thống mà còn đảm bảo sai lệch bám hội tụ về không khi $t \rightarrow \infty$.

4.2. Xây dựng ràng buộc Lyapunov

Theo Mục 4.1, luật điều khiển bám phụ trợ được đưa ra như sau:

$$\begin{aligned} h(x) &= \dot{x}_{2r} - [M(x_1)]^{-1}(C(x_1, x_2)x_2 \\ &\quad + G(x_1)) \\ &\quad - \alpha\beta |e_1|^{\alpha-1}e_2 - k_1s \\ &\quad - k_2\text{sat}(s) - e_1 \end{aligned} \tag{18}$$

Chọn hàm ứng viên Lyapunov như sau:

$$V_{LMPC} = \frac{1}{2} s^T s \tag{19}$$

Lấy đạo hàm của hàm Lyapunov (19) dọc theo quỹ đạo trạng thái hệ thống (5), ta thu được:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{LMPC} = s^T & \left(-[M(x_1)]^{-1} (C(x_1, x_2)x_2 \right. \\ & \left. + G(x_1)) + u - \dot{x}_{2r} \right. \\ & \left. + \alpha\beta |e_1|^{\alpha-1} e_2 \right) \end{aligned} \tag{20}$$

Khi đó, ràng buộc Lyapunov được thiết kế như sau:

$$\begin{aligned} \dot{s}^T & \left(-[M(\hat{x}_1(0))]^{-1} \left(\begin{array}{l} C(\hat{x}_1(0), \hat{x}_2(0))\hat{x}_2(0) \\ + G(\hat{x}_1(0)) \end{array} \right) \right. \\ & \left. + \hat{u}(0) - \dot{x}_{2r}(0) + \alpha\beta |\hat{e}_1(0)|^{\alpha-1} \hat{e}_2(0) \right) \\ & \leq k_1 |e_1(0)|^T |e_1(0)|^\alpha \\ & \quad - k_1 s(0)^T s(0) \\ & \quad - k_2 s(0)^T s a T(s(0)) \end{aligned} \tag{21}$$

4.3. Phân tích tính ổn định

Để chứng minh sự ổn định của hệ thống Stewart-Gough (5) với luật điều khiển dự báo dựa trên Lyapunov (LMPC) đề xuất, hai giả thiết dưới đây được đưa ra như sau:

Giả thiết 2. Giả thiết rằng các ma trận và vector hệ thống M, C, G và J bị chặn thỏa mãn điều kiện sau:

$$\begin{aligned} \bar{m}_1 & \leq \|M\|_\infty \leq \bar{m}_2 \\ \|C\|_\infty & \leq \bar{c}, \quad \|G\|_\infty \leq \bar{g}, \\ \|J\|_\infty & \leq \bar{j} \end{aligned} \tag{22}$$

ở đó $\bar{m}_1, \bar{m}_2, \bar{c}, \bar{g}$, và \bar{j} là các hằng số dương.

Giả thiết 3. Trong thực tiễn, các lực điều khiển thường xuyên bị chặn do giới hạn của cơ cấu chấp hành. Giả sử rằng tồn tại $F_{max} = [F_{1,max}, F_{2,max}, \dots, F_{6,max}]^T$ với $F_{i,max} > 0$ là giới hạn trên lực điều khiển của cơ cấu chấp hành ở từng chân để mà

$$\|F\| \leq F_{max} \tag{23}$$

Dưới **Giả thiết 2** và **3**, giới hạn chặn trên của vector tín hiệu điều khiển được đưa ra như sau:

$$\|u\|_{max} \leq \|M^{-1} J^T F\| \leq \frac{1}{\bar{m}_1} \bar{j} F_{max} = u_{max} \tag{24}$$

Chú ý rằng, tại mỗi thời điểm lấy mẫu trong bài toán điều khiển dự báo LMPC luôn yêu cầu giải bài toán tối ưu thời gian hữu hạn nhằm tìm tín hiệu điều khiển $u(x)$ thỏa mãn ràng buộc $u(x) \leq u_{max}$. Nếu bài toán không khả thi, tức là không tồn tại bất kì tín hiệu điều khiển nào làm hệ thống ổn định thỏa mãn ràng buộc, bộ điều khiển dự báo không thể sinh ra tín hiệu điều khiển, và toàn bộ bảo đảm ổn định trở nên vô nghĩa. Do đó, tính khả thi đệ quy

(recursive feasibility) là điều kiện nền tảng của bộ điều khiển dự báo LMPC.

Định lý 2. Bằng việc chọn k_1 và k_2 đủ lớn, và bất phương trình dưới đây được thỏa mãn

$$\begin{aligned} u_{max} & \geq p_{3u} + \frac{\bar{c}}{\bar{m}_1} p_{2u} + \frac{\bar{g}}{\bar{m}_1} + k_2 + \|\Xi(0)\|_2 \\ & \quad + \beta \left(\alpha + \frac{\bar{c}}{\bar{m}_1} \right) \left(\|\Xi(0)\|_2 \right)^\alpha \\ & \quad + \alpha\beta^2 \left(\|\Xi(0)\|_2 \right)^{2\alpha-1} \end{aligned} \tag{25}$$

với $\Xi = \text{col}(s, e_1)$. Tính khả thi của bài toán điều khiển dự báo LMPC được đảm bảo, nghĩa là tồn tại ít nhất một luật điều khiển đảm bảo sự ổn định của hệ thống và tối thiểu hóa hàm chi phí J .

Chứng minh:

Xem xét hệ thống Stewart-Gough (5) với luật điều khiển bám phụ trợ (18). Do $\dot{V}_a \leq 0$, chúng ta có được $\Xi(t) \leq \Xi(0)$. Hơn thế nữa, ta cũng có:

$$\begin{aligned} \|e_1\| & \leq \|\Xi\| \leq \|\Xi(0)\| \\ \|s\| & \leq \|\Xi\| \leq \|\Xi(0)\| \end{aligned} \tag{26}$$

$$\|e_2\| \leq \|s\| + \beta \|e_1\|^\alpha \leq \|\Xi(0)\| + \beta \|\Xi(0)\|^\alpha$$

Do vậy, ta thu được

$$\begin{aligned} & \|h(\hat{x})\| \\ & = \left\| \begin{array}{l} \dot{x}_{2r} - [M(x_1)]^{-1} \left(\begin{array}{l} C(x_1, x_2)x_2 \\ + G(x_1) \end{array} \right) - e_1 \\ -\alpha\beta |e_1|^{\alpha-1} e_2 - k_1 s - k_2 s a T(s) \end{array} \right\| \\ & \leq \|\dot{x}_{2r}\| + \frac{\bar{c}}{\bar{m}_1} \|e_2 + x_{2r}\| + \frac{\bar{g}}{\bar{m}_1} \\ & \quad + \beta\alpha \|e_1\|^{\alpha-1} \|e_2\| + k_2 \\ & \quad + \|e_1\| \\ & \leq p_{3u} + \frac{\bar{c}}{\bar{m}_1} p_{2u} + \frac{\bar{g}}{\bar{m}_1} + k_2 + \|\Xi(0)\|_2 \\ & \quad + \beta \left(\alpha + \frac{\bar{c}}{\bar{m}_1} \right) \left(\|\Xi(0)\|_2 \right)^\alpha \\ & \quad + \alpha\beta^2 \left(\|\Xi(0)\|_2 \right)^{2\alpha-1} \end{aligned} \tag{27}$$

Một khi điều kiện (26) được thỏa mãn, ta luôn thu được $\|h(\hat{x})\| \leq u_{max}$ cho mọi khoảng thời gian. Ràng buộc này đảm bảo rằng mọi quỹ đạo dự báo trong bài toán điều khiển dự báo đều làm giảm hàm Lyapunov, tức là hệ thống ổn định. Khi đó, tồn tại ít nhất một luật điều khiển bám $h(\hat{x})$ đảm bảo sự ổn định của hệ thống theo như chứng minh Mục 4.1. Mặt khác, ta cũng có thể coi $h(\hat{x})$ còn là một nghiệm khả thi hợp lệ cho bài toán điều khiển dự báo. Tính khả thi của bài toán dự báo LMPC được đảm bảo.

5. KẾT QUẢ MÔ PHỎNG

Trong mục này, một mô phỏng hệ Stewart-Gough với luật điều khiển dự báo LMPC để xuất được thực hiện trên Matlab được đưa ra để xác nhận hiệu suất điều khiển vượt trội của bộ điều khiển đề xuất. Các tham số mô hình của robot Stewart-Gough được mô tả trong bảng 1. Các tham số vị trí kết nối các chân với bộ trên di động và bộ dưới cố định của hệ thống được trình bày ở bảng 2.

Bảng 1. Tham số mô hình của hệ Stewart-Gough

Tham số	Kí hiệu	Giá trị	Đơn vị
Khối lượng bộ trên	m	9	kg
Bán kính bộ dưới	r_B	0,33	m
Bán kính bộ trên	r_M	0,4	m
Momen quán tính bộ trên	$\text{diag}([I_x, I_y, I_z])$	$\text{diag}([0,12, 0,12, 0,24])$	kg.m^2

Bảng 2. Tham số vị trí kết nối các chân với bộ trên di động và bộ dưới cố định

Bộ trên	Giá trị	Bộ dưới	Giá trị
M_1	$[0,16, 0,16, -0,07]^T$	B_1	$[0,31, 0,08, 0,07]^T$
M_2	$[0,06, 0,21, -0,07]^T$	B_2	$[-0,08, 0,31, 0,07]^T$
M_3	$[-0,21, 0,06, -0,07]^T$	B_3	$[-0,23, 0,23, 0,07]^T$
M_4	$[-0,21, 0,06, -0,07]^T$	B_4	$[-0,2, -0,23, 0,07]^T$
M_5	$[0,06, -0,21, -0,07]^T$	B_5	$[-0,08, -0,31, 0,07]^T$
M_6	$[0,16, -0,16, -0,07]^T$	B_6	$[0,31, -0,08, 0,07]^T$

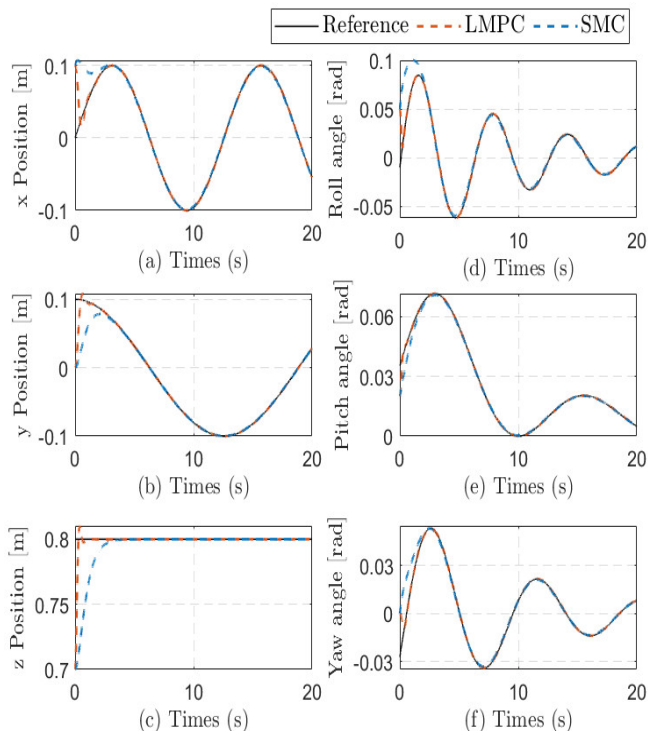
Tham số bộ điều khiển dự báo LMPC được thiết lập như bảng 3.

Bảng 3. Tham số điều khiển

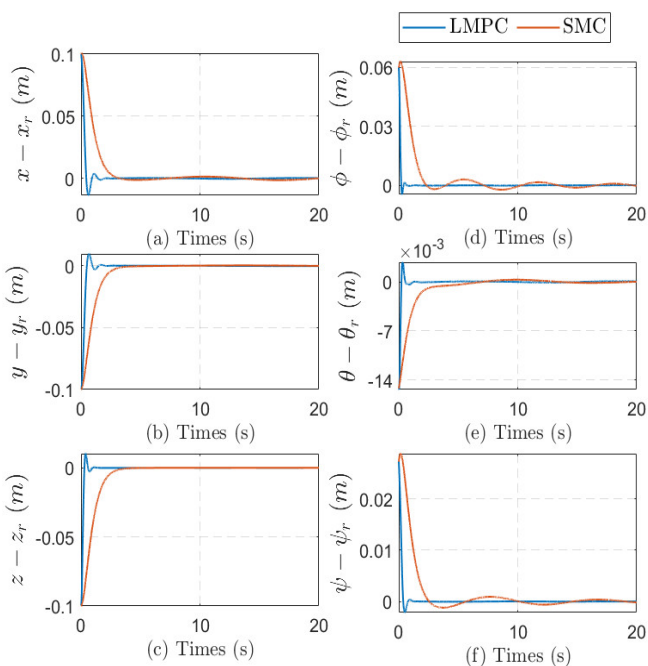
Tham số	Giá trị	Tham số	Giá trị
δ	0,2	N	10
Q	$10^4 \times \text{diag}([1,1,1,1,1,1])$	R	$10^{-2} \times \text{diag}([1,1,1,1,1,1])$
F_{\max}	$10^2 \times [2, 2, 2, 2, 2, 2]^T$ (Nm)	β	$\text{diag}(10, 10, 20, 5, 5, 5)$
k_f	$\text{diag}([5, 5, 10, 5, 5, 5])$		$10^{-2} \times \text{diag}([5, 5, 10, 5, 5, 5])$

Kết quả mô phỏng của bộ điều khiển dự báo LMPC được đề xuất (ký hiệu là LMPC) và bộ điều khiển trượt (ký hiệu là SMC) được trình bày trong hình 2 ÷ 4.

Đáp ứng vị trí và tư thế của hệ thống được minh họa trong hình 2. Có thể dễ dàng nhận thấy rằng bộ điều khiển LMPC đề xuất đạt được hiệu năng bám quỹ đạo vượt trội so với phương pháp SMC. Cụ thể, sơ đồ LMPC cho phép tất cả các sai số vị trí và tư thế hội tụ về không nhanh hơn, đồng thời độ quá điều chỉnh được giảm đáng kể.

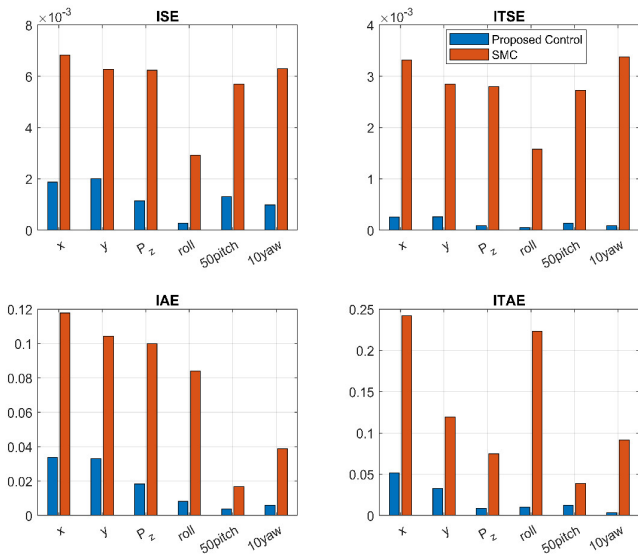


Hình 2. Đáp ứng vị trí và tư thế bộ trên di động

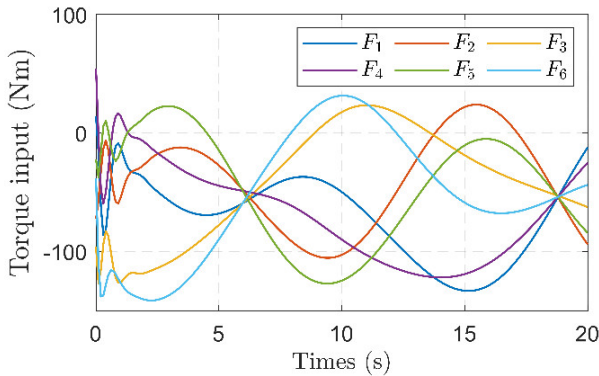


Hình 3. Sai lệch bám vị trí và tư thế của bộ trên di động

Ngược lại, phương pháp SMC xuất hiện sai số quá độ lớn hơn và dao động dư rõ rệt hơn, cho thấy tốc độ hội tụ chậm hơn và độ trơn của tín hiệu điều khiển bị suy giảm. Để làm rõ hơn sự khác biệt này, các sai số bám vị trí và tư thế được trình bày chi tiết trong hình 3. Các kết quả sai số bám quỹ đạo cho thấy LMPC đạt được chất lượng bám quỹ đạo tốt hơn so với bộ điều khiển SMC.



Hình 4. Chỉ tiêu đánh giá hiệu suất bám



Hình 5. Tín hiệu điều khiển

Hơn nữa, nhằm chứng minh ưu thế về hiệu năng bám, bốn chỉ số đánh giá hiệu năng, bao gồm tích phân sai số bình phương (ISE), tích phân sai số bình phương có trọng số thời gian (ITSE), tích phân sai số tuyệt đối (IAE) và tích phân sai số tuyệt đối có trọng số thời gian (ITAE), được sử dụng để so sánh, như thể hiện trong hình 4. Kết quả cho thấy, bộ điều khiển LMPC đề xuất đạt hiệu năng bám quỹ đạo vượt trội so với bộ điều khiển SMC.

Tín hiệu điều khiển lực được trình bày trong hình 5, trong đó tất cả các lực điều khiển đều được giới hạn và thỏa mãn điều kiện

$$F_i \leq F_{i,max} = 200 \text{ (N)} \tag{28}$$

Tổng quát lại, bộ điều khiển LMPC đề xuất không chỉ đảm bảo tính ổn định của hệ kín, mà còn cải thiện đáng kể độ chính xác bám và hiệu năng điều khiển tổng thể.

6. KẾT LUẬN

Nghiên cứu này tập trung giải quyết bài toán bám quỹ đạo tối ưu cho cơ cấu song song Stewart-Gough, có xét

đến các ràng buộc trạng thái và ràng buộc đầu vào. Trước những thách thức do tính phi tuyến mạnh của hệ thống cũng như khó khăn trong việc triển khai trực tiếp bộ điều khiển dự báo mô hình tiêu chuẩn, một chiến lược điều khiển dự báo mô hình dựa trên Lyapunov (LMPC) đã được đề xuất. Bằng cách tích hợp tường minh ràng buộc Lyapunov vào khung tối ưu dự báo, bộ điều khiển LMPC đề xuất đảm bảo tính khả thi đệ quy và tính ổn định của hệ kín. Các kết quả mô phỏng số được thực hiện trong môi trường MATLAB đã xác nhận tính hiệu quả và độ bền vững của phương pháp đề xuất, đồng thời cho thấy độ chính xác bám được cải thiện rõ rệt và hiệu năng điều khiển vượt trội so với các phương pháp điều khiển phi tuyến truyền thống, chẳng hạn như điều khiển trượt.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. "Parallel Robots: Mechanics and Control - Hamid D. Taghirad - Google Sách." Accessed: Dec. 22, 2025. [Online]. Available: https://books.google.com.vn/books?hl=vi&lr=&id=dj5IEQAAQBAJ&oi=fnd&pg=PP1&dq=H.+D.+Taghirad,+Parallel+robots:+mechanics+and+control.+CRC+press,+2013&ots=Ujhe7sDe4F&sig=UHS0C-0VJopenenXKG4tM8XwtaE&redir_esc=y#v=onepage&q=H.%20.%20Taghirad%2C%20Parallel%20robots%3A%20mechanics%20and%20control.%20CRC%20press%2C%202013&f=false
- [2]. P. V. Lukianov, V. V. Kabanyachyi, "Mathematical model of stable equilibrium operation of the flight simulator based on the Stewart platform," *Aviation*, 27, 2, 119-128, 2023. doi: 10.3846/AVIATION.2023.19264.
- [3]. K. Herbuś, P. Ociepa, "Integration of the virtual model of a Stewart platform with the avatar of a vehicle in a virtual reality," *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.*, 145, 4, p. 042018, 2016. doi: 10.1088/1757-899X/145/4/042018.
- [4]. G. Kazezkhani, B. Xiang, N. Wang, A. Yusup, "Dynamic modeling of the Stewart platform for the NanShan Radio Telescope," *Advances in Mechanical Engineering (Sage Publications Inc.)*, 12, 7, p. 1, 2020. doi: 10.1177/1687814020940072.
- [5]. V. Patel, S. Krishnan, A. Goncalves, K. Goldberg, "SPRK: A low-cost Stewart platform for motion study in surgical robotics," in *2018 International Symposium on Medical Robotics, ISMR 2018*, 1-6, Apr. 2018. doi: 10.1109/ISMR.2018.8333300.
- [6]. A. Şumnu, İ. H. Güzelbey, M. V. Çakir, "Simulation and PID control of a Stewart platform with linear motor," *Journal of Mechanical Science and Technology*, 31, 1, 345-356, 2017. doi: 10.1007/S12206-016-1238-7.
- [7]. C. Choubey, J. Ohri, "Tuning of LQR-PID controller to control parallel manipulator," *Neural Computing and Applications*, 34, 4, 3283-3297, 2021. doi: 10.1007/S00521-021-06608-0.
- [8]. Y. Zhou, J. She, F. Wang, M. Iwasaki, "Disturbance Rejection for Stewart Platform Based on Integration of Equivalent-Input- Disturbance and

Sliding-Mode Control Methods," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 28, 4, 2364-2374, 2023. doi: 10.1109/TMECH.2023.3237135.

[9]. W. Wang, Y. Ning, Y. Zhang, P. Xu, B. Li, "Linear active disturbance rejection control with linear quadratic regulator for Stewart platform in active wave compensation system," *Applied Ocean Research*, 156, p. 104469, 2025. doi: 10.1016/J.APOR.2025.104469.

[10]. Y. Cai, S. Zheng, W. Liu, Z. Qu, J. Zhu, J. Han, "Sliding-mode control of ship-mounted Stewart platforms for wave compensation using velocity feedforward," *Ocean Engineering*, 236, p. 109477, 2021. doi: 10.1016/J.OCEANENG.2021.109477.

[11]. D. V. Le, C. Ha, "Finite-Time Fault-Tolerant Control for a Stewart Platform Using Sliding Mode Control with Improved Reaching Law," *IEEE Access*, 10, 43284-43302, 2022. doi: 10.1109/ACCESS.2022.3165091.

[12]. M. Schwenzer, M. Ay, T. Bergs, D. Abel, "Review on model predictive control: an engineering perspective," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 117, 5, 1327-1349, 2021. doi: 10.1007/S00170-021-07682-3.

[13]. D. Q. Mayne, J. B. Rawlings, C. V. Rao, P. O. M. Scokaert, "Constrained model predictive control: Stability and optimality," *Automatica*, 36, 6, 789-814, 2000. doi: 10.1016/S0005-1098(99)00214-9.

[14]. N. Xavier, B. Bandyopadhyay, J. Rege, L. Watermann, "Robust Continuous Finite-Time Tracking Control with Finite-Time Observer for a Stewart Platform," in *2022 IEEE 17th International Conference on Advanced Motion Control (AMC)*, 306-310, 2022. doi: 10.1109/AMC51637.2022.9729266.

[15]. P. R. Kumar, A. K. Behera, B. Bandyopadhyay, "Robust finite-time tracking of stewart platform: A super-twisting like observer-based forward kinematics solution," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 64, 5, 3776-3785, 2017. doi: 10.1109/TIE.2017.2652341.

AUTHORS INFORMATION

**Tran Trung Kien¹, Dinh Gia Khiem², Le Viet Hong¹,
Nguyen Trung Kien¹, Nguyen Vu¹**

¹Academy of Military Science and Technology, Vietnam

²Faculty of Information Technology, University of Transport Technology, Vietnam