

NGHIÊN CỨU ẢNH HƯỞNG CỦA PHÂN BỐ TẢI TRỌNG NHIỆT ĐẾN TRƯỜNG ỨNG SUẤT VÀ BIẾN DẠNG VỎ TRỤ COMPOSITE LỚP TRÊN CƠ SỞ BIẾN DẠNG TRƯỢT BẬC CAO KIỂU QUASI-3D

STUDY ON THE EFFECT OF THERMAL LOAD DISTRIBUTION ON THE STRESS-STRAIN FIELDS OF LAYERED COMPOSITE CYLINDRICAL SHELLS BASED ON A HIGHER-ORDER SHEARDEFORMATION QUASI-3D THEORY

Nguyễn Trường Thanh^{1,*}

DOI: <https://doi.org/10.57001/huivh5804.2025.384>

TÓM TẮT

Bài báo nghiên cứu ảnh hưởng của sự phân bố tải trọng nhiệt theo chiều dày đến trường ứng suất của vỏ trụ composite lớp dựa trên lý thuyết biến dạng trượt bậc cao theo hướng giải tích. Một mô hình toán học và hệ phương trình vi phân điều khiển được thiết lập bằng nguyên lý công ảo khả dĩ, mô tả quan hệ giữa ứng suất, biến dạng và nhiệt độ. Phương pháp chuỗi lượng giác đơn kết hợp biến đổi Laplace được sử dụng để tìm nghiệm chính xác cho các điều kiện biên khác nhau. Chương trình tính toán được xây dựng nhằm kiểm chứng mô hình với dữ liệu công bố. Kết quả cho thấy phân bố nhiệt theo chiều dày ảnh hưởng mạnh đến trường ứng suất, đặc biệt tại khu vực biên, cung cấp cơ sở cho thiết kế kết cấu composite tối ưu.

Từ khóa: *Vỏ trụ composite lớp, trường ứng suất, ảnh hưởng của phân bố tải trọng nhiệt, biến dạng trượt bậc cao, tiếp cận giải tích.*

ABSTRACT

This study investigates the effect of thermal load distribution on the stress field of laminated composite cylindrical shells using an analytical approach based on higher-order shear deformation theory. A mathematical model and the corresponding system of equations for stress analysis under thermally distributed loads across the shell thickness are developed. A computational program is implemented, and the results are validated through comparison with published data. The developed model is then employed to examine the influence of thermal load distribution along the thickness direction on the stress response of laminated composite cylindrical shells.

Keywords: *Laminated composite cylindrical shell, effect of thermal load distribution, higher-order shear deformation, analytical approach.*

¹Viện Tên lửa, Viện Khoa học và Công nghệ Quân sự

*Email: thanhvtv2010@gmail.com

Ngày nhận bài: 24/8/2025

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 02/11/2025

Ngày chấp nhận đăng: 28/11/2025

1. GIỚI THIỆU

Lý thuyết tấm - vỏ cổ điển (CPT) và lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất (FSDT) được sử dụng rộng rãi trong phân tích kết cấu tấm - vỏ composite lớp do ưu điểm về tính đơn giản của mô hình và hệ phương trình tính toán. Nhiều nghiên cứu tiêu biểu như Reddy [7], Zenkour và Fares [11] đã phát triển các mô hình đàn nhiệt dựa trên FSDT cải tiến, trong đó phân bố nhiệt theo bề dày được giả thiết tuyến tính. Các công trình này chủ yếu tập trung phân tích đáp ứng đàn nhiệt của vỏ trụ composite lớp chịu tải trọng nhiệt và cơ học.

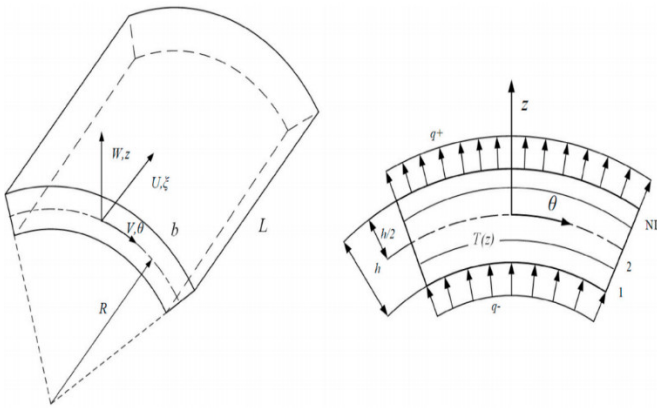
Tornabene và cộng sự [9] đã sử dụng FSDT để nghiên cứu tấm composite vuông và tròn với điều kiện biên tổng quát. Trong khi đó, các nghiên cứu dựa trên lý thuyết đàn nhiệt ba chiều 3D như của Bhaskar [1], Tungikar và Rao [10] cung cấp các lời giải chính xác hơn cho bài toán đàn nhiệt tấm composite trục hướng, với phân bố nhiệt được mô tả bằng phương trình truyền nhiệt và khai triển chuỗi lượng giác. Ngoài ra, Khdeir và Reddy [5], Khare và cộng sự [4] đã phát triển các mô hình đàn nhiệt bậc cao, trong đó các phương pháp như trạng thái không gian và lời giải Levy được áp dụng để giải hệ phương trình vi phân mô tả ứng xử đàn nhiệt của tấm - vỏ composite.

Tuy nhiên, phần lớn các công trình trên chủ yếu tập trung vào chuyển vị và ứng suất tại vị trí giữa của tấm - vỏ, trong khi trạng thái ứng suất tại khu vực biên chưa được nghiên cứu sâu. Do đó, nghiên cứu này sử dụng mô hình biến dạng trượt và pháp tuyến bậc cao của Doan và cộng sự [2, 3] đã xét đến ảnh hưởng của điều kiện biên để phân tích ứng suất vỏ trụ composite lớp chịu tác dụng của tải trọng nhiệt. Các phương trình cơ bản được thiết lập dựa trên nguyên lý công ảo khả dĩ và bài toán biên

được giải thông qua khai triển chuỗi lượng giác đơn kết hợp với phép biến đổi Laplace. Độ tin cậy của mô hình được kiểm chứng bằng cách so sánh kết quả chuyển vị và ứng suất với các mô hình lý thuyết hiện có. Ở đây, bài báo đi sâu vào phân tích ảnh hưởng của các dạng phân bố tải trọng nhiệt theo bề dày vỏ tới trường ứng suất - chuyển vị của vỏ trụ.

2. THIẾT LẬP MÔ HÌNH VÀ XÂY DỰNG PHƯƠNG TRÌNH TÍNH

Xét vỏ trụ tròn trong hệ tọa độ cong trục giao $O\xi\theta z$. Kết cấu vỏ trụ composite có n lớp, mỗi lớp là vật liệu composite cốt sợi đồng phương, có các thông số hình học như hình 1. Vỏ trụ có kích thước $R \times L \times h$ theo hình 1.



Hình 1. Mô hình vỏ trụ composite lớp và các hệ trục tọa độ

Theo [2], chuyển vị của vỏ thành dạng tổng, với $K_w \leq K$:

$$\begin{aligned} u(\xi, \theta, z) &= \sum_{k=0}^K u_k(\xi, \theta) \frac{z^k}{k!}, \quad v(\xi, \theta, z) = \sum_{k=0}^K v_k(\xi, \theta) \frac{z^k}{k!}, \\ w(\xi, \theta, z) &= \sum_{k=0}^{K_w} w_k(\xi, \theta) \frac{z^k}{k!}. \end{aligned} \quad (1)$$

trong đó, K : chỉ bậc của lý thuyết vỏ; K_w là bậc theo biến dạng pháp tuyến;

$u(\xi, \theta, z), v(\xi, \theta, z), w(\xi, \theta, z)$ là các thành phần chuyển vị 3D của điểm $P(\xi, \theta, z)$ từ khoảng cách z tới mặt trung hòa (ở đây giả thiết mặt trung hòa trùng với mặt trung bình, $z = 0$) theo các trục tọa độ;

u_0, v_0, w_0 : là các thành phần chuyển vị 2D của điểm P theo các trục tọa độ;

u_1, v_1, w_1 : góc xoay của mặt cắt ngang thành phần vỏ quanh trục θ, ξ, z ;

Các thành phần khác trong phương trình trường chuyển vị (1) như: $u_2, v_2, w_2, u_3, v_3, \dots$ là các chuyển vị bậc cao trong chuỗi phân tích Taylor;

2.1. Biến dạng và ứng suất vỏ composite lớp dưới tác dụng của tải trọng nhiệt

Mối quan hệ tuyến tính giữa các thành phần của trường biến dạng và trường chuyển vị của vỏ trụ trong hệ tọa độ trụ $O\xi\theta z$ theo [3], xác định theo công thức:

$$\{\epsilon\}_k = \{\epsilon_0\}_k + \{\epsilon_T\}_k \quad (2)$$

Ở đây, $\{\epsilon_0\}_k$ và $\{\epsilon_T\}_k$ lần lượt là biến dạng do tải trọng cơ và nhiệt của vỏ, với: $\{\epsilon_0\}_k = \{\epsilon_\xi, \epsilon_\theta, \epsilon_z, \gamma_{\xi\theta}, \gamma_{\theta z}, \gamma_{\xi z}\}_k^T$, trong đó:

$$\begin{aligned} \epsilon_\xi &= \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \xi}, \quad \epsilon_\theta = \frac{1}{R+z} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right), \\ \gamma_{\xi\theta} &= \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{1}{R+z} \frac{\partial u}{\partial \theta}, \\ \gamma_{\theta z} &= \frac{1}{R+z} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{v}{R+z}, \\ \gamma_{\xi z} &= \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \epsilon_z = \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial z}. \end{aligned} \quad (3)$$

Khi vỏ trụ làm việc trong giới hạn đàn hồi thiết lập được hệ phương trình đạo hàm riêng của nội lực suy rộng theo [3] được viết như sau:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_\xi^{(0)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{\theta\xi}^{(0)}}{\partial \theta} &= 0, \quad \frac{\partial N_{\xi\theta}^{(0)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_\theta^{(0)}}{\partial \theta} + \partial N_{\theta z}^{(0)} = 0, \\ \frac{\partial N_\xi^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{\theta\xi}^{(1)}}{\partial \theta} - R N_{\xi z}^{(0)} &= 0, \quad \frac{\partial N_{\xi\theta}^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_\theta^{(1)}}{\partial \theta} - R N_{\theta z}^{(0)} = 0, \\ \frac{\partial N_\xi^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{\theta\xi}^{(2)}}{\partial \theta} - R N_{\xi z}^{(1)} &= 0, \\ \frac{\partial N_{\xi\theta}^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_\theta^{(2)}}{\partial \theta} - R N_{\theta z}^{(1)} - \partial N_{\theta z}^{(2)} &= 0, \\ \frac{\partial N_\xi^{(3)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{\theta\xi}^{(3)}}{\partial \theta} - R N_{\xi z}^{(2)} &= 0, \\ \frac{\partial N_{\xi\theta}^{(3)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_\theta^{(3)}}{\partial \theta} - R N_{\theta z}^{(2)} - 2 N_{\theta z}^{(3)} &= 0, \\ \frac{\partial N_{\xi z}^{(0)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{\theta z}^{(0)}}{\partial \theta} - N_\theta^{(0)} - R p_0 &= 0, \\ \frac{\partial N_{\xi z}^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{\theta z}^{(1)}}{\partial \theta} - N_\theta^{(1)} - R N_z^{(0)} - R p_1 &= 0, \\ \frac{\partial N_{\xi z}^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{\theta z}^{(2)}}{\partial \theta} - N_\theta^{(2)} - R N_z^{(1)} - R p_2 &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Trong hệ phương trình (4), sử dụng các ký hiệu nội lực suy rộng như sau:

$$\begin{aligned}
& \left[N_{\xi}^{(0)} N_{\xi}^{(1)} N_{\xi}^{(2)} N_{\xi}^{(3)} \right] \\
&= \sum_{k=1}^{NL} \int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}} \sigma_{\xi}^{(k)} \left(1 + \frac{z}{R} \right) \left[1 \ z \ z^2/2 \ z^3/6 \right] dz, \\
& \left[N_{\theta}^{(0)} N_{\theta}^{(1)} N_{\theta}^{(2)} N_{\theta}^{(3)} \right] \\
&= \sum_{k=1}^{NL} \int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}} \sigma_{\theta}^{(k)} \left[1 \ z \ z^2/2 \ z^3/6 \right] dz, \\
& \left[N_{\theta}^{(0)} N_{\theta}^{(1)} N_{\theta}^{(2)} N_{\theta}^{(3)} \right] \\
&= \sum_{k=1}^{NL} \int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}} \sigma_{\theta}^{(k)} \left[1 \ z \ z^2/2 \ z^3/6 \right] dz, \\
& \left[N_z^{(0)} N_z^{(1)} \right] = \sum_{k=1}^{NL} \int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}} \sigma_z^{(k)} \left(1 + \frac{z}{R} \right) \left[1 \ z \right] dz, \\
& \left[N_{\theta\xi}^{(0)} N_{\theta\xi}^{(1)} N_{\theta\xi}^{(2)} N_{\theta\xi}^{(3)} \right] \\
&= \sum_{k=1}^{NL} \int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}} \tau_{\theta\xi}^{(k)} \left[1 \ z \ z^2/2 \ z^3/6 \right] dz, \\
& \left[N_{\xi\theta}^{(0)} N_{\xi\theta}^{(1)} N_{\xi\theta}^{(2)} N_{\xi\theta}^{(3)} \right] \\
&= \sum_{k=1}^{NL} \int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}} \tau_{\xi\theta}^{(k)} \left(1 + \frac{z}{R} \right) \left[1 \ z \ z^2/2 \ z^3/6 \right] dz, \\
& \left[N_{\xi z}^{(0)} N_{\xi z}^{(1)} N_{\xi z}^{(2)} \right] \\
&= \sum_{k=1}^{NL} \int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}} \tau_{\xi z}^{(k)} \left(1 + \frac{z}{R} \right) \left[1 \ z \ z^2/2 \right] dz, \\
& \left[N_{\tau\xi}^{(0)} N_{\tau\xi}^{(1)} N_{\tau\xi}^{(2)} N_{\tau\xi}^{(3)} \right] = \sum_{k=1}^{NL} \int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}} \Delta T \left(\begin{matrix} Q_{41}\alpha_{\xi} + Q_{42}\alpha_{\theta} \\ + Q_{43}\alpha_z + Q_{44}\alpha_{\xi\theta} \end{matrix} \right) \left(1 + \frac{z}{R} \right) \\
& \quad \times \left[1 \ z \ z^2/2 \ z^3/6 \right] dz \\
& \left[N_{\tau\theta}^{(0)} N_{\tau\theta}^{(1)} N_{\tau\theta}^{(2)} N_{\tau\theta}^{(3)} \right] \\
&= \sum_{k=1}^{NL} \int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}} \Delta T \left(\begin{matrix} Q_{41}\alpha_{\xi} + Q_{42}\alpha_{\theta} \\ + Q_{43}\alpha_z + Q_{44}\alpha_{\xi\theta} \end{matrix} \right) \left(1 + \frac{z}{R} \right) \\
& \quad \times \left[1 \ z \ z^2/2 \ z^3/6 \right] dz. \\
& p_i = q^+ \left(1 + \frac{h}{2R} \right) \frac{h^i}{2^i i!} + q^- \left(1 - \frac{h}{2R} \right) \frac{(-h)^i}{2^i i!}, \quad i=0,1,2.
\end{aligned} \tag{5}$$

Ở đây: $\Delta T(\xi, \theta, z) = T_0(\xi, \theta) + T_1(\xi, \theta) \frac{z}{h}$.

2.2. Phương pháp giải tích

Điều kiện biên trong các trường hợp:

$$\begin{aligned}
\text{Ngàm} \quad & u_0=0, u_1=0, u_2=0, u_3=0, v_0=0, v_1=0, \\
& v_2=0, v_3=0, w_0=0, w_1=0, w_2=0 \\
\text{Biên} \quad & N_{\xi}^{(0)}=0, N_{\xi}^{(1)}=0, N_{\xi}^{(2)}=0, N_{\xi}^{(3)}=0, v_0=0, \\
\text{tự do} \quad & v_1=0, v_2=0, v_3=0, w_0=0, w_1=0, w_2=0 \\
& N_{\xi}^{(0)}=0, N_{\xi}^{(1)}=0, N_{\xi}^{(2)}=0, N_{\xi}^{(3)}=0, N_{\theta}^{(0)}=0, \\
& N_{\theta}^{(1)}=0, N_{\theta}^{(2)}=0, N_{\theta}^{(3)}=0, N_z^{(0)}=0, N_z^{(1)}=0, N_z^{(2)}=0
\end{aligned} \tag{6}$$

Đặt chuyển vị và tải trọng dưới dạng khai triển chuỗi Fourie dạng:

$$\begin{aligned}
q^{\pm}(\xi, \theta) &= Q_0^{\pm}(\xi) + \sum_{m=1}^{\infty} Q_m^{\pm}(\xi) \sin \varphi_m \theta, \\
u_i(\xi, \theta) &= U_{i0}(\xi) + \sum_{m=1}^{\infty} U_{im}(\xi) \sin \varphi_m \theta, \\
v_i(\xi, \theta) &= V_{i0}(\xi) - \sum_{m=1}^{\infty} V_{im}(\xi) \cos \varphi_m \theta, \\
w_j(\xi, \theta) &= W_{j0}(\xi) + \sum_{m=1}^{\infty} W_{jm}(\xi) \sin \varphi_m \theta, \\
\varphi_m &= \frac{m\pi}{\theta_0}, \quad i=0,1,2,3; j=0,1,2.
\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
T_0 &= T_{00}(\xi) + \sum_{m=1}^{\infty} T_{0m}(\xi) \sin \varphi_m \theta, \\
T_1 &= T_{10}(\xi) + \sum_{m=1}^{\infty} T_{1m}(\xi) \sin \varphi_m \theta,
\end{aligned}$$

Hệ phương trình cân bằng (4) cho ta hệ 11 phương trình vi phân đạo hàm riêng đối với 11 chuyển vị u_k, v_k, w_k và có bậc bằng 22. Giải hệ phương trình trên, ta nhận được nghiệm tổng quát có chứa các hằng số tích phân, các hằng số này tìm được từ các điều kiện biên (6).

Thay biểu thức nghiệm tìm được đối với chuyển vị vào các công thức (7) cho ta biến dạng của vỏ. Để tìm các ứng suất $\sigma_{\xi}, \sigma_{\theta}, \tau_{\xi\theta}$ ta sử dụng công thức định luật Hooke, các ứng suất cắt tìm được bằng cách tích phân phương trình cân bằng của lý thuyết đàn hồi 3D (8):

$$\begin{aligned}
\tau_{\xi z} &= -\frac{1}{R+z} \int_{-h/2}^z \left[\left(1 + \frac{z}{R} \right) \frac{\partial \sigma_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tau_{\xi\theta}}{\partial \theta} \right] dz, \\
\tau_{\theta z} &= -\frac{R}{(R+z)^2} \int_{-h/2}^z \left[\left(1 + \frac{z}{R} \right) \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial \theta} + \left(1 + \frac{z}{R} \right)^2 \frac{\partial \tau_{\xi\theta}}{\partial \xi} \right] dz, \\
\sigma_z &= -\frac{1}{R+z} \int_{-h/2}^z \left[\left(1 + \frac{z}{R} \right) \frac{\partial \tau_{\xi z}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} - \sigma_{\theta} \right] dz + \frac{R-h/2}{R+z} q^-.
\end{aligned} \tag{8}$$

3. KHẢO SÁT ẢNH HƯỞNG CỦA PHÂN BỐ TẢI TRỌNG NHIỆT

3.1. So sánh kiểm chứng

Xét vỏ trụ composite lớp với tựa đơn hai đầu chịu tác dụng của tải trọng nhiệt độ phân bố theo quy luật hình sin. Các thông số đầu vào để tính toán lấy theo tài liệu [4, 5] của Khare, cụ thể như sau: Thông số hình học: tỉ số chiều dài và chiều rộng $b/L = 1$, tỉ số bán kính và chiều dày $S = R/h = 10$, tỉ số bán kính và chiều dài nhận các giá trị khác nhau:

$$E_1/E_2 = 25, E_3/E_2 = 1, G_{13}/E_2 = G_{12}/E_2 = 0,5, \\ G_{23}/E_2 = 0,2, \nu_{12} = \nu_{23} = \nu_{13} = 0,25, \alpha_2/\alpha_1 = \alpha_3/\alpha_1 = 3.$$

Hàm thay đổi nhiệt độ theo chiều dày vỏ được xác định theo quy luật sau:

$$\Delta T = \left(T_0 + \frac{z}{h} T_1 \right) \cos \frac{\pi \xi}{\xi_0} \sin \frac{\pi \theta}{\theta_0} \text{ với } T_1 = 1 \text{ và } T_0 = 0.$$

Kết quả tính toán độ võng không thứ nguyên $\bar{w}$ với các tỉ lệ R/a khác nhau nhận được trong công trình này và so sánh với các kết quả tài liệu [4, 5], được trình bày trong bảng 1. Ở đây, độ võng không thứ nguyên $\bar{w}$ được xác định thông qua độ võng của vỏ bởi công thức sau:

$$\bar{w} = \frac{w(\xi/2, \theta/2, 0)}{\alpha_1 T_1 L^2}.$$

Nhận xét: Các kết quả tính toán cho kết quả phù hợp với các kết quả tính toán của Khdeir và cộng sự [5]. Ngoài ra, sai số tính toán nhận được trong công trình này so với

các kết quả tính toán theo lý thuyết cắt bậc cao được trình bày bởi Khdeir và cộng sự [5] và Khare và cộng sự [4] không vượt quá 0,8%. Các phân tích ở trên chứng tỏ mô hình lý thuyết và phương pháp tính toán sử dụng trong nghiên cứu.

Bảng 1. Độ võng $\bar{w}$ không thứ nguyên theo tại vị trí giữa của vỏ composite lớp chịu tải trọng hình sin bên trong ($L/R = 4; S = R/h; m = 1; n = 4$)

	R/a	Khdeir và cộng sự [5]			HOST12 bởi Khare và cộng sự [4]	Nghiên cứu này
		CST	FSDT	HSDT		
[0/90°]	5	1,1280	1,1248	1,1235	1,1261	1,1263
	10	1,1447	1,1439	1,1421	1,1434	1,1443
	50	1,1501	1,1501	1,1482	1,1493	1,1502
[0/90°] _s	5	1,0247	1,0215	1,0216	1,0224	1,0151
	10	1,0310	1,0302	1,0303	1,0299	1,0225
	50	1,0331	1,0330	1,0332	1,0325	1,0250

Xét các trường hợp vỏ trụ composite lớp có: $S = 20$; $L/R = 4$; $R = 1$; Vỏ trụ composite lớp hai đầu ngàm (C-C); vỏ chịu tải trọng nhiệt độ gây biến dạng toàn vỏ tăng ΔT . Các lớp của vỏ đều là vật liệu Gr.Ep_AS.

3.2. Vỏ chịu tải nhiệt độ phân bố đều theo chiều dày

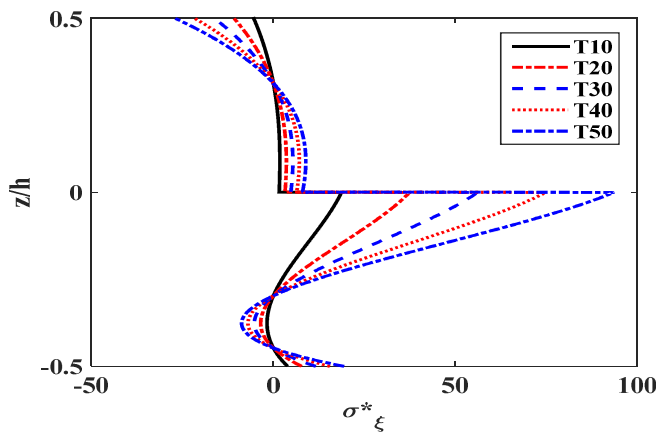
Xét các trường hợp vỏ trụ composite lớp có: $S = 20$; $L/R = 4$; $R = 1$; Vỏ trụ composite lớp hai đầu ngàm (C-C); các lớp của vỏ đều là vật liệu Gr.Ep_AS. Khi vỏ trụ composite lớp chịu tác dụng nhiệt độ phát sinh biến dạng cho thay đổi theo các trường hợp với: $\Delta T = [10 \div 50]K$.

Bảng 2. Chuyển vị và ứng suất của vỏ trụ composite lớp, [0/90°]

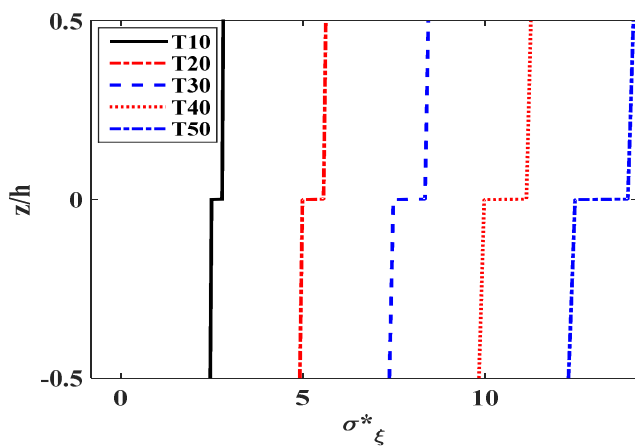
ΔT	w^* $\left(\frac{\xi}{2}, \frac{\theta}{2} \right)$ (0)	σ_ξ^* $\left(\frac{\xi}{2}, \frac{\theta}{2} \right)$ ($\pm h/2$)	σ_θ^* $\left(\frac{\xi}{2}, \frac{\theta}{2} \right)$ ($\pm h/2$)	σ_z^* $\left(\frac{\xi}{2}, \frac{\theta}{2} \right)$ ($\pm h/4$)	σ_ξ^* $\left(\xi, \frac{\theta}{2} \right)$ ($\pm h/2$)	σ_θ^* $\left(\xi, \frac{\theta}{2} \right)$ ($\pm h/2$)	$\tau_{\xi z}^*$ $\left(\xi, \frac{\theta}{2} \right)$ ($\pm h/3$)	σ_z^* $\left(\xi, \frac{\theta}{2} \right)$ ($\pm h/4$)
10	0,29306	2,8181 2,4614	7,8862 2,8798	-0,0631 0,1090	-5,3918 3,8886	-2,4244 0,1493	-216,8297 -38,4563	-133,2521 -5,3192
20	0,58612	5,6362 4,9228	15,7724 5,7597	-0,1263 0,2181	-10,7836 7,7773	-4,8488 0,2986	-433,6595 -76,9127	-266,5042 -10,6385
30	0,87917	8,4543 7,3843	23,6586 8,6395	-0,1894 0,3271	-16,1754 11,6659	-7,2731 0,4479	-650,4892 -115,3690	-399,7564 -15,9577
40	1,17223	11,2724 9,8457	31,5448 11,5194	-0,2525 0,4361	-21,5673 15,5546	-9,6975 0,5972	-867,3189 -153,8254	-533,0085 -21,2770
50	1,46529	14,0905 12,3071	39,4310 14,3992	-0,3156 0,5451	-26,9591 19,4432	-12,1219 0,7464	-1084,15 -192,28	-666,2606 -26,5962

Kết quả tính toán chuyển vị và ứng suất của vỏ composite hai lớp $[0/90^\circ]$ được thể hiện ở hình 2 và trong bảng 1, theo công thức (9).

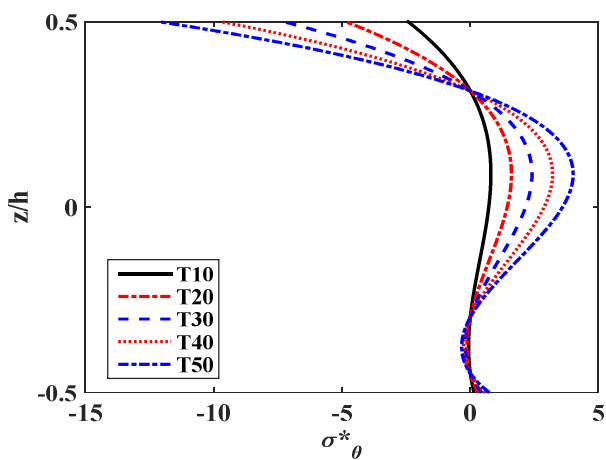
$$w^* = w \times 10^4; (\sigma_\xi^*, \sigma_\theta^*, \tau_{\xi\theta}^*, \sigma_z^*) = \frac{(\sigma_\xi, \sigma_\theta, \tau_{\xi\theta}, \sigma_z)}{10^6} \quad (9)$$



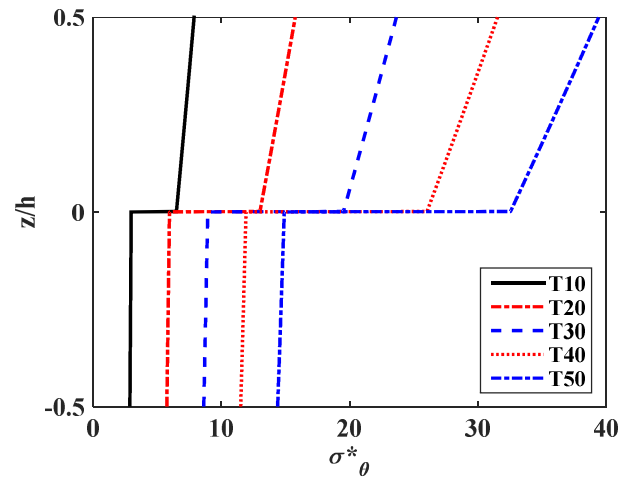
a1) Ứng suất σ_ξ^* tại vị trí biên



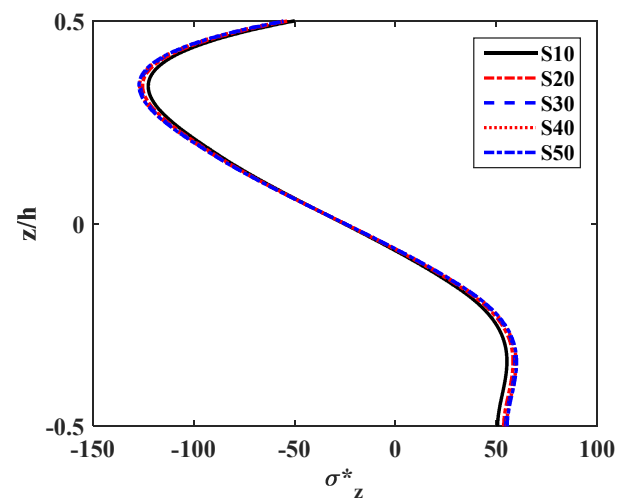
a2) Ứng suất σ_ξ^* tại $\xi = \xi_0/2$



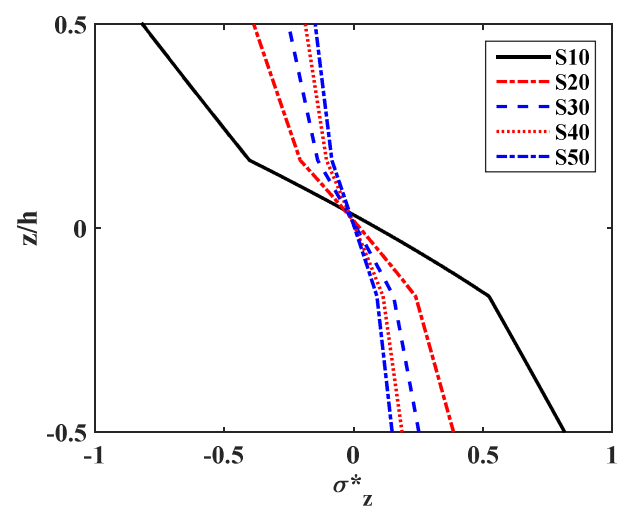
b1) Ứng suất σ_θ^* tại vị trí biên



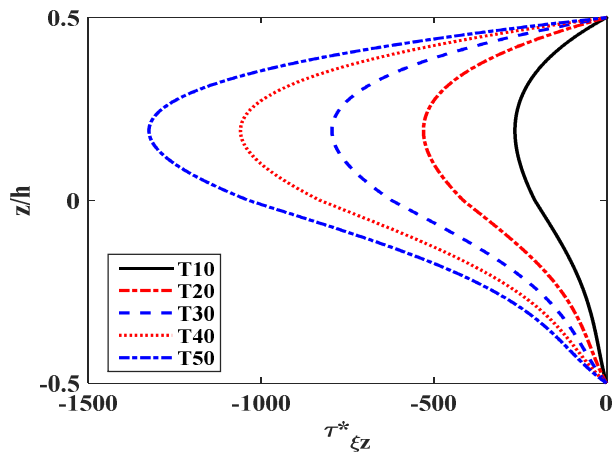
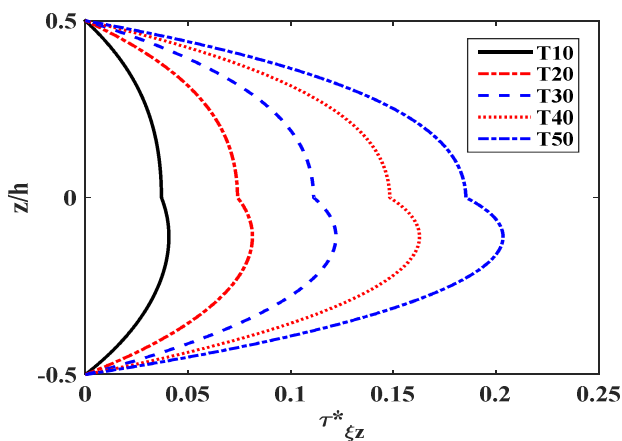
b2) Ứng suất σ_θ^* tại $\xi = \xi_0/2$



c1) Ứng suất σ_z^* tại vị trí biên



c2) Ứng suất σ_z^* tại $\xi = \xi_0/2$

d1) Ứng suất $\tau_{\xi z}^*$ tại vị trí biênd2) Ứng suất $\tau_{\xi z}^*$ tại vị trí cách biên 5hHình 2. Biểu đồ phân bố ứng suất trong vỏ trụ composite lớp, $[0/90^\circ]$ Bảng 3. Chuyển vị và ứng suất của vỏ trụ composite lớp, $[0/90^\circ/0]$

T0	w^* $\left(\frac{\xi}{2}, \frac{\theta}{2}\right)$ (0)	σ_ξ^* $\left(\frac{\xi}{2}, \frac{\theta}{2}\right)$ ($\pm h/2$)	σ_θ^* $\left(\frac{\xi}{2}, \frac{\theta}{2}\right)$ ($\pm h/2$)	σ_z^* $\left(\frac{\xi}{2}, \frac{\theta}{2}\right)$ ($\pm h/4$)	σ_ξ^* $\left(\xi, \frac{\theta}{2}\right)$ ($\pm h/2$)	σ_θ^* $\left(\xi, \frac{\theta}{2}\right)$ ($\pm h/2$)	$\tau_{\xi z}^*$ $\left(\xi, \frac{\theta}{2}\right)$ ($\pm h/3$)	σ_z^* $\left(\xi, \frac{\theta}{2}\right)$ ($\pm h/4$)
5	0,24893	0,0527 2,4743	0,2390 2,8682	0,3343 -0,5075	-9,0423 -4,6641	-0,3471 -0,1791	-4,8853 -4,3534	1,1803 -1,8830
10	0,49786	0,1053 4,9485	0,4780 5,7364	0,6685 -1,0150	-18,085 -9,3283	-0,6943 -0,3581	-9,7706 -8,7068	2,3607 -3,7660
15	0,74678	0,1580 7,4228	0,7170 8,6046	1,0028 -1,5225	-27,127 -13,992	-1,0414 -0,5372	-14,656 -13,060	3,5410 -5,6491
20	0,99571	0,2107 9,8968	0,9560 11,4728	1,3370 -2,0300	-36,169 -18,656	-1,3886 -0,7162	-19,541 -17,414	4,7214 -7,5321
25	1,24464	0,2634 12,371	1,1950 14,3410	1,6713 -2,5376	-45,211 -23,320	-1,7357 -0,8953	-24,426 -21,767	5,9017 -9,4152

* Nhận xét:

- Nhiệt độ làm tăng ứng suất của kết cấu vỏ, cứ tăng 10° làm tăng độ võng lên khoảng 20% trong khi tải trọng cơ không đổi.

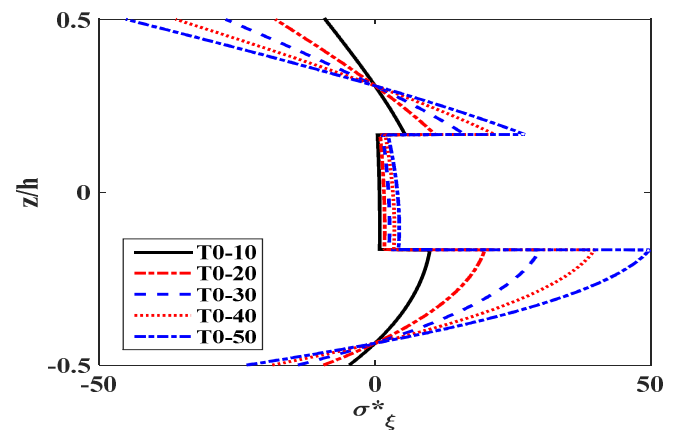
- Nhiệt độ càng tăng hiện tượng gia tăng một số thành phần ứng suất tại biên càng lớn.

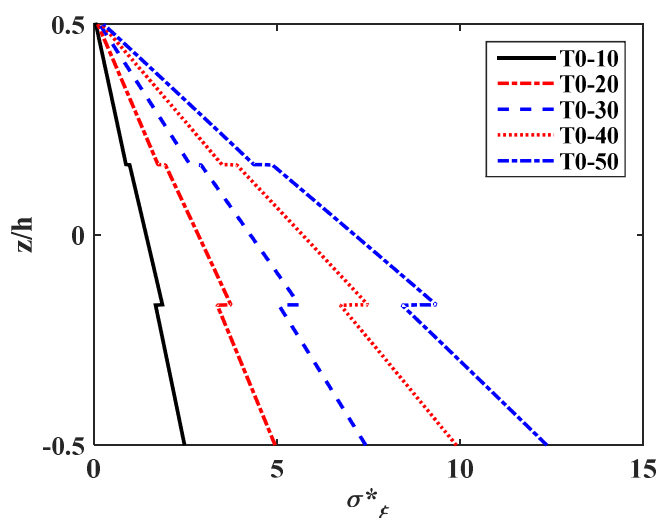
3.3. Vỏ chịu tải nhiệt độ phân bố tuyến tính theo chiều dày

Xét vỏ trụ composite lớp chịu tác dụng tải trọng nhiệt độ phát sinh biến dạng cho thay đổi theo mỗi trường hợp

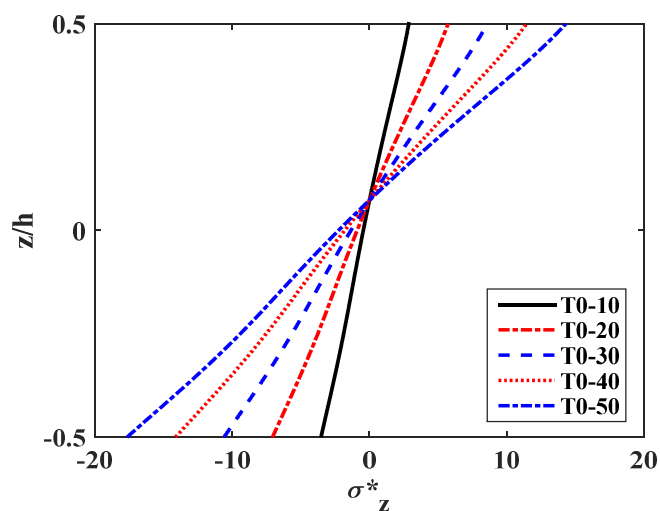
với: $\Delta T = T_0 \left(-\frac{z}{h} + 1 \right)$; $T_0 = [10 \div 50]^\circ\text{C}$.

Kết quả tính toán chuyển vị và ứng suất vỏ trụ là vật liệu composite ba lớp $[0/90^\circ/0]$, được biểu thị theo hình 3 và bảng 3, số liệu được tính theo công thức (9).

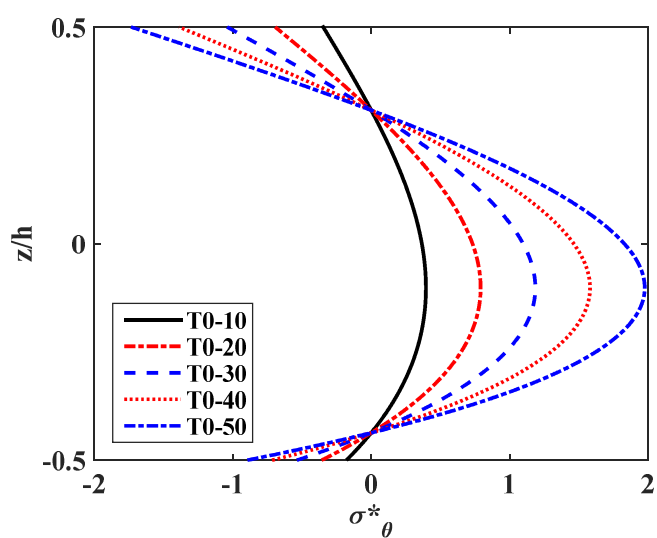
a1) Ứng suất σ_ξ^* tại vị trí biên



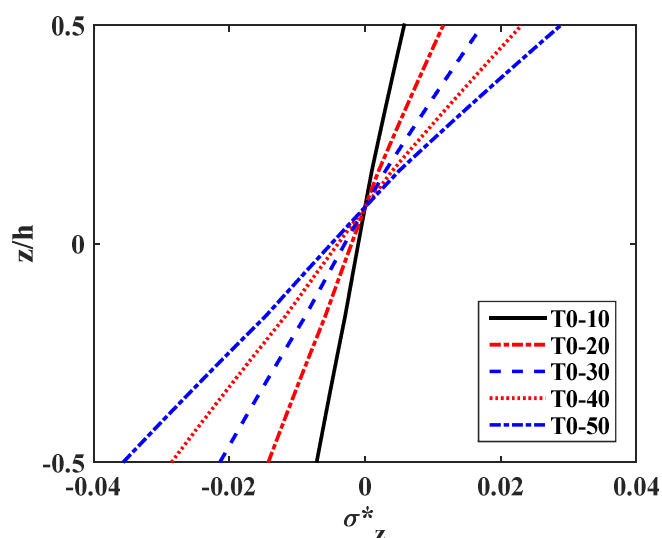
a2) Ứng suất σ_{ξ}^* tại $\xi = \xi_0/2$



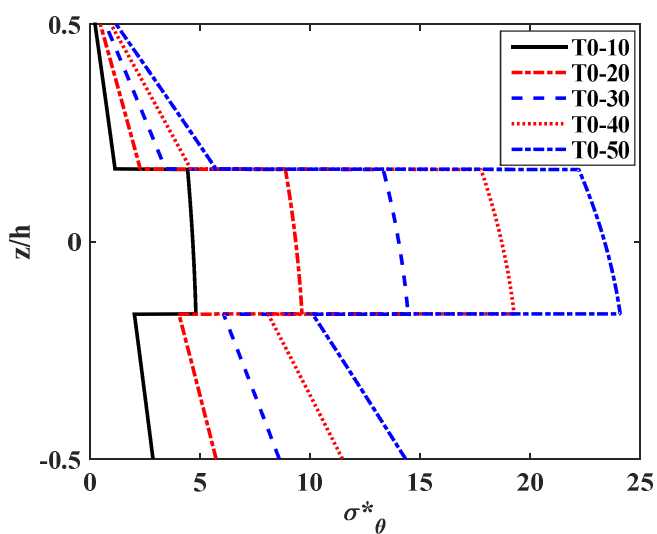
c1) Ứng suất σ_z^* tại vị trí biên



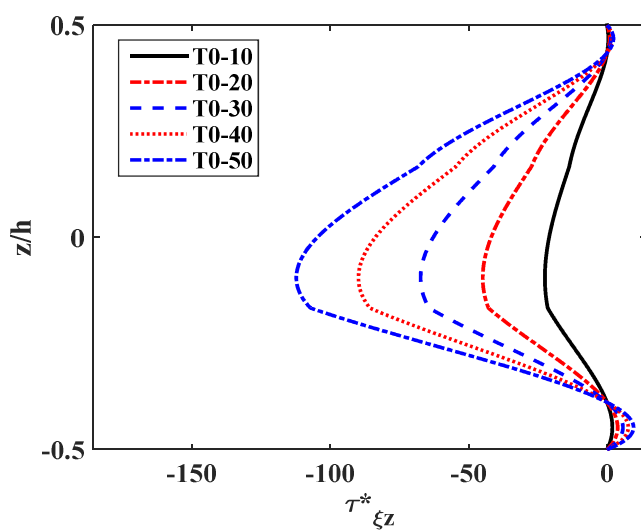
b1) Ứng suất σ_{θ}^* tại vị trí biên



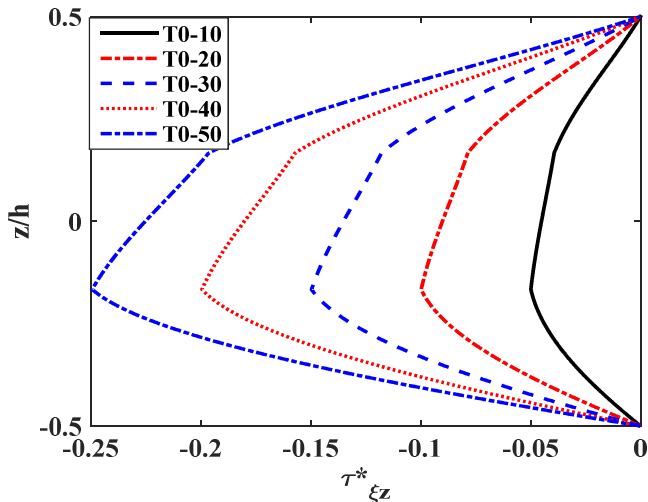
c2) Ứng suất σ_z^* tại $\xi = \xi_0/2$



b2) Ứng suất σ_{θ}^* tại $\xi = \xi_0/2$



d1) Ứng suất τ_{ξ}^* tại vị trí biên



d2) Ứng suất τ_{xz}^* tại vị trí cách biên 5h

Hình 3. Biểu đồ phân bố ứng suất trong vỏ composite lớp, $[0/90^0/0]$

Nhận xét:

- Ứng suất của kết cấu vỏ tăng lên khi nhiệt độ tăng;
- Vùng ứng suất mạnh tại biên tăng mạnh khi nhiệt độ tăng lên. Trong đó, ứng suất pháp σ_z^* và ứng suất tiếp τ_{xz}^* tại lớp giáp lớp vỏ thành ngoài (trong khoảng từ $h/3$ đến $h/2$) tăng mạnh hơn vùng lớp thành trong vỏ.

4. KẾT LUẬN

Trên cơ sở tính toán lý thuyết và các ví dụ khảo sát ảnh hưởng của các dạng phân bố tải trọng nhiệt đến trường ứng suất của vỏ trụ composite lớp như sau:

- Trường ứng suất của kết cấu vỏ tăng lên khi nhiệt độ tăng;
- Trong hai trường hợp phân bố đều và phân bố tuyến tính cùng nhiệt độ bề mặt trong là 50°C thì các thành phần của trường ứng suất trong trường hợp phân bố đều lớn hơn trường hợp phân bố tuyến tính theo chiều dày khi nhiệt độ giảm dần từ trong ra ngoài (phù hợp với thực tế là tải nhiệt trường hợp phân bố đều lớn hơn phân bố tuyến tính);
- Thành phần ứng suất tiếp tại biên tăng đột biến khi nhiệt độ tăng lên điều này có thể dẫn đến hiện tượng trượt giữa các lớp gây ra hiện tượng nứt vỏ trụ tại vị trí biên (vùng ứng suất mạnh).
- Tại những vùng xa biên ngàm (vùng ứng suất - biến dạng biến hình) có thể bỏ qua ảnh hưởng của các thành phần ứng suất pháp ngang.

Kết quả nghiên cứu nhận được có ý nghĩa rất quan trọng trong thực tiễn thiết kế, chế tạo, cũng như khai thác kết cấu vỏ trụ composite lớp.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. K. Bhaskar, T.K. Varadan, J.S.M. Ali, "Thermoelastic Solutions for Orthotropic and Anisotropic Composite Laminates," *Compos. Part B Eng.*, 27, 415-420, 1996.
- [2]. Doan TN, et al., "Analysis of stress concentration phenomenon of cylinder laminated shells using higher-order shear deformation Quasi-3D theory," *Composite Structures*, 232:111526, 2020.
- [3]. Doan TN, Thanh NT, "Thermoelastic response and boundary effect of cross-ply laminated cylindrical shells based on a quasi-3D type higher-order shear deformation theory," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 198:104534, 2021.
- [4]. Khare, Kant, Garg, "Closed-Form Thermo-Mechanical Solutions of Higher-Order Theories of CrossPly Laminated Shallow Shells," *Compos. Struct.*, 59, 313-340, 2003.
- [5]. Khdeir AA, Reddy JN, "Thermal stresses and deflections of cross-ply laminated plates using refined plate theories," *J Therm Stresses*, 14:419-38, 1991.
- [6]. Ootao Y, Tanigawa Y, Miyatake K, "Transient Thermal Stresses of a Cross-Ply Laminated Cylindrical Shell Using a Higher-Order Shear Deformation Theory," *Journal of Thermal Stresses*, 2009.
- [7]. Reddy JN, *Mechanics of laminated composite plate and shell theory and analysis, second edition*. CRC Press, 2004.
- [8]. Klaus Rohwer, Raimund Rolfes, Holger Sparr, "Higher-order theories for thermal stresses in layered plates," *International Journal of Solids and Structures*, 38, 21, 2001.
- [9]. Tornabene, Liverani, Caligiana, "Laminated composite rectangular and annular plates: A GDQ solution for static analysis with a posteriori shear and normal stress recovery," *Composites Part B: Engineering*, 43(4), 1847-1872, 2012.
- [10]. Tungikar VB, Rao KM, "Three Dimensional Exact Solution of Thermal Stresses in Rectangular Composite Laminate," *Compos. Struct.*, 27, 4, 419-430, 1994.
- [11]. Zenkour AM, Fares ME, "Thermal bending analysis of composite laminated cylindrical shells using a refined first-order theory," *J Therm Stresses*, 23:505-26, 2000.

AUTHOR INFORMATION

Nguyen Truong Thanh

Rocket Institute, Academy of Military Science and Technology, Vietnam