

NGHIÊN CỨU UỐN TĨNH CỦA TẤM FGM CÓ VẬT LIỆU PHÂN BỐ KHÔNG LIÊN TỤC

STATIC BENDING STUDIES OF FGM PLATES WITH DISCONTINUOUS MATERIAL DISTRIBUTION

Đào Văn Vượng^{1,*}

DOI: <http://doi.org/10.57001/huih5804.2025.123>

TÓM TẮT

Trên cơ sở của phương pháp phần tử hữu hạn, bài báo này trình bày nghiên cứu đáp ứng uốn của tấm composite có cơ tính biến thiên (FGM) chịu tải trọng tĩnh tựa trên nền đàn hồi hai hệ số. Điều thú vị của nghiên cứu này là tấm được tạo ra từ hai loại vật liệu là gốm và kim loại, nhưng thành phần các vật liệu này không phân bố liên tục theo chiều dày tấm, điều này làm cho cơ tính biến đổi theo chiều dày tấm cũng không liên tục. Các biểu thức tính toán được xây dựng trên cơ sở lý thuyết biến dạng cắt kiểu mới, nguyên lý công khả dĩ được áp dụng để tìm ra các phương trình cân bằng cho tấm FGM. Bài báo tiến hành so sánh với các kết quả đã có, từ đó chứng minh sự tin cậy của lý thuyết tính toán, sau đó bài báo khảo sát ảnh của một số tham số hình học, vật liệu, điều kiện biên, nền đàn hồi đến chuyển vị uốn của tấm FGM, các kết quả thu được từ nghiên cứu này là tài liệu khoa học tham chiếu đối với các kỹ sư thiết kế, chế tạo kết cấu dạng tấm FGM trong thực tế.

Từ khóa: Uốn của tấm composite, cơ tính biến thiên, nền đàn hồi, phương pháp phần tử hữu hạn.

ABSTRACT

Based on the finite element method, this paper presents a study on the flexural response of a composite plate with variable mechanical properties (FGM) subjected to static loading on a two-factor elastic foundation. The interesting thing about this study is that the plate is made of two types of materials, ceramic and metal, but the composition of these materials is not distributed continuously along the plate thickness, which makes the mechanical properties change discontinuously along the plate thickness. The calculation expressions are built on the basis of the new shear deformation theory, the principle of possible work is applied to find the equilibrium equations for the FGM plate. The paper compares with existing results, thereby proving the reliability of the calculation theory. Then, the paper examines images of some geometric parameters, materials, boundary conditions, elastic foundations to the bending displacement of FGM plates. The results obtained from this study are scientific reference documents for engineers designing and manufacturing FGM plate structures in practice.

Keywords: Bending of composite plates, mechanical properties of variations, elastic foundations, finite element method.

¹Viện Thuốc phóng - Thuốc nổ, Tổng cục Công nghiệp Quốc phòng

*Email: vuong.mta@gmail.com

Ngày nhận bài: 15/02/2025

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 25/3/2025

Ngày chấp nhận đăng: 28/5/2025

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

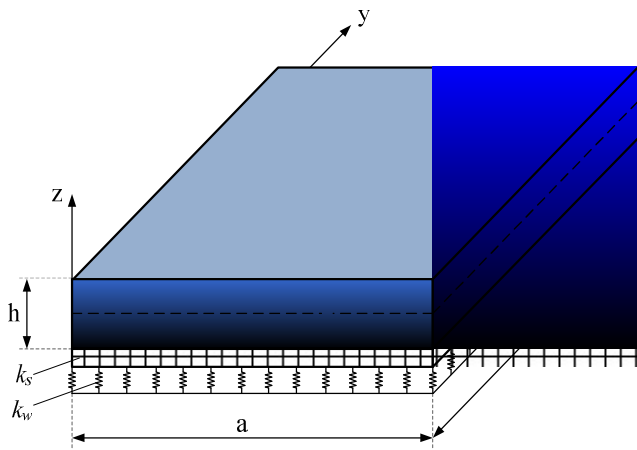
Ngày nay, vật liệu có cơ tính biến thiên (FGM) ngày càng được các nhà khoa học sử dụng rộng rãi trong thực tế kỹ thuật, người ta có thể tìm thấy vật liệu cơ tính biến thiên trong các loa phụt của động cơ tên lửa, chân vịt của ngành đóng tàu, hay vách ngăn trong các lò phản ứng hạt nhân,... Đây đều là những kết cấu chịu được nhiệt độ cao, chịu được ma sát và mài mòn lớn, có khả năng chống lại

các tia bức xạ, nhất là bức xạ hạt nhân. Để đạt được khả năng đặc biệt này, vật liệu cơ tính biến thiên có thành phần chủ yếu là gốm và kim loại, hai thành phần này được pha trộn theo một quy luật nhất định, điều này đảm bảo vật liệu FGM vừa có những tính năng đặc biệt của gốm, vừa dẻo và đảm bảo tạo hình tốt của kim loại. Làm cho vật liệu FGM có cả ưu điểm của hai vật liệu thành phần. Để giúp cho công việc thiết kế, chế tạo các sản phẩm thực

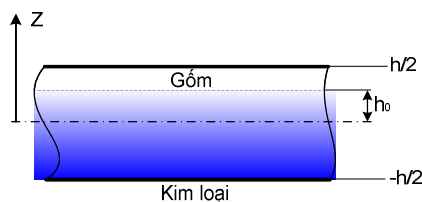
tế từ vật liệu FGM, cần phải có nghiên cứu toàn diện trên tất cả các lĩnh vực của loại vật liệu này như về phương pháp chế tạo, tỷ lệ vật liệu tối ưu, tối ưu hóa về mặt hình học của kết cấu,... Trong đó, nghiên cứu để chỉ ra đáp ứng cơ học của các kết cấu làm từ vật liệu FGM là một yêu cầu cấp thiết, và sự cấp thiết này đã thu hút đông đảo sự quan tâm của các nhà khoa học tính toán, nghiên cứu, phân tích đáp ứng tĩnh và động dưới nhiều phương diện, nhiều cách tiếp cận và nhiều phương pháp tính khác nhau, người đọc có thể xem các kết quả đã công bố trong các công trình [1-7].

Trong trường hợp lý tưởng, các thành phần vật liệu gốm và kim loại biến đổi theo hàm số nào đó, điều này đảm bảo cơ tính vật liệu biến thiên liên tục từ mặt này đến mặt kia của kết cấu. Tuy nhiên, do sai số chế tạo hoặc do muốn tăng cường thành phần của loại vật liệu nào đó, các nhà khoa học có thể tạo ra loại vật liệu FGM có tỷ lệ thành phần không liên tục, điều này làm cho cơ tính của vật liệu FGM gây khúc, và lúc này đáp ứng cơ học của kết cấu FGM cũng không giống các kết quả thông thường. Do vậy, nghiên cứu này quyết định sử dụng phương pháp mô phỏng số để giải quyết bài toán uốn của tấm FGM tựa trên nền đàn hồi hai hệ số, vật liệu bất liên tục theo chiều dày tấm.

2. MÔ HÌNH BÀI TOÁN VÀ LỜI GIẢI



Hình 1. Mô hình tấm FGM đặt trong hệ trục tọa độ



Hình 2. Sự phân bố vật liệu tấm FGM theo chiều dày

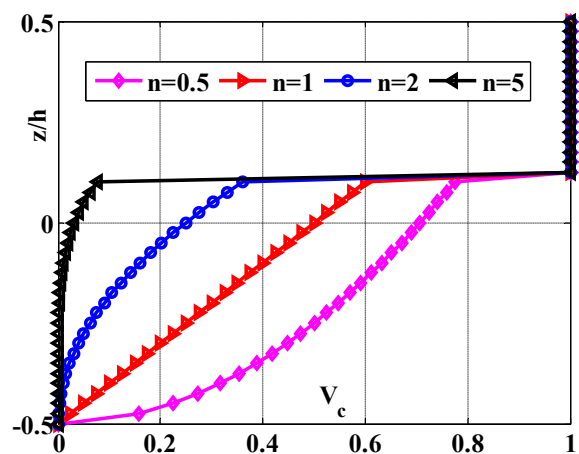
Mô hình tấm FGM tựa trên nền đàn hồi hai hệ số được cho như trên hình 1, hệ tọa độ Oxyz được đặt vào tấm để

thuận lợi biểu diễn, các tham số hình học của tấm FGM gồm các cạnh a và b, chiều dày tấm h.

Tấm FGM chịu tác dụng của lực vuông góc với mặt phẳng tấm, điều này làm cho tấm chịu uốn, và nhiệm vụ đặt ra cho nghiên cứu này là giải quyết bài toán uốn của tấm có mô hình như trên hình 1.

Tấm FGM được tạo ra bởi gốm và kim loại với tỷ lệ thể tích tương ứng là V_c và V_m , liên hệ giữa hai thành phần này có dạng:

$$V_m + V_c = 1 \quad (1)$$



Hình 3. Sự phụ thuộc của V_c theo chiều dày tấm trong trường hợp $h_0 = h/10$

Các đặc trưng cơ tính của vật liệu tấm FGM (gồm mô đun đàn hồi E, hệ số Poisson ν) biến thiên theo chiều dày tấm như sau:

$$\begin{cases} \{E_1, \nu_1\} = \{E_m, \nu_m\} + (\{E_c, \nu_c\} - \{E_m, \nu_m\})V_c & -0.5h \leq z \leq 0 \\ \{E_2, \nu_2\} = \{E_m, \nu_m\} + (\{E_c, \nu_c\} - \{E_m, \nu_m\})V_c & 0 \leq z \leq h_0 \\ \{E_3, \nu_3\} = \{E_c, \nu_c\} & h_0 \leq z \leq 0.5h \end{cases} \quad (2)$$

với $V_c = \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h}\right)^n$. Tham số h_0 thể hiện mức độ không

liên tục của vật liệu theo chiều dày, trường hợp $h_0 = 0.5h$ thì cơ tính của vật liệu tấm biến đổi liên tục từ mặt này đến mặt kia của tấm.

Hình 3 trình bày sự phụ thuộc của tỷ lệ thể tích V_c theo chiều dày tấm trong trường hợp $h_0 = h/10$.

Bài báo này sử dụng lý thuyết biến dạng cắt kiểu mới, theo đó, ba thành phần chuyển vị của tấm theo ba phương của trục tọa độ được biểu diễn như sau:

$$\begin{cases} \{u, v\}(x, y, z) = -z\partial u_b / \{\partial x, \partial y\} - f_z \partial u_s / \{\partial x, \partial y\} \\ u_z(x, y, z) = u_b(x, y) + u_s(x, y) \end{cases} \quad (3)$$

với $f_z = z - (h/\pi)\sin(z\pi/h)$. Việc sử dụng lý thuyết biến dạng cắt theo biểu thức (3) có nhiều ưu điểm, trong đó có

kể đến ảnh hưởng của biến dạng cắt, thể hiện đúng sự phân bố của ứng suất tiếp theo chiều dày, và không cần đến hệ số hiệu chỉnh cắt, nhưng vẫn mô tả đúng đáp ứng cơ học của tấm. Sau đây bài báo sẽ xây dựng các biểu thức tính toán dựa trên trường chuyển vị này.

Véc tơ biến dạng của tấm gồm hai thành phần là véc tơ biến dạng uốn và véc tơ biến dạng cắt:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{z}\boldsymbol{\varepsilon}_z + \mathbf{f}_z\boldsymbol{\varepsilon}_f; \quad \boldsymbol{\gamma}_s = \mathbf{g}_z\boldsymbol{\gamma}_{s0} \quad (4)$$

với các biểu thức cụ thể:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_z &= \{\varepsilon_{zx}, \varepsilon_{zy}, \varepsilon_{zxy}\}^T; \quad \boldsymbol{\varepsilon}_f = \{\varepsilon_{fx}, \varepsilon_{fy}, \varepsilon_{fxy}\}^T; \\ \boldsymbol{\gamma}_{s0} &= \{\gamma_{sxz}, \gamma_{syx}\}^T; \quad \varepsilon_{zx} = -\partial^2 u_b / \partial x^2; \quad \varepsilon_{zy} = -\partial^2 u_b / \partial y^2; \\ \varepsilon_{zxy} &= -2\partial^2 u_b / \partial x \partial y; \quad \varepsilon_{fx} = -\frac{\partial^2 u_s}{\partial x^2}; \quad \varepsilon_{fy} = -\frac{\partial^2 u_s}{\partial y^2}; \\ \varepsilon_{fxy} &= -2\partial^2 u_s / \partial x \partial y; \quad \gamma_{sxz} = \partial u_s / \partial x; \\ \gamma_{syx} &= \partial u_s / \partial y; \quad \mathbf{g}_z = \mathbf{1} - d\mathbf{f}_z / dz \end{aligned} \quad (5)$$

Ứng suất của lớp thứ i liên hệ với các thành phần biến dạng như sau:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^i &= \frac{E_i}{1-\nu_i^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu_i & 0 \\ \nu_i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu_i)/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}^i = \mathbf{G}_b^i \boldsymbol{\varepsilon}^i \\ \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}^i &= \frac{E_i}{2(1+\nu_i)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix}^i = \mathbf{G}_s^i \boldsymbol{\gamma}_s^i \end{aligned} \quad (6)$$

Các thành phần mô men và lực cắt của một điểm bất kỳ thuộc tấm FGM thu được sau khi tích phân các biểu thức ứng suất theo chiều dày như sau:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} &= \sum_i \int_{h_i}^{h_{i+1}} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}^i [z, f_z] dz = [\mathbf{A}_z, \mathbf{B}_f] \boldsymbol{\varepsilon}_z + [\mathbf{B}_f, \mathbf{D}_f] \boldsymbol{\varepsilon}_f \\ \begin{Bmatrix} Q_{xz} \\ Q_{yz} \end{Bmatrix} &= \sum_i \int_{h_i}^{h_{i+1}} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix}^i dz = \mathbf{A}_s \boldsymbol{\gamma}_{s0} \end{aligned} \quad (7)$$

với

$$\{\mathbf{A}_z, \mathbf{B}_f, \mathbf{D}_f\} = \sum_i \int_{h_i}^{h_{i+1}} \mathbf{G}_b^i \{z^2, zf_z, f_z^2\} dz; \quad \mathbf{A}_s = \sum_i \int_{h_i}^{h_{i+1}} \mathbf{G}_s^i g_z dz \quad (8)$$

Bài báo áp dụng nguyên lý công khả dĩ để thiết lập phương trình cân bằng cho tấm FGM tựa trên nền đàn hồi chịu tác dụng của ngoại lực tĩnh như sau:

$$\delta \Pi_{\text{tam}} + \delta \Pi_{\text{nen}} - \delta \Pi_{\text{luc}} = 0 \quad (9)$$

với $\delta \Pi_{\text{tam}}$, $\delta \Pi_{\text{nen}}$, $\delta \Pi_{\text{luc}}$ lần lượt là công khả dĩ của tấm FGM, công khả dĩ của nền và công khả dĩ của lực ngoài tác dụng vuông góc với tấm.

Công khả dĩ của tấm FGM do biến dạng được xác định:

$$\begin{aligned} \delta \Pi_{\text{tam}} &= \int_{\Omega} \sum_i \int_{h_i}^{h_{i+1}} \left[\begin{aligned} &(\sigma_x)^i \delta(\varepsilon_x)^i + (\sigma_y)^i \delta(\varepsilon_y)^i \\ &+ (\tau_{xy})^i \delta(\gamma_{xy})^i + (\tau_{xz})^i \delta(\gamma_{xz})^i \\ &+ (\tau_{yz})^i \delta(\gamma_{yz})^i \end{aligned} \right] dz d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \sum_i \int_{h_i}^{h_{i+1}} \left[\begin{aligned} &-M_x \frac{\partial^2 \delta u_b}{\partial x^2} - S_x \frac{\partial^2 \delta u_s}{\partial x^2} - M_y \frac{\partial^2 \delta u_b}{\partial y^2} \\ &-S_y \frac{\partial^2 \delta u_s}{\partial y^2} - 2M_{xy} \frac{\partial^2 \delta u_b}{\partial x \partial y} \\ &-2S_{xy} \frac{\partial^2 \delta u_s}{\partial x \partial y} + Q_{xz} \frac{\partial \delta u_s}{\partial x} + Q_{yz} \frac{\partial \delta u_s}{\partial y} \end{aligned} \right] dz d\Omega \end{aligned} \quad (10)$$

Công khả dĩ của nền đàn hồi tác dụng lên tấm FGM có dạng:

$$\delta \Pi_{\text{nen}} = \int_{\Omega} \left(k_w u_z \delta u_z + k_s \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} \delta \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \delta \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \right) d\Omega \quad (11)$$

trong đó, k_w và k_s là hai tham số độ cứng của nền đàn hồi.

Ngoại lực tác dụng vuông góc với mặt phẳng tấm FGM sinh công khả dĩ như sau:

$$\delta \Pi_{\text{luc}} = \int_{\Omega} q \delta u_z dA = \int_{\Omega} q \delta (u_b + u_s) d\Omega \quad (12)$$

với q là ngoại lực vuông góc với mặt phẳng tấm. Các biểu thức (10) - (12) được thế vào phương trình (9), bài báo thu được các phương trình cân bằng của tấm FGM có dạng sau:

$$\begin{aligned} \delta u_b: \quad &\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} \\ &+ k_w u_z + k_s \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} \right) + q = 0 \\ \delta u_s: \quad &\frac{\partial^2 S_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 S_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 S_y}{\partial y^2} + \frac{\partial F_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial F_{yz}}{\partial y} \\ &+ k_w u_z + k_s \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} \right) + q = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Có nhiều cách để giải quyết phương trình (13), ở đây bài báo sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn, ưu điểm của phương pháp này là giải quyết đối với tấm có nhiều điều kiện biên khác nhau. Tấm FGM được chia ra các phần tử chữ nhật bốn nút, mỗi nút gồm sáu bậc tự do:

$$\mathbf{u}_e = \sum_{i=1}^4 \left\{ u_{bi}, u_{si}, \left(\frac{\partial u_b}{\partial x} \right)_i, \left(\frac{\partial u_s}{\partial x} \right)_i, \left(\frac{\partial u_b}{\partial y} \right)_i, \left(\frac{\partial u_s}{\partial y} \right)_i \right\}^T \quad (14)$$

Thông qua các phép biến đổi, phương trình cân bằng (13) được đưa về dạng rút gọn như sau:

$$\sum_e (\mathbf{K}_e + \mathbf{K}_e^f) \mathbf{u}_e = \sum_e \mathbf{P}_e \quad (15)$$

Giải phương trình (15), ta thu được chuyển vị uốn tính của tấm FGM tựa trên nền đàn hồi hai hệ số.

3. TÍNH TOÁN SỐ VÀ THẢO LUẬN

3.1. Kiểm tra sự đúng đắn của lý thuyết tính toán

Tấm FGM có cơ tính biến thiên liên tục, các tham số hình học và vật liệu của tấm tương ứng là tấm vuông cạnh a , $h = a/10$, $E_c = 380\text{GPa}$, $E_m = 70\text{GPa}$, $\nu_c = \nu_m = 0,3$, tấm chịu tải trọng phân bố đều và tải trọng phân bố hình sin. Tham số tính toán và so sánh là chuyển vị lớn nhất không thứ nguyên $w^* = 10w_{\max}h^3E_c/\text{Pa}^4$. Bảng 1 trình bày các kết quả tính toán của nghiên cứu này và kết quả trong tài liệu [5], dễ dàng thấy rằng các kết quả của hai phương pháp tiếp cận này là tương đối gần nhau, sai lệch lớn nhất là 2,19%.

Bảng 1. Kết quả chuyển vị lớn nhất của tấm FGM được tính bằng hai phương pháp khác nhau

	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=5$
Tải trọng phân bố đều				
Kết quả giải tích [5]	0,46	0,92	1,19	1,43
Bài báo	0,46	0,92	1,18	1,41
Sai số (%)	0	0	0,8	1,39
Tải trọng hình sin				
Kết quả giải tích [5]	0,29	0,58	0,75	0,91
Bài báo	0,29	0,58	0,75	0,89
Sai số (%)	0	0	0	2,19

3.2. Khảo sát ảnh hưởng của một số tham số

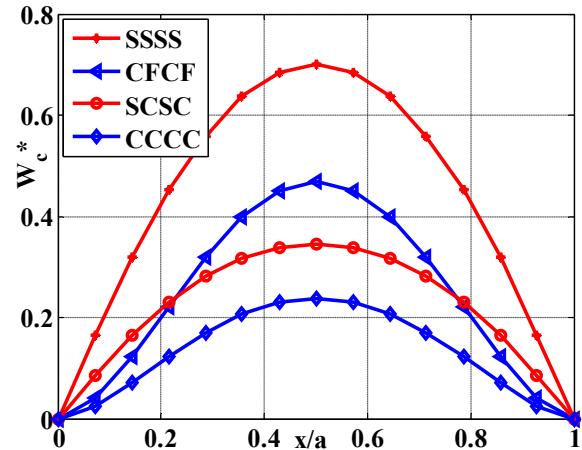
Tấm FGM được chế tạo từ gốm và kim loại với các tham số vật liệu như ở phần trên, sự bất liên tục của vật liệu được mô tả như biểu thức (2), các tham số hình học của tấm $a = b = 1\text{m}$, chiều dày h . Kết quả tính toán và khảo sát là chuyển vị tại vị trí $y = b/2$ được chuẩn hóa như sau $w^* = 100w_z h^3 E_c / \text{Pa}^4$.

- Khảo sát ảnh hưởng của điều kiện biên: Xét tấm ở bốn điều kiện biên là tựa đơn bốn cạnh (SSSS), hai cạnh đối diện ngàm và hai cạnh còn lại tự do (CFCF), hai cạnh đối diện tựa đơn và hai cạnh còn lại ngàm (CSCS), bốn cạnh đều ngàm (CCCC), kết quả tính toán chuyển vị của tấm được thể hiện trên các hình 4, 5 tương ứng với trường hợp không có nền đàn hồi và có nền đàn hồi, bài báo rút ra một số nhận xét như sau:

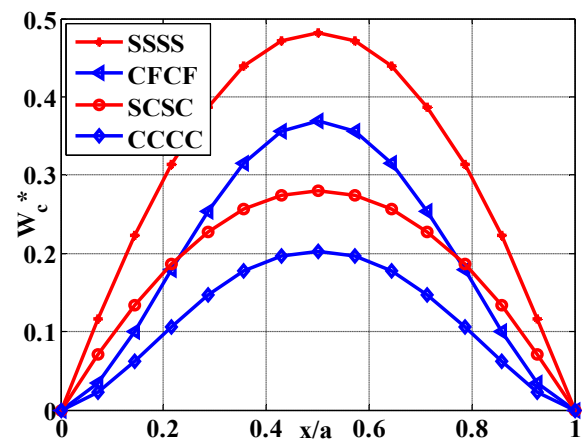
+ Tấm ở điều kiện biên ngàm tất cả các cạnh có chuyển vị nhỏ nhất, tấm có điều kiện biên tựa đơn bốn

cạnh có chuyển vị lớn nhất. Điều kiện biên không những ảnh hưởng đến giá trị lớn nhất của chuyển vị tấm FGM mà còn ảnh hưởng đến đường độ võng của tấm.

+ Khi tính đến nền đàn hồi, năng lượng của tấm FGM tăng lên, do vậy tấm FGM cứng hơn, điều này dẫn đến chuyển vị của tấm giảm xuống.



Hình 4. Sự biến đổi của độ võng tại vị trí $y = b/2$ tương ứng với giá trị $K_w = 0$, $K_s = 0$, $h_0 = h/10$, $n = 0,5$

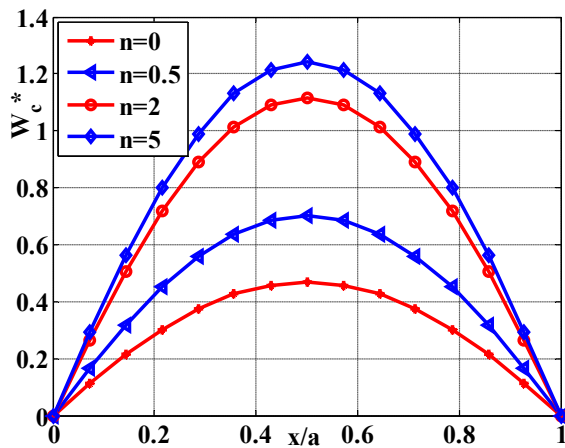


Hình 5. Sự biến đổi của độ võng tại vị trí $y = b/2$ tương ứng với giá trị $K_w = 40$, $K_s = 4$, $h_0 = h/10$, $n = 0,5$

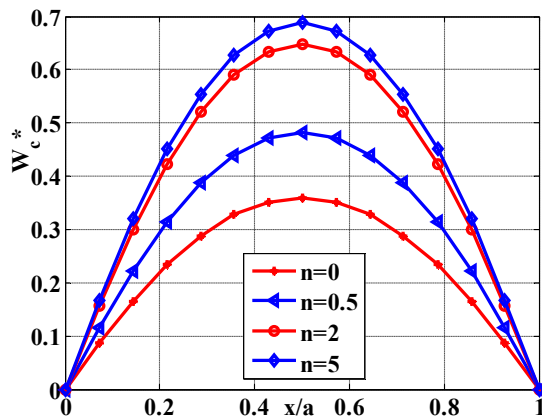
- Khảo sát ảnh hưởng của tỷ lệ thành phần vật liệu tấm FGM: Thay đổi số mũ thể tích n sao cho nó nhận giá trị từ 0 đến 5, kết quả tính toán đường độ võng tại vị trí $y = b/2$ thể hiện trên các hình 6, 7, một số nhận xét được rút ra như sau:

+ Khi tăng chỉ số mũ thể tích n , chuyển vị lớn nhất của tấm FGM tăng lên, điều này là do tỷ lệ thành phần kim loại trong tấm FGM tăng lên, do vậy tấm FGM mềm hơn, nên chuyển vị tăng lên.

+ Khi n biến đổi từ 0 đến 2 thì chuyển vị của tấm FGM thay đổi nhiều, nhưng khi $n > 2$ thì chuyển vị của tấm ít thay đổi, điều này là do cơ tính vật liệu biến đổi mạnh trong khoảng giá trị của n là từ 0 đến 2.

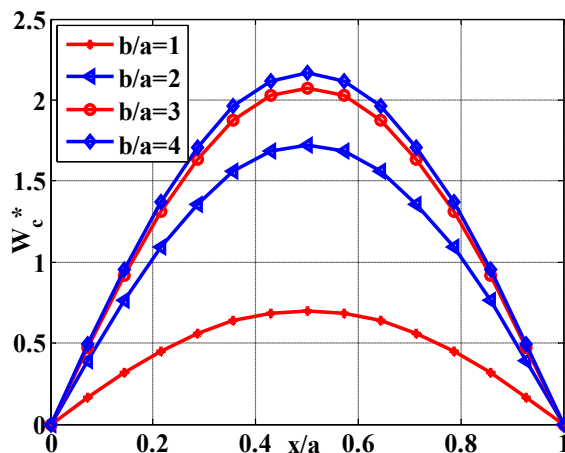


Hình 6. Sự biến đổi của độ võng tại vị trí $y = b/2$ tương ứng với giá trị $K_w = 0, K_s = 0, h_0 = h/10, SSSS$

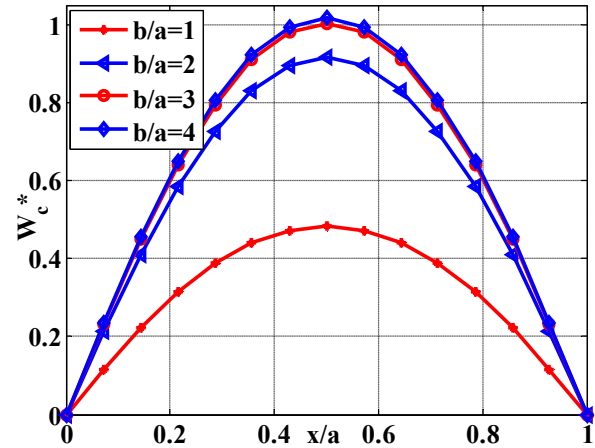


Hình 7. Sự biến đổi của độ võng tại vị trí $y = b/2$ tương ứng với giá trị $K_w = 40, K_s = 4, h_0 = h/10, SSSS$

- Khảo sát ảnh hưởng của tỷ lệ chiều dài các cạnh tấm FGM: thay đổi chiều dài b của tấm sao cho tỷ lệ b/a tăng từ 1 đến 4, kết quả tính toán đường độ võng tại vị trí $y = b/a$ được cho như trên các hình 8, 9, bài báo nhận thấy một số điểm cần trao đổi như sau:



Hình 8. Sự biến đổi của độ võng tại vị trí $y = b/2$ tương ứng với giá trị $K_w = 0, K_s = 0, h_0 = h/10, n = 0,5, SSSS$



Hình 9. Sự biến đổi của độ võng tại vị trí $y = b/2$ tương ứng với giá trị $K_w = 40, K_s = 4, h_0 = h/10, n = 0,5, SSSS$

+ Khi tăng tỷ lệ các cạnh tấm b/a thì tấm FGM trở lên mềm hơn, do vậy chuyển vị của tấm tăng lên, tuy nhiên sự tăng lên của tỷ lệ b/a trong khoảng từ 1-3 thì chuyển vị tăng lên rõ rệt, nhưng khi b/a lớn hơn 3 thì chuyển vị tăng lên không nhiều.

+ Với mọi giá trị của tỷ lệ b/a thì độ cứng của tấm đều tăng lên khi có tính đến nền đàn hồi.

4. KẾT LUẬN CHUNG

Bài báo sử dụng phương pháp mô phỏng hữu hạn để giải quyết bài toán uốn tĩnh của tấm FGM tựa trên nền đàn hồi hai hệ số, trong đó vật liệu tấm FGM phân bố không liên tục theo chiều dày tấm. Các công thức được tính toán trên cơ sở lý thuyết biến dạng cắt kiểu mới. Từ các kết quả tính toán và phân tích, bài báo rút ra một số nhận xét quan trọng sau đây: Điều kiện biên có ảnh hưởng đáng kể đến giá trị lớn nhất của chuyển vị, đồng thời điều kiện biên cũng ảnh hưởng đáng kể đến dáng điệu của đường độ võng tại giữa tấm. Tỷ lệ thể tích vật liệu làm thay đổi cơ tính của tấm, nhất là khi chỉ số mũ thể tích vật liệu n biến đổi từ 0 đến 2. Nền đàn hồi làm độ cứng tổng thể của tấm tăng lên, do vậy chuyển vị của tấm giảm xuống. Các kết quả của nghiên cứu này giúp định hướng hiệu quả cho các kỹ sư khi thiết kế tấm FGM trong thực tiễn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Viet D. N., Binh V. P., "Static bending, free vibration, and buckling analyses of two-layer FGM plates with shear connectors resting on elastic foundations," *Alexandria Engineering Journal*, 62, 369- 390, 2023.
- [2]. Nam H. V., Duc H. D., Khoa M. N., Thom D. V., Hong T. T., "Phase-field buckling analysis of cracked stiffened functionally graded plates," *Composite Structures*, 217, 50-59, 2019.

[3]. Aman G., Chalak H. D., Anupam C., "Bending analysis of functionally graded sandwich plates using Hozt including transverse displacement effects," *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 50 (10), 3563-3577, 2022.

[4]. Ouinas D., Fekirini H., Olay J. A., Achour B., Boukendakdji M., "New hybrid HSDT for bending, free vibration, and buckling analysis of FGM plates (2D & quasi-3D)," *Smart Structures and Systems*, 29 (3), 395-420, 2022.

[5]. Zenkour A. M., "Generalized shear deformation theory for bending analysis of functionally graded plates," *Applied Mathematical Modelling*, 30 (1), 67-84, 2009.

[6]. Pham T.D., Pham Q.H., Phan V.D., Nguyen H.N., Do V.T., "Free vibration analysis of functionally graded shells using an edge-based smoothed finite element method," *Symmetry*, 11 (5), 684, 2019.

[7]. Ke T.V., Minh P.V., Dung N.T., Thai L.M., Thom D.V., "Flexoelectric effect on bending and free vibration behaviors of piezoelectric sandwich FGP nanoplates via nonlocal strain gradient theory," *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 12 (4), 6567-6596, 2024.

AUTHOR INFORMATION

Dao Van Vuong

Institute of propellants and explosives, Vietnam Defence Industry, Vietnam