

NGHIÊN CỨU THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT ĐÁP ỨNG THỜI GIAN HỮU HẠN ỨNG DỤNG CHO ROBOT DI ĐỘNG BỐN BÁNH MECANUM

RESEARCH ON THE DESIGN OF A FINITE-TIME SLIDING MODE CONTROLLER FOR A FOUR-MECANUM-WHEELED MOBILE ROBOT

Hà Huy Giáp^{1,*},
Đặng Huy Hoàn², Doãn Thanh Bình³

DOI: <http://doi.org/10.57001/huih5804.2025.114>

TÓM TẮT

Robot di động sử dụng bánh Mecanum có khả năng di chuyển theo mọi hướng mà không cần thay đổi hướng quay của thân xe. Tuy nhiên, do tính chất phi tuyến và có độ trượt, việc điều khiển robot Mecanum đòi hỏi các phương pháp điều khiển tiên tiến. Điều khiển trượt (Sliding Mode Control - SMC) là một phương pháp điều khiển phi tuyến mạnh mẽ, thường được sử dụng cho robot di động đa hướng sử dụng bánh Mecanum. SMC giúp đảm bảo khả năng bám quỹ đạo chính xác, ổn định trong môi trường có nhiễu và bất định, đồng thời khắc phục nhiều hạn chế của các phương pháp điều khiển khác. Trong bài báo này, nhóm tác giả đề xuất bộ điều khiển trượt đáp ứng thời gian hữu hạn (Terminal Sliding Mode Control - TSMC) là một cải tiến của điều khiển trượt truyền thống (Sliding Mode Control - SMC) để điều khiển bám quỹ đạo cho hệ robot di động bánh mecanum. Mặc dù SMC có khả năng chống nhiễu và bất định tốt, nhưng nó hội tụ tiệm cận và có thể gây chattering. TSMC khắc phục được những hạn chế này bằng cách đảm bảo hội tụ trong thời gian hữu hạn và giảm chattering, giúp hệ thống điều khiển mượt mà hơn và chính xác hơn.

Từ khóa: Điều khiển SMC, TSMC, robot di động, bánh xe mecanum.

ABSTRACT

Mecanum-wheeled mobile robots can move in any direction without changing the orientation of their chassis. However, due to their nonlinear dynamics and slip effects, controlling Mecanum-wheeled robots requires advanced control methods. Sliding Mode Control (SMC) is a powerful nonlinear control technique commonly used for omnidirectional mobile robots with Mecanum wheels. SMC ensures accurate trajectory tracking and stability in environments with disturbances and uncertainties while overcoming many limitations of other control methods. In this paper, the authors propose a Finite-Time Terminal Sliding Mode Controller (TSMC) as an improvement over traditional Sliding Mode Control (SMC) for trajectory tracking of Mecanum-wheeled mobile robots. Although SMC provides good robustness against disturbances and uncertainties, it only ensures asymptotic convergence and may induce chattering. TSMC addresses these limitations by guaranteeing finite-time convergence and reducing chattering, making the control system smoother and more precise.

Keywords: Sliding Mode Control, Terminal Sliding Mode Control, a self-propelled robot, mecanum wheel.

¹Khoa Điện - Tự động hóa, Trường Đại học Kinh tế Kỹ thuật Công nghiệp

²Khoa Cơ khí, Trường Đại học Kinh tế Kỹ thuật Công nghiệp

³Trường Đại học Điện lực

*Email: hugiap@uneti.edu.vn

Ngày nhận bài: 08/3/2025

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 16/4/2025

Ngày chấp nhận đăng: 28/5/2025

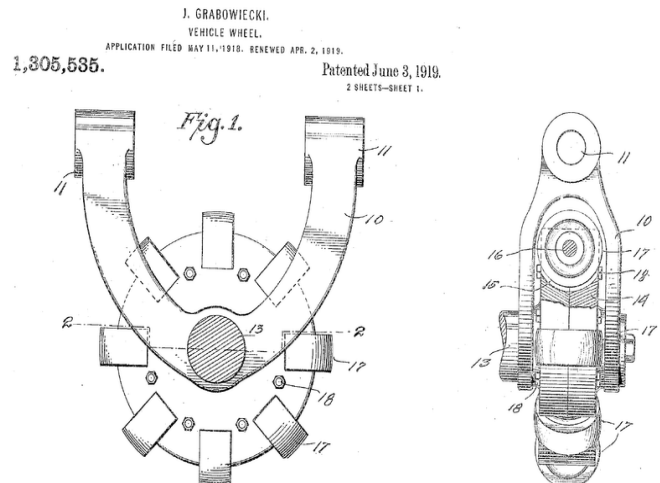
1. GIỚI THIỆU

Xe tự hành đa hướng (Omnidirectional Autonomous Vehicles - OAVs) là một lĩnh vực nghiên cứu quan trọng trong điều khiển robot và phương tiện tự hành. Khả năng di chuyển theo nhiều hướng mà không cần quay thân xe giúp các loại xe này được ứng dụng rộng rãi trong công nghiệp, vận tải, y tế và quân sự. Lĩnh vực công nghiệp và logistics nghiên cứu điều khiển PID cho AGV bánh Mecanum trong nhà kho thông minh [1]. Nghiên cứu [2] áp dụng MPC cho xe AGV trong các trung tâm kho vận. Lĩnh vực y tế & hỗ trợ người khuyết tật sử dụng điều khiển trượt để cải thiện khả năng theo dõi quỹ đạo của xe lăn điện bánh Mecanum [3]. Lĩnh vực quân sự và an ninh phát triển robot tuần tra đa hướng cho môi trường phức tạp [4]. Nghiên cứu [5] ứng dụng AI trong điều hướng đồng thời tránh va chạm cho các robot trinh sát quân sự. Các nghiên cứu về mô hình động học, động lực học, thuật toán điều khiển, cảm biến định vị và ứng dụng thực tế đã tạo nền tảng cho sự phát triển của các hệ thống xe tự hành hiện đại. Một loại robot di động đặc biệt là robot đa hướng (omnidirectional robot). Cơ sở cho loại robot này đã được đặt ra từ năm 1919 [6], khi J. Grabowiecki nộp đơn xin cấp bằng sáng chế cho một phát minh liên quan đến cơ chế truyền động và điều hướng của phương tiện. Thiết kế của bánh xe đa hướng, như được minh họa trong hình 1.

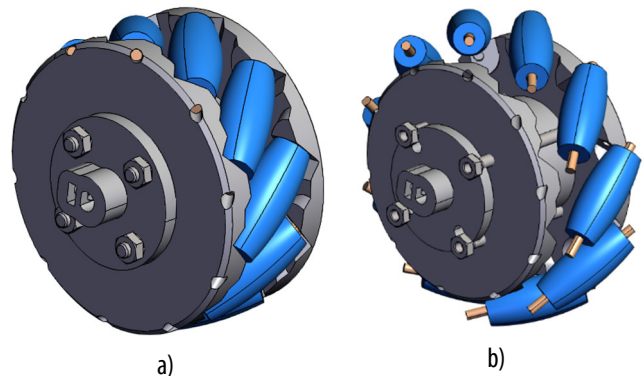
Trong những thập kỷ tiếp theo, một lượng lớn nghiên cứu đã được thực hiện trong lĩnh vực chuyển động đa hướng. Nghiên cứu về các loại bánh xe phù hợp cho chuyển động đa hướng bao gồm bánh Omni (hình 1), bánh Mecanum (hình 2a), bánh cầu (spherical wheels) và bánh caster. Hiện nay, bánh Mecanum là loại bánh được sử dụng nhiều nhất trong công nghiệp. Loại bánh này được Bengt Ilon phát triển và cấp bằng sáng chế vào năm 1975 [7]. Bánh xe do Ilon phát triển bao gồm: Một khung cơ sở hình trụ, với bề mặt gắn kết ở giữa chiều dài của trụ. Các con lăn được gắn trên bề mặt hình trụ ở góc 45° so với mặt phẳng quay của bánh xe (hình 2b). Khi bánh xe quay, lực tác động từ bánh xe sẽ bị phân tán một phần qua các con lăn. Lực còn lại không nằm trên mặt phẳng quay, cho phép chuyển động đa hướng khi kết hợp với ba bánh xe khác.

Bánh xe Mecanum được sử dụng rộng rãi trong công nghiệp nhờ vào những tính năng vượt trội của nó. Chúng mang lại khả năng điều hướng linh hoạt trong các khu vực có không gian hạn chế, chẳng hạn như kho hàng. Lợi ích của bánh xe Mecanum giúp tối ưu hóa không gian, giảm thời gian di chuyển [8]. Đối với vận chuyển tốc độ

cao và quãng đường dài, hiệu suất và độ bền của bánh xe là yếu tố quan trọng [9]. Bánh xe Mecanum có cấu trúc phức tạp hơn, dẫn đến nhiều điểm có thể hỏng hóc hơn so với bánh xe truyền thống. Độ bền của bánh Mecanum ở tốc độ cao kém hơn so với bánh xe thông thường. Lực kéo khi di chuyển thẳng (theo hướng trước/sau) thấp hơn so với bánh xe tiêu chuẩn, ảnh hưởng đến hiệu suất trên địa hình phức tạp hoặc khi cần lực kéo lớn.



Hình 1. Mô hình tự hành đa hướng của J. Grabowiecki năm 1919 [6]



Hình 2. Mô hình bánh xe Mecanum

Các robot di động bánh xe và so sánh động học giữa ba chiến lược di chuyển đa hướng đã được nghiên cứu trong [10]. Các công trình [11-14] tập trung vào việc phát triển một mô hình động lực học cho robot di động đa hướng, bao gồm cả hiện tượng trượt giữa bánh xe và bề mặt di chuyển, độ lệch khối lượng và ma sát bất định. Có rất nhiều phương pháp điều khiển đã được nghiên cứu và áp dụng cho xe có bánh dạng Mecanum. Các phương pháp điều khiển kinh điển như điều khiển PID [1], điều khiển PID mờ [15], điều khiển phản hồi trạng thái [16].

Phương pháp điều khiển phi tuyến: điều khiển dựa trên bộ quan sát trạng thái mở rộng [14], phương pháp điều khiển cuối chiều [18], điều khiển phi tuyến [22], điều khiển thích nghi [17], điều khiển trượt [18], điều khiển

trượt bậc hai [19], điều khiển trượt bền vững [3], điều khiển trượt thích nghi [20, 21], điều khiển trượt thích nghi dựa trên mạng nơ-ron [22], điều khiển trượt kết hợp với bộ quan sát trạng thái mở rộng [23], điều khiển trượt với thời gian hội tụ về gốc hữu hạn [24], điều khiển trượt không suy biến [25], điều khiển trượt hữu hạn kết hợp với thích nghi mờ [4].

Phương pháp điều khiển thích nghi: thích nghi bền vững [15, 16], trượt bậc hai thích nghi bền vững [17], điều khiển thích nghi bền vững dựa trên mạng nơ-ron [26], điều khiển thích nghi mờ kết hợp bộ quan sát trạng thái [27], phương pháp điều khiển thích nghi mờ loại 2 với thời gian hữu hạn [28], điều khiển kháng nhiễu chủ động [29].

Điều khiển thông minh: Q-learning được sử dụng để điều hướng cho xe [30], điều khiển dựa trên hệ suy luận mờ [31].

Điều khiển tối ưu: điều khiển dự báo [2, 9, 32-34], điều khiển dự báo phi tuyến [35], điều khiển dự báo kết hợp bộ quan sát trượt [36].

Mặc dù đã có nhiều nghiên cứu về điều khiển cho xe tự hành đa hướng, từ điều khiển kinh điển PID, điều khiển phản hồi trạng thái, điều khiển phi tuyến, điều khiển thích nghi và điều khiển thông minh. Các bộ điều khiển này đảm bảo xe bám theo quỹ đạo trong điều kiện có nhiễu và trượt bánh xe. Tuy nhiên, các kết quả chủ yếu mới dừng lại ở kết quả mô phỏng với các bộ điều khiển nâng cao, do khối lượng tính toán phức tạp hoặc có hiện tượng rung chattering ảnh hưởng tới tuổi thọ của cơ cấu chấp hành. Cho nên cần phải nghiên cứu các bộ điều khiển có khối lượng tính toán đơn giản hơn, dễ cài đặt cho phần cứng và tránh được hiện tượng chattering. Trong bài báo này đã đề xuất bộ điều khiển trượt TSMC (Terminal Sliding Mode Control) là một biến thể nâng cao của điều khiển trượt thông thường (SMC - Sliding Mode Control). TSMC giúp hệ thống đạt đến điểm cân bằng trong một khoảng thời gian hữu hạn thay vì tiệm cận dần như SMC truyền thống. Điều này đặc biệt hữu ích trong các hệ thống yêu cầu đáp ứng nhanh, như robot di động hoặc hệ thống cơ điện tử.

2. MÔ HÌNH TOÁN CHO HỆ ROBOT DI ĐỘNG SỬ DỤNG BÁNH MECANUM

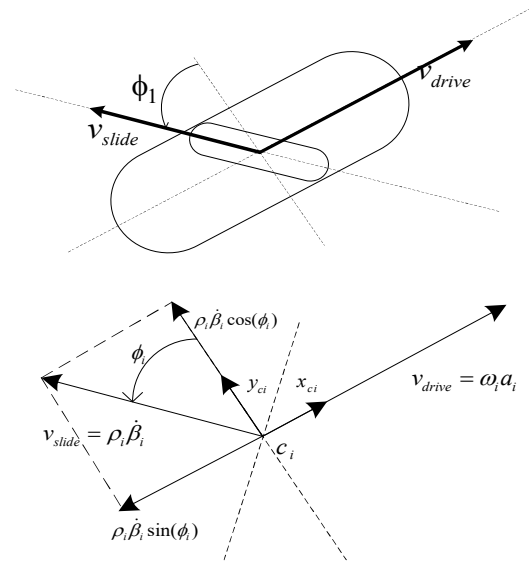
Robot di động sử dụng bánh xe Mecanum có khả năng di chuyển theo mọi hướng mà không cần quay thân xe. Điều này làm cho việc mô hình hóa động học và động lực học của robot phức tạp hơn so với các robot di động thông thường. Dưới đây là phân tích chi tiết về mô hình toán học của loại robot này.

2.1. Mô hình động học hệ robot di động sử dụng bánh xe Mecanum

a) Mô hình động học bánh xe mecanum

Bánh xe Mecanum bao gồm: Một đĩa bánh chính quay quanh trục chính. Các con lăn nhỏ gắn trên chu vi của bánh xe, được đặt nghiêng 45° so với trục quay chính. Khi bánh xe quay, con lăn tạo ra hai thành phần lực:

- Thành phần dọc trục bánh xe (hướng chuyển động chính).
- Thành phần vuông góc với trục bánh xe (tạo ra chuyển động ngang).

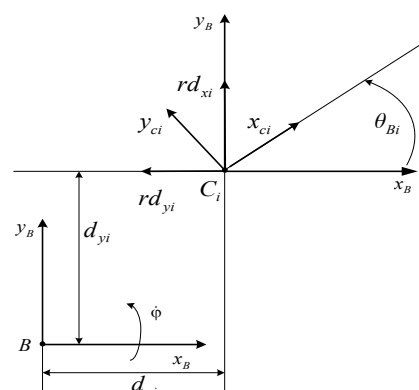


Hình 3. Mô hình động học bánh xe

$$\omega_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_i} & \frac{1}{a_i} \tan(\phi_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_{ci} \\ \dot{y}_{ci} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Trong đó, β_i là vận tốc góc của con lăn thụ động, ρ_i là bán kính của con lăn thụ động, ω_i là vận tốc góc của bánh xe mecanum, a_i là bán kính của bánh mecanum.

Mô hình động học của một bánh xe trong hệ tọa độ gắn với trọng tâm của robot $x_B y_B$.



Hình 4. Mô hình động học bánh xe trong hệ tọa độ $x_B y_B$

$$\omega_i = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ a_i & a_i \end{bmatrix} \tan(\varphi) \begin{bmatrix} \cos(\theta_{Bi}) & \sin(\theta_{Bi}) \\ -\sin(\theta_{Bi}) & \cos(\theta_{Bi}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -d_{xi} \\ 0 & 1 & d_{xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{y}_B \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} \quad (2)$$

b) Mô hình động học hệ robot bốn bánh mecanum

Mô hình Robot sử dụng 4 bánh xe Mecanum được dẫn động độc lập bởi 4 động cơ riêng biệt. Các bánh được bố trí có hướng của con lăn thụ động như trên hình 3.

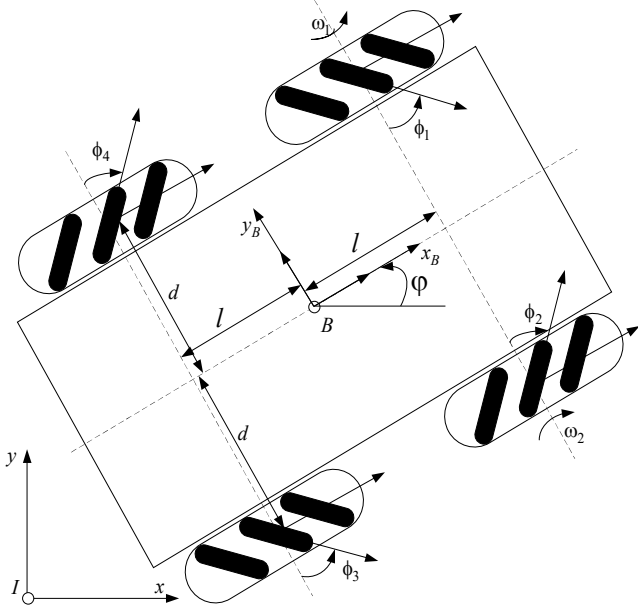
$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \text{Rot}(z, \varphi) \begin{bmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{y}_B \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{y}_B \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix}$$

Phương trình động học cho hệ robot bốn bánh mecanum:

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -(l+d) \\ 1 & 1 & (l+d) \\ 1 & -1 & (l+d) \\ 1 & 1 & -(l+d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{y}_B \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$= \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -(l+d) \\ 1 & 1 & (l+d) \\ 1 & -1 & (l+d) \\ 1 & 1 & -(l+d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix}$$

2.2. Xây dựng mô hình động lực học hệ robot di động



Hình 5. Mô hình động lực học rô bốt di động

Xét mô hình mô hình động lực học rô bốt di động gắn với các hệ trục tọa độ như hình 5.

Trong đó:

x_B, y_B , xly: Hệ tọa độ gắn với trọng tâm của robot và hệ tọa độ gắn với điểm cố định.

φ : Góc hướng robot.

ω_i , r: Vận tốc góc của các bánh xe và bán kính bánh xe (m).

I_b , l: Mô men quán tính bánh xe và mô men quán tính của robot.

l , d: là khoảng cách từ trục By_B và trục Bx_B đến bánh xe.

μ , N_i : Hệ số ma sát và phản lực của mặt đường tác động lên bánh xe thứ i.

m: Khối lượng tại trọng tâm robot

τ : Mô men điều khiển đặt lên bốn bánh xe của robot.

Tổng động năng quay và động năng tịnh tiến của hệ là:

$$E = \frac{1}{2} m (\dot{x}_B^2 + \dot{y}_B^2) + \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} I_b (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \quad (4)$$

Hệ di chuyển trên mặt đất nên thế năng trọng trường của hệ ($T = 0$): $L = E + T = E$

$$L = \frac{1}{2} \left(m \frac{r^2}{8} + l \frac{r^2}{16(l+d)} + I_b \right) (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) + \left(m \frac{r^2}{8} - l \frac{r^2}{16(l+d)} \right) (\omega_1 \omega_3 + \omega_2 \omega_4) - l \frac{r^2}{16(l+d)} (\omega_1 \omega_2 - \omega_1 \omega_4 - \omega_2 \omega_3 + \omega_3 \omega_4) \quad (5)$$

$$\text{Áp dụng Lagrange: } \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = M_i, \quad i=1, \dots, 4.$$

Trong đó: $\dot{\theta}_i = \omega_i$; M_i là mô men tác động lên bánh xe thứ i: $M_i = \tau_i - r \mu N_i \cdot \text{sgn}(\omega_i)$

Phương trình động lực học của robot có dạng:

$$M \ddot{q} + C(q, \dot{q}) + B \zeta = B \tau \quad (6)$$

Trong đó:

$$M = \begin{bmatrix} m + \frac{4I_b}{r^2} & 0 & 0 \\ 0 & m + \frac{4I_b}{r^2} & 0 \\ 0 & 0 & I + \frac{4I_b(l+d)^2}{r^2} \end{bmatrix};$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} (m + \frac{4I_b}{r^2}) \dot{y}_B \dot{\varphi} \\ -(m + \frac{4I_b}{r^2}) \dot{x}_B \dot{\varphi} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad q = \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ \varphi \end{bmatrix}$$

$$B = \frac{\sqrt{2}}{r} \begin{bmatrix} \sin(\varphi+\pi/4) & \cos(\varphi+\pi/4) & \sin(\varphi+\pi/4) & \cos(\varphi+\pi/4) \\ -\cos(\varphi+\pi/4) & \sin(\varphi+\pi/4) & -\cos(\varphi+\pi/4) & \sin(\varphi+\pi/4) \\ \frac{(l+d)}{\sqrt{2}} & \frac{(l+d)}{\sqrt{2}} & \frac{(l+d)}{\sqrt{2}} & \frac{(l+d)}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \end{bmatrix}; \zeta = \begin{bmatrix} r\mu N_1 \cdot \text{sgn}(\omega_1) \\ r\mu N_2 \cdot \text{sgn}(\omega_2) \\ r\mu N_3 \cdot \text{sgn}(\omega_3) \\ r\mu N_4 \cdot \text{sgn}(\omega_4) \end{bmatrix}$$

3. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT THÍCH NGHI VỚI THỜI GIAN HỘI TỤ HỮU HẠN CHO HỆ ROBOT DI ĐỘNG BỐN BÁNH MECANUM

3.1. Phương trình động học và động lực học mô tả hệ robot khi tính đến thành phần bất định hàm đầu vào và nhiễu mô hình

$$M\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = B(\tau + d(t)) \quad (7)$$

Trong đó: $G(q) = B \cdot \zeta$;

$d(t)$: Nhiễu đầu vào robot. Giả thiết nhiễu này bị chặn $\|d(t)\| < d_1$, $d_1 > 0$

Khi tính đến sai số mô hình các tham số và tải không xác định. Giả sử mô hình động lực học của robot có chứa thành phần bất định ΔM , ΔC , ΔG và M_0 , C_0 , G_0 là những thành phần đã biết từ mô hình. $\rho(t)$ là thành phần nhiễu tổng bao gồm bất định mô hình và nhiễu ngoài tác động lên đối tượng.

$$M = M_0 + \Delta M;$$

$$C(q, \dot{q}) = C_0(q, \dot{q}) + \Delta C(q, \dot{q}); G(q) = G_0(q) + \Delta G(q)$$

Khi đó (7) được viết lại thành:

$$M_0\ddot{q} + C_0(q, \dot{q}) + G_0(q) = B \cdot \tau + \rho(t) \quad (8)$$

Trong đó: $\rho(t) = -\Delta M \ddot{q} - \Delta C(q, \dot{q}) - \Delta G(q) + B \cdot d(t)$

Giả thiết: Thành phần bất định và nhiễu ngoài tác động lên robot là bị chặn.

$$\|M\| < \alpha_0$$

$$\|C(q, \dot{q}) + G(q)\| < \beta_0 + \beta_1 \|q\| + \beta_2 \|\dot{q}\|^2$$

$$\|\rho(t)\| < b_0 + b_1 \|q\| + b_2 \|\dot{q}\|^2$$

Với $\alpha_0, \beta_0, \beta_1, \beta_2, b_0, b_1, b_2$ đều xác định dương

3.2. Thiết kế bộ điều khiển trượt với thời gian hội tụ hữu hạn

Điều khiển bám quỹ đạo của robot có thể được mô tả như sau: Gọi $q_d \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ là quỹ đạo mong muốn, khả vi hai

lần, và định nghĩa sai số bám quỹ đạo là $e_1 = q - q_d$. Mục tiêu là tìm một luật điều khiển phản hồi u sao cho đầu ra của robot q bám theo quỹ đạo mong muốn q_d và sai số bám quỹ đạo hội tụ về không trong một khoảng thời gian hữu hạn.

Để đạt được mục tiêu này, ta chọn mặt trượt có thời gian hội tụ hữu hạn [18]. Thiết kế bộ điều khiển trượt thích nghi với thời gian hội tụ hữu hạn.

$$S = e_2 + C e_1^{\frac{a}{b}} \quad (9)$$

Trong đó: $e_1 = q - q_d$; $e_2 = \dot{q} - \dot{q}_d$;

$$C = \text{diag}\{c_1, \dots, c_n\};$$

a, b là các số nguyên lẻ thỏa mãn $0 < a < b$

Kết hợp (8), ta có:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = -\ddot{q}_d - M_0(q)^{-1}(C_0(q, \dot{q}) + G_0(q)) \\ \quad + M_0(q)^{-1}B \cdot \tau + M_0(q)^{-1}\rho(t) \end{cases}$$

Bộ điều khiển này thực hiện hai giai đoạn: giai đoạn đầu là kéo sai lệch điều khiển về mặt trượt $s = 0$ và giai đoạn cuối là kéo sai lệch điều khiển về gốc không. Như vậy mặt trượt phải được chọn sao cho khi $s = 0$ thì sai lệch điều khiển cũng phải tiến về không. Sau khi chọn bề mặt trượt, tiếp theo ta xác định luật điều khiển thỏa mãn điều kiện trượt.

$$S^T \dot{S} < 0 \quad (10)$$

Khi điều kiện ban đầu của hệ thống không nằm trên mặt trượt, điều khiển sẽ là tổng của một điều khiển tương đương u_{eq} và một điều khiển chuyển mạch Δu . Điều khiển tương đương được sử dụng để duy trì chuyển động của hệ thống trên mặt trượt, trong khi điều khiển chuyển mạch Δu là điều khiển giúp đưa quỹ đạo hệ thống hội tụ về mặt trượt.

Trong điều kiện không có nhiễu và bất định, điều khiển tương đương có thể được xác định khi cho $\dot{S} = 0$. Ta được thành phần điều khiển u_{eq} :

$$u_{eq} = M_0(q)(\ddot{q}_d - \frac{a}{b} C \cdot \text{diag}\{e_1^{\frac{b}{a}-1}\}) + C_0(q, \dot{q}) + G_0(q) \quad (11)$$

Thành phần điều khiển chuyển mạch Δu :

$$\Delta u = -\frac{(S^T M_0(q)^{-1})^T}{\|S^T M_0(q)^{-1}\|^2} \left[\|S\| \|M_0(q)^{-1}\| (b_0 + b_1 \|q\| + b_2 \|\dot{q}\|^2) \right] \quad (12)$$

Tuy nhiên, điều khiển chuyển mạch Δu có thể gây ra hiện tượng chattering, để khắc phục ảnh hưởng không

mong muốn này, Δu có thể được thay thế bằng biểu thức sau [18]:

$$\Delta u_1 = \begin{cases} \frac{(S^T M_b(q)^{-1})^T \|S\| M_b(q)^{-1} (b_0 + b_1 \|q\| + b_2 \|\dot{q}\|^2)}{\|S^T M_b(q)^{-1}\|^2}; & \|S^T M_b(q)^{-1}\| \geq \delta \\ \frac{(S^T M_b(q)^{-1})^T \|S\| M_b(q)^{-1} (b_0 + b_1 \|q\| + b_2 \|\dot{q}\|^2)}{\delta^2}; & \|S^T M_b(q)^{-1}\| < \delta \end{cases} \quad \delta > 0 \quad (13)$$

Khi đó luật điều khiển trượt với thời gian hội tụ hữu hạn có dạng:

$$u = u_{eq} + \Delta u_1 \quad (14)$$

Điều khiển trượt với thời gian hội tụ hữu hạn liên tục đã giảm bớt hiện tượng chattering nhưng phải đánh đổi tính bền vững. Bên cạnh đó, bộ điều khiển này phụ thuộc vào giới hạn trên của các nhiễu và bất định, điều này khó có thể xác định chính xác. Để đánh giá chất lượng bộ điều khiển ta thực hiện mô phỏng và phân tích kết quả giữa bộ điều khiển trượt thông thường (SMC) và bộ điều khiển trượt đáp ứng thời gian hữu hạn đã thiết kế (TSMC).

4. MÔ PHỎNG VÀ ĐÁNH GIÁ KẾT QUẢ BỘ ĐIỀU KHIỂN

Các tham số của mô hình robot di động được cho như sau: $m = 20\text{kg}$; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$; $l = 5$; $l_b = 0,1$; $l = 0,4 \text{ (m)}$; $d = 0,3\text{(m)}$; $r = 0,075 \text{ (m)}$; $\mu = 0,01$.

Bộ điều khiển trượt (SMC):

- Chọn luật điều khiển:

$$\tau = -B^T (BB^T)^{-1} [M(\lambda \dot{e} - \ddot{x}_{id} + k_1 \text{sgn}(S)) - C - B\ddot{z}]$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{bmatrix}; k_1 = \begin{bmatrix} 50 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 50 \end{bmatrix}$$

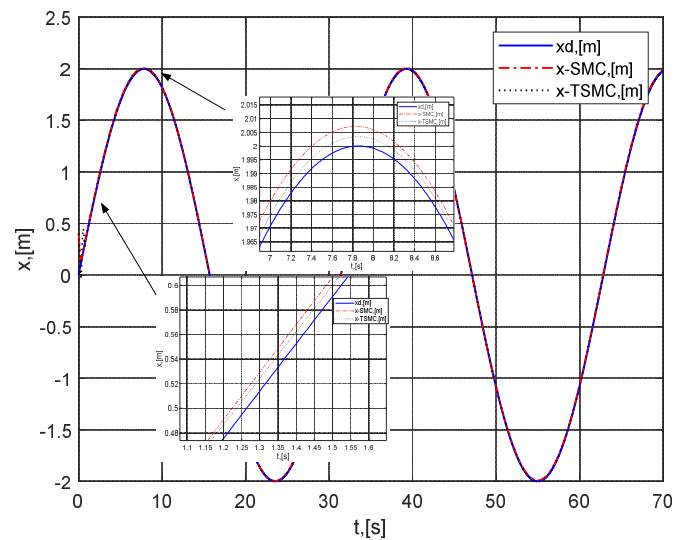
Bộ điều khiển TSMC: Các tham số của bộ điều khiển

$$C = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}; a = 5; b = 7; \delta = 0,0005;$$

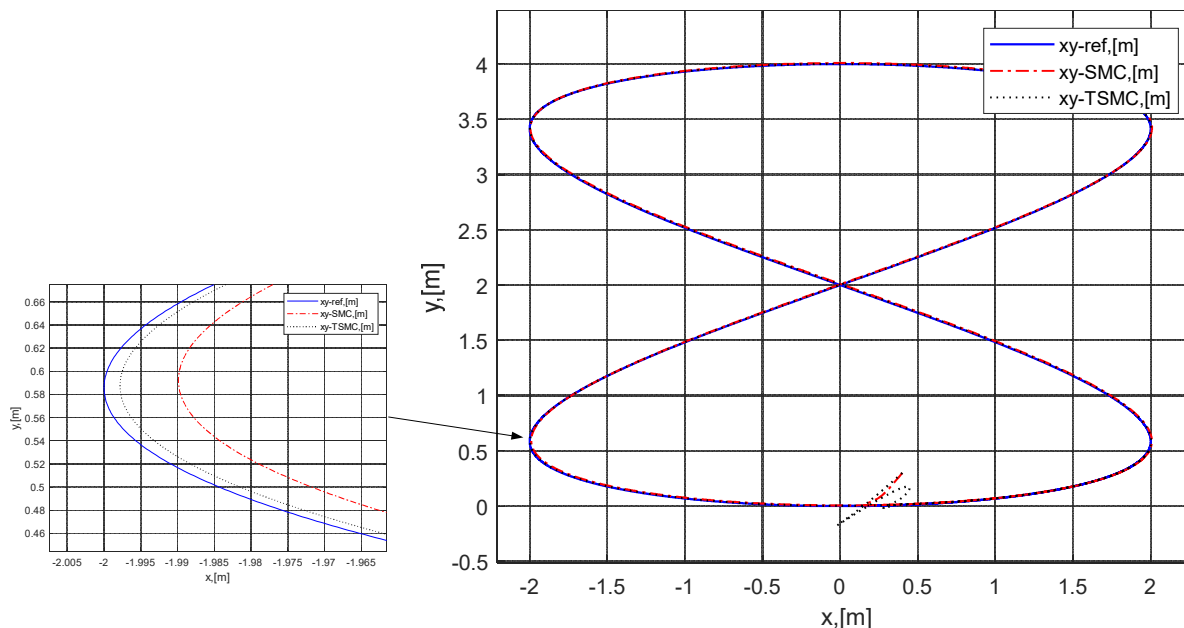
$$b_0 = 300; b_1 = 400; b_2 = 200;$$

Kết quả đáp ứng theo thời gian quá trình bám vị trí của robot di động bánh mecanum.

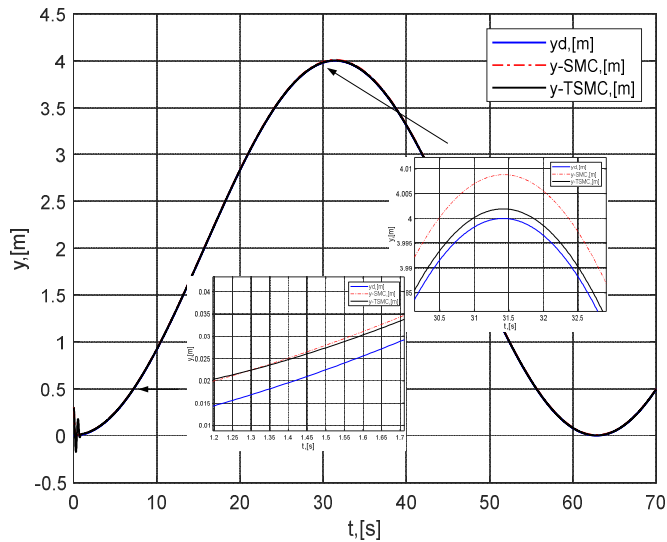
Trường hợp quỹ đạo có dạng đường cong số tám:



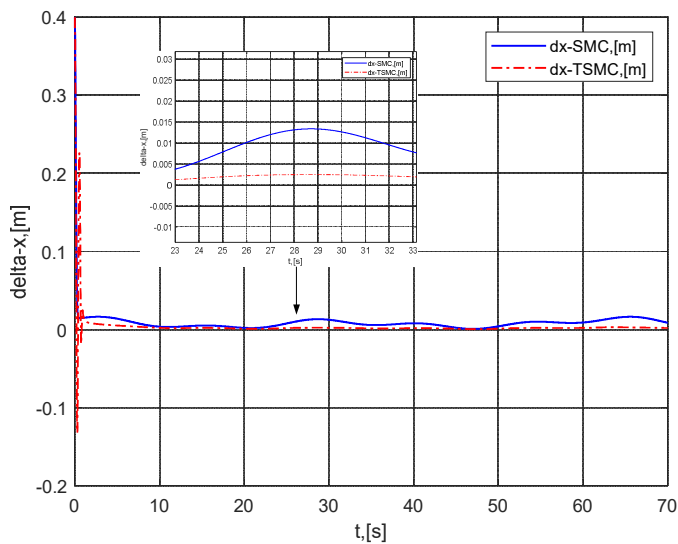
Hình 7. Chuyển động theo phương x



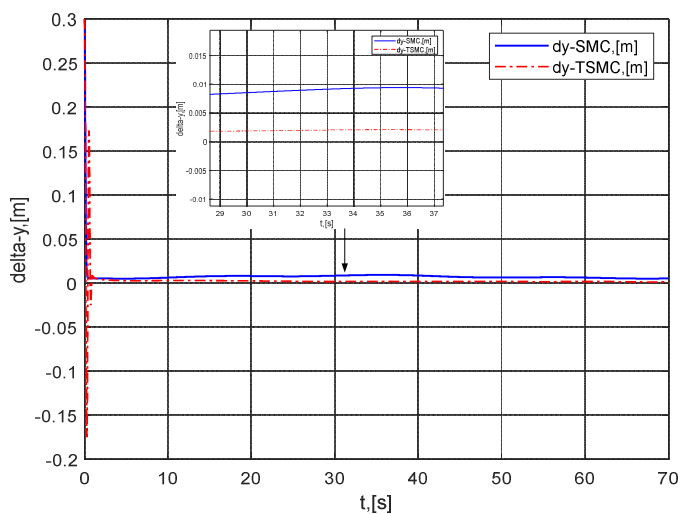
Hình 6. Quỹ đạo của robo



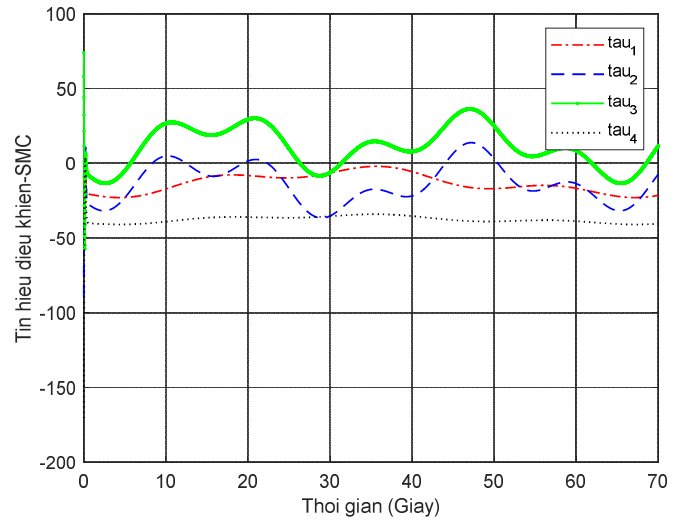
Hình 8. Chuyển động theo phương y



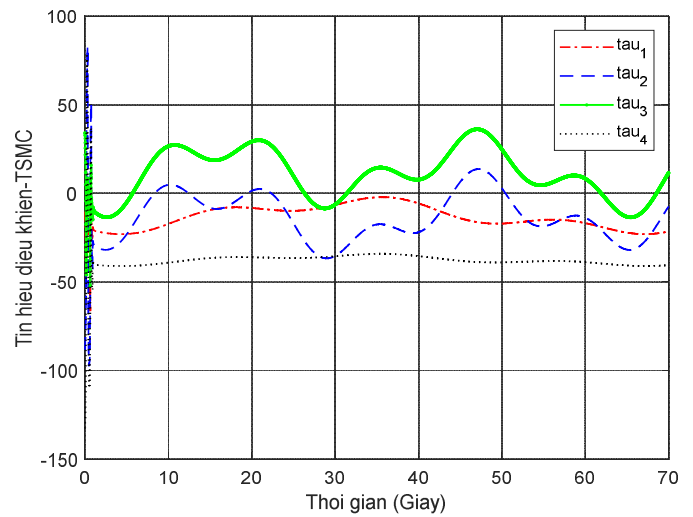
Hình 9. Sai lệch vị trí theo phương x của robot giữa hai phương pháp điều khiển



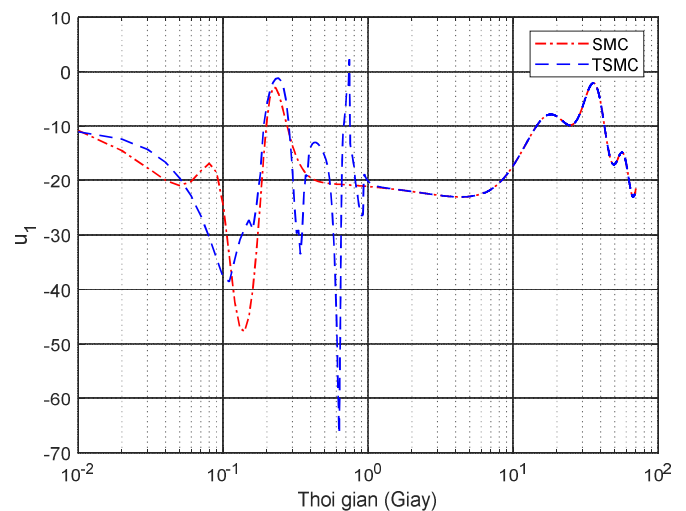
Hình 10. Sai lệch vị trí theo phương y của robot giữa hai phương pháp điều khiển



Hình 11. Tín hiệu điều khiển SMC



Hình 12. Tín hiệu điều khiển TSMC



Hình 13. Tín hiệu điều khiển khi lấy log theo thời gian

Từ hình 6, 7, 8 ta thấy, bộ điều khiển TSMC cho chất lượng điều khiển bám quỹ đạo hình số tám tốt hơn so với bộ điều khiển SMC. Tại các đoạn di chuyển theo cung tròn

bộ điều khiển TSMC cho thấy robot bám sát quỹ đạo hơn bộ điều khiển SMC. Từ hình 7, 8 cho thấy, sau khoản thời gian 1,3 giây bộ điều khiển TSMC đã bám giá trị đặt nhanh hơn bộ SMC như vậy ta thấy đáp ứng của robot khi sử dụng bộ TSMC cho chất lượng tốt hơn.

Hình 9, 10 cho thấy sai lệch vị trí theo phương x và y của bộ điều khiển SMC vào khoảng 0,013(m), lớn hơn nhiều so với bộ điều khiển TSMC khoảng 0,002(m). Ta cũng nhận thấy với bộ điều khiển TSMC đã bù được nhiễu mô hình và nhiễu tín hiệu điều khiển cũng như đã giảm hiện tượng chattering điều khiển này thể hiện qua độ nhấp nhô của sai lệch, với bộ TSMC độ nhấp nhô sai lệch nhỏ hơn nhiều so với SMC.

Từ hình 12, 13, cho thấy tín hiệu điều khiển của bộ TSMC đáp ứng nhanh hơn so với bộ điều khiển SMC truyền thống. Ban đầu khi quán tính lớn tín hiệu điều khiển điều khiển chuyển mạch Δu phải lớn để giúp đưa quỹ đạo hệ thống hội tụ nhanh về mặt trượt. Sau đó thành phần điều khiển tương đương u_{eq} sẽ kéo robot về điểm cân bằng hay bám chặt theo quỹ đạo đặt của robot.

5. KẾT LUẬN

Bộ điều khiển trượt đáp ứng thời gian hữu hạn (Terminal Sliding Mode Control - TSMC) là một cải tiến của điều khiển trượt truyền thống (Sliding Mode Control - SMC) trong việc điều khiển robot di động đa hướng sử dụng bánh mecamum. Mặc dù SMC có khả năng chống nhiễu và bất định tốt, nhưng nó hội tụ tiệm cận và có thể gây chattering. TSMC khắc phục được những hạn chế này bằng cách đảm bảo hội tụ trong thời gian hữu hạn và giảm chattering, giúp hệ thống điều khiển mượt mà hơn và chính xác hơn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Hasana S.F., H.M. Alwan, "Modeling and Control of Wheeled Mobile Robot With Four Mecanum Wheels," *Eng. Technol. J.*, 39: 779-789, 2021.
- [2]. Tang M., S. Lin, Y. Luo, "Mecanum wheel AGV trajectory tracking control based on efficient MPC algorithm," *IEEE Access*, 2024.
- [3]. Yadav P.S., et al., "A robust sliding mode control of mecanum wheel-chair for trajectory tracking," *Materials Today: Proceedings*, 56: 623-630, 2022.
- [4]. Sun Z., et al., "Fuzzy adaptive recursive terminal sliding mode control for an agricultural omnidirectional mobile robot," *Computers and Electrical Engineering*, 105: 108529, 2023.
- [5]. Li X., et al., "Distance-and Velocity-Based Simultaneous Obstacle Avoidance and Target Tracking for Multiple Wheeled Mobile Robots," *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2023.
- [6]. Grabowiecki J., *Vehicle Wheel*. US Patent: 1,303,535. 1919.
- [7]. Ilon B.E., *Wheels for a course stable self-propelling vehicle movable in any desired direction on the ground or some other base*. US Patent: 3,876,255. 1975.
- [8]. <https://www.studica.com/blog/robot-wheels/>. 2024.
- [9]. Wang C., et al., "Trajectory tracking of an omni-directional wheeled mobile robot using a model predictive control strategy," *Applied Sciences*, 8(2): 231, 2018.
- [10]. Tagliavini L., et al., *Wheeled Mobile Robots: State of the Art Overview and Kinematic Comparison between Three Omnidirectional Locomotion Strategies*. Available at SSRN 4082295, 2022.
- [11]. Williams R.L., et al., "Dynamic model with slip for wheeled omnidirectional robots," *IEEE transactions on Robotics and Automation*, 8(3): 285-293, 2022.
- [12]. Lin L.C., H.Y. Shih, "Modeling and adaptive control of an omni-mecanum-wheeled robot," *Intelligent Control and Automation*, 4, 2, 2013.
- [13]. Hendzel Z., Ł. Rykała, "Modelling of Dynamics of a Wheeled Mobile Robot with Mecanum Wheels with the use of Lagrange Equations of the Second Kind," *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, 22(1): 81-99, 2017.
- [14]. Taheri H., C.X. Zhao, "Omnidirectional mobile robots, mechanisms and navigation approaches," *Mechanism and Machine Theory*, 153: 103958, 2020.
- [15]. Malayjerdi E., H. Kalani, M. Malayjerdi, "Self-tuning fuzzy pid control of a four-mecanum wheel omni-directional mobile platform," in *Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE)*, IEEE, 2018.
- [16]. Viboonchaicheep P., A. Shimada, Y. Kosaka, "Position rectification control for Mecanum wheeled omni-directional vehicles," in *IECON'03. 29th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society* (IEEE Cat. No. 03CH37468), IEEE, 2003.
- [17]. Chen X., L. Cheng, T. Li, "Adaptive Motion Tracking Control for Omnidirectional Mobile Robots Based on Characteristic Model," in *2022 41st Chinese Control Conference (CCC)*, IEEE, 2022.
- [18]. Neila M. B. R., D. Tarak, "Adaptive terminal sliding mode control for rigid robotic manipulators," *International Journal of Automation and Computing* 8(2): 215-220, 2011.
- [19]. Ce, H., et al., "Finite-time switched second-order sliding-mode control of nonholonomic wheeled mobile robot systems," *Complexity*, 2018.
- [20]. Lu X., et al., "Design of adaptive sliding mode controller for four-Mecanum wheel mobile robot," in *2018 37th Chinese Control Conference (CCC)*, IEEE, 2018.
- [21]. Azzabi A., K. Nouri, "Design of a robust tracking controller for a nonholonomic mobile robot based on sliding mode with adaptive gain," *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 18(1): 1729881420987082, 2021.

- [22]. Lu X., et al., "Neural network adaptive sliding mode control for omnidirectional vehicle with uncertainties," *ISA transactions*, 86: 201-214, 2019.
- [23]. Yang H., et al., "Trajectory tracking for a wheeled mobile robot with an omnidirectional wheel on uneven ground," *IET control theory & applications*, 14(7): 921-929, 2020.
- [24]. Sun Z., et al., "Trajectory-tracking control of Mecanum-wheeled omnidirectional mobile robots using adaptive integral terminal sliding mode," *Computers & Electrical Engineering*, 96: 107500, 2021.
- [25]. Sun Z., et al., "Path-following control of Mecanum-wheels omnidirectional mobile robots using nonsingular terminal sliding mode," *Mechanical Systems and Signal Processing*, 147: 107128, 2021.
- [26]. Jin X., et al., "Adaptive NN-based finite-time trajectory tracking control of wheeled robotic systems," *Neural Computing and Applications*, 34(7), 5119-5133, 2022.
- [27]. Zhao T., X. Zou, S. Dian, "Fixed-time observer-based adaptive fuzzy tracking control for Mecanum-wheel mobile robots with guaranteed transient performance," *Nonlinear Dynamics*, 107(1): 921-937, 2022.
- [28]. Zou X., T. Zhao, S. Dian, "Finite-Time Adaptive Interval Type-2 Fuzzy Tracking Control for Mecanum-Wheel Mobile Robots," *International Journal of Fuzzy Systems*, 24(3): 1570-1585, 2022.
- [29]. Li S., J. Zhang, S. Gu, "Discrete Time Trajectory Tracking Control for Four-Mecanum-Wheeled Mobile Vehicle: An Variable Gain ADRC Method," *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2024.
- [30]. Mohanty P.K., et al., "Application of deep Q-learning for wheel mobile robot navigation," in *2017 3rd International Conference on Computational Intelligence and Networks (CINE)*, IEEE, 2017.
- [31]. Alshorman A.M., et al., "Fuzzy-based fault-tolerant control for omnidirectional mobile robot," *Machines*, 8(3): 55, 2020.
- [32]. Sun Z., et al., "Disturbance rejection MPC for tracking of wheeled mobile robot," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 22, 6, 2576-2587, 2017.
- [33]. Keek J.S., S.L. Loh, S.H. Chong, "Comprehensive development and control of a path-trackable mecanum-wheeled robot," *IEEE Access*, 7: 18368-18381, 2019.
- [34]. Moreno-Caireta I., E. Celaya, L. Ros, "Model predictive control for a Mecanum-wheeled robot navigating among obstacles," *IFAC-PapersOnLine*, 54(6): 119-125, 2021.
- [35]. Azizi, M.R., A. Rastegarpanah, R.J.R. Stolkin, "Motion planning and control of an omnidirectional mobile robot in dynamic environments," *Robotics*, 110(1): 48, 2021.
- [36]. Wang D., et al., "Sliding mode observer-based model predictive tracking control for Mecanum-wheeled mobile robot," *ISA transactions*, 151: 51-61, 2024.

AUTHORS INFORMATION

Ha Huy Giap¹, Dang Huy Hoan², Doan Thanh Binh³

¹Faculty of Electrical-Automation Engineering, University of Economics - Technology for Industries, Vietnam

²Faculty of Mechanical Engineering, University of Economics - Technology for Industries, Vietnam

³Electric Power University, Vietnam