

MÔ HÌNH PHẦN TỬ HỮU HẠN CỦA DẦM HỖN HỢP BỐN LỚP VỚI CHỐT LIÊN KẾT

FINITE ELEMENT MODEL OF FOUR-LAYER HYBRID BEAM WITH SHEAR CONNECTORS

Đỗ Xuân Kiên^{1,2},
Vũ Công Luận¹, Tạ Đức Tâm^{1,*}

DOI: <http://doi.org/10.57001/huic5804.2025.067>

TÓM TẮT

Bài báo này trình bày mô hình phần tử hữu hạn chi tiết của dầm hỗn hợp bốn lớp, trong đó hai lớp ngoài cùng được làm từ vật liệu có cơ tính biến thiên (FGM), hai lớp bên trong làm bằng vật liệu đồng nhất. Các lớp được liên kết với nhau thông qua các chốt liên kết nhằm hạn chế khả năng trượt tương đối theo phương ngang giữa các lớp. Mô hình phần tử dầm hai nút với chín bậc tự do mỗi nút được sử dụng cùng với lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất dầm Timoshenko để xây dựng các công thức. Bộ chương trình tính toán được lập trình trong phần mềm Matlab và được kiểm chứng thông qua lời giải chính xác với các mô hình dầm, điều kiện biên khác nhau. Cơ sở lý thuyết và chương trình tính toán của bài báo này là kết quả quan trọng để phát triển các bài toán phức tạp hơn như dao động riêng và động lực học của kết cấu dầm hỗn hợp bốn lớp với chốt liên kết.

Từ khóa: Dầm bốn lớp; cơ tính biến thiên; chốt liên kết; Timoshenko; phần tử hữu hạn.

ABSTRACT

This paper presents a detailed finite element model of a four-layer hybrid beam, in which the two outer layers are made of functionally graded materials (FGM), and the two inner layers are made of homogeneous material. The layers are connected through shear connectors to limit the relative sliding ability in the horizontal direction between the layers. A two-node beam element model with nine degrees of freedom per node is used together with the first-order shear deformation theory of Timoshenko beams to develop the formulas. The computational program is programmed in Matlab software and verified through accurate solutions with different beam models and boundary conditions. The theoretical basis and computational program of this paper are important results for developing more complex problems such as natural vibrations and dynamics of four-layer hybrid beam structures with shear connectors.

Keywords: Four-layer beam; functionally graded material; shear connectors; Timoshenko; finite element method.

¹Khoa Cơ khí, Học viện Kỹ thuật quân sự

²Khoa Khoa học cơ bản, Học viện Hậu cần

*Email: ductamchvr@gmail.com

Ngày nhận bài: 05/01/2025

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 17/02/2025

Ngày chấp nhận đăng: 28/3/2025

1. GIỚI THIỆU

Trong xây dựng cầu đường người ta thường sử dụng các kết cấu hỗn hợp khác nhau nhằm tận dụng những ưu điểm về cơ tính của các lớp thành phần. Để liên kết các lớp thành phần này, có nhiều cách khác nhau như dùng đinh tán, keo dán, chốt liên kết, lò xo nhằm tăng độ cứng của kết cấu. Hiện nay, một trong những phương pháp phổ biến và dễ dàng thi công và thiết kế nhất là sử dụng các chốt liên kết dạng đinh tán. Chính vì vậy, nghiên cứu ứng xử cơ học của kết cấu dầm hỗn hợp bốn lớp làm bằng vật liệu FGM có kết đến tương tác trượt giữa các lớp có vai trò quan trọng trong quá trình tính toán thiết kế để ứng dụng trong thực tế kỹ thuật cho các kỹ sư. Trước khi chuyển sang phần tiếp theo, một phân tích ngắn những nghiên cứu liên quan gần đây nhất bởi các nhà khoa học trong và ngoài nước được tóm tắt như sau:

Trên thế giới, gần đây nhất, Li và cộng sự [1] đã tiến hành nghiên cứu tổng quan hiệu suất cơ học và vấn đề tối ưu kinh tế của nhiều loại đầu nối cắt tháo rời sử dụng trong xây dựng. Ding và cộng sự [2] trình bày nghiên cứu thực nghiệm về ứng xử cơ học của loại chốt liên kết mới được đề xuất kết hợp các bu lông thép đường kính lớn và cường độ cao với các khối bê tông cốt sợi thép. Chai và cộng

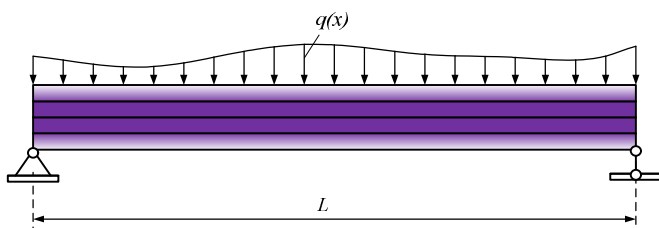
sự [3] nghiên cứu thực nghiệm về hiệu suất cơ học tĩnh của các đầu nối cắt đỉnh tán nhóm trong dầm composite thép-UHPC. Wang và cộng sự [4] tiến hành thử nghiệm toàn diện để nghiên cứu khả năng chống cháy của của dầm tổ hợp đúc sẵn có thể tháo lắp bằng đầu nối cắt bu lông với các gân tấm định hình hình song song với thép. Majdub và cộng sự [5] nghiên cứu khả năng chịu lực của dầm sàn mỏng composite với các đầu nối cắt ống thép rỗng. Chen và cộng sự [6] đánh giá hiệu suất cắt của dầm composite đúc sẵn có thể tháo rời với các loại đầu nối khác nhau. Các nghiên cứu liên quan gần đây nhất có thể tìm thấy ở trong các tài liệu tham khảo [7-10].

Tại Việt Nam, hiện nay duy nhất có nhóm nghiên cứu cơ học tính toán tại Bộ môn Cơ học vật rắn, Khoa Cơ khí, Học viện Kỹ thuật quân sự có quan tâm và thực hiện những phân tích ứng xử cơ học của kết cấu dầm, tấm vỏ có kể đến chốt liên kết. Năm 2019, Nam và cộng sự [11] trình bày mô hình phần tử hữu hạn để phân tích động lực học của tấm composite ba lớp có các lớp được kết nối bằng các đầu nối cắt chịu tải trọng di động. Tiếp đó, Nam và cộng sự [12] trình bày mô hình phần tử hữu hạn của vỏ composite có đầu nối cắt. Thái và cộng sự [13] giới thiệu mô hình phần tử hữu hạn để phân tích uốn tĩnh của dầm FGM hai lớp kể đến hiệu ứng quay với các đầu nối cắt nằm trên nền đàn hồi không hoàn hảo. Minh và Kế [14] phân tích uốn tĩnh của dầm FGM ba lớp đối xứng với các đầu nối cắt dưới tác dụng của tải trọng tĩnh. Người đọc có thể tìm thấy nhiều tài liệu hơn về nội dung liên quan tới bài báo này bằng những từ khóa liên quan trên các nền tảng học thuật mở [15-20].

Qua phân tích và nghiên cứu có thể nhận thấy rằng, hầu hết các công trình khoa học thực hiện trên thế giới phần lớn về thực nghiệm. Chính vì vậy, cách tiếp cận mô hình tính toán lý thuyết của bài báo này có vai trò quan trọng trong việc mô phỏng, đánh giá kết cấu dầm hỗn hợp có kể đến tương tác trượt thông qua các chốt liên kết. Điều này làm giảm kinh phí và thời gian khi tiến hành nghiên cứu ứng xử cơ học của mô hình kết cấu trong thực nghiệm.

2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT

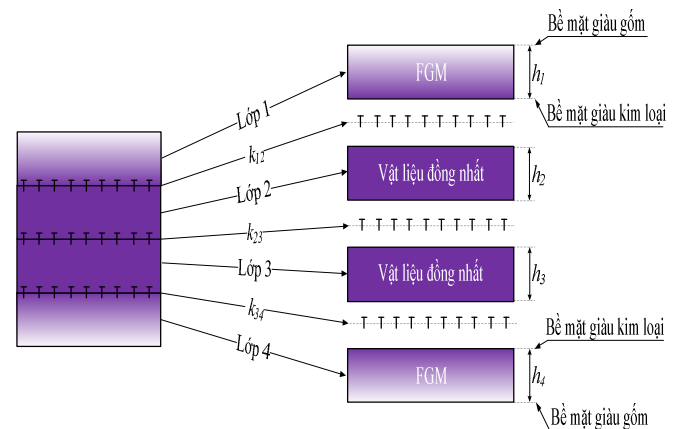
2.1. Vật liệu và mô hình cơ học



Hình 1. Mô hình dầm hỗn hợp bốn lớp với chốt liên kết

Trong bài báo này, chúng tôi xem xét dầm FGM bốn lớp với các liên kết chốt như được trình bày trong hình 1.

Chi tiết các lớp vật liệu và chốt được liên kết và cấu trúc như ở hình 2.



Hình 2. Chi tiết các lớp vật liệu và chốt liên kết giữa các lớp

Các chốt được sử dụng để liên kết bốn lớp 1, 2, 3 và 4 như thể hiện ở hình 2. Trong mô hình này, lớp 2 và 3 là kim loại đồng nhất, trong khi lớp 1 và 4 là các vật liệu có cơ tính biến đổi theo một phương chiều dày (FGM). Tỷ lệ thể tích của kim loại ($V_m^{(i)}$) và gốm ($V_c^{(i)}$) trong lớp thứ i (với $i = 1 \div 4$) được biểu diễn như sau:

Lớp 1:

$$\begin{cases} V_c^{(1)} = \left(\frac{1}{2} + \frac{z^{(1)}}{h_1} \right)^{n_1} \\ V_m^{(1)} = 1 - V_c^{(1)} \end{cases} \quad -\frac{h_1}{2} \leq z^{(1)} \leq \frac{h_1}{2} \quad (1)$$

Lớp 4:

$$\begin{cases} V_m^{(4)} = \left(\frac{1}{2} + \frac{z^{(4)}}{h_4} \right)^{n_4} \\ V_c^{(4)} = 1 - V_m^{(4)} \end{cases} \quad -\frac{h_4}{2} \leq z^{(4)} \leq \frac{h_4}{2} \quad (2)$$

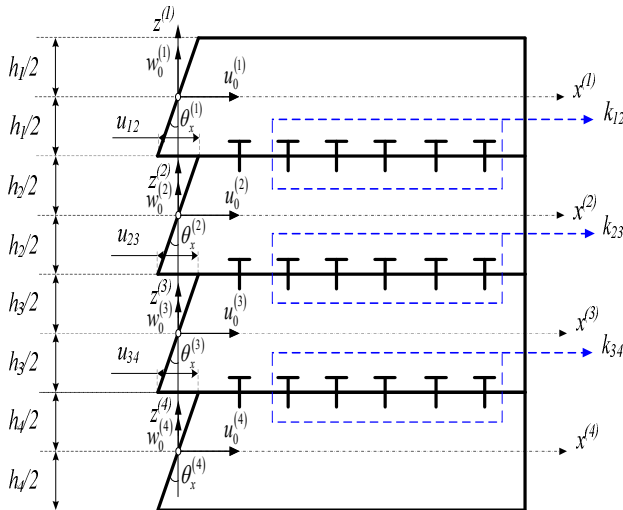
Trong đó độ dày của các lớp 1, 2, 3, và 4 được ký hiệu lần lượt là h_1 , h_2 , h_3 và h_4 (hình 2). Chỉ số phần thể tích của lớp 1 và lớp 4 được ký hiệu là n_1 and n_4 , trong khi đó tọa độ chiều dày của phần lớp 1 và lớp 4 là z_1 và z_4 . Các ký hiệu m và c tương ứng chỉ các thành phần kim loại và gốm.

Cơ tính vật liệu của lớp thứ i bao gồm hệ số Poisson ν và mô đun đàn hồi E được xác định như sau:

$$X^{(i)}(z^{(i)}) = X_m^{(i)} + (X_c^{(i)} - X_m^{(i)}) V_c^{(i)} \quad (3)$$

2.2. Các phương trình quan hệ cơ học và công thức phần tử hữu hạn

Bài báo sử dụng phần tử dầm hai nút, trong đó, mỗi nút có chín bậc tự do như thể hiện ở hình 3.



Hình 3. Các bậc tự do tại nút của phần tử dầm

Dựa trên lý thuyết dầm Timoshenko, trường chuyển vị được thể hiện như sau:

$$\begin{cases} u^{(i)} = u_0^{(i)} + z^{(i)} \cdot \theta_x^{(i)}; \\ w^{(i)} = w_0 \end{cases} \quad (i=1-4) \quad (4)$$

trong đó, $u_0^{(i)}$ và $w_0^{(i)}$ lần lượt là các chuyển vị tại trục trung hoà của kết cấu đơn theo phương của trục $x^{(i)}$ và trục $z^{(i)}$. $\theta_x^{(i)}$ là góc pháp tuyến ngang đối với trục $y^{(i)}$.

Dịch chuyển ngang giữa các lớp được tính như sau:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{\text{relative}} = \begin{Bmatrix} u_{12} \\ u_{23} \\ u_{34} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} u^{(1)} \left(-\frac{h_1}{2} \right) - u^{(2)} \left(\frac{h_2}{2} \right) \\ u^{(2)} \left(-\frac{h_2}{2} \right) - u^{(3)} \left(\frac{h_3}{2} \right) \\ u^{(3)} \left(-\frac{h_3}{2} \right) - u^{(4)} \left(\frac{h_4}{2} \right) \end{Bmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} \left(u_0^{(1)} - u_0^{(2)} \right) - \left(\frac{h_1}{2} \cdot \theta_x^{(1)} + \frac{h_2}{2} \cdot \theta_x^{(2)} \right) \\ \left(u_0^{(2)} - u_0^{(3)} \right) - \left(\frac{h_2}{2} \cdot \theta_x^{(2)} + \frac{h_3}{2} \cdot \theta_x^{(3)} \right) \\ \left(u_0^{(3)} - u_0^{(4)} \right) - \left(\frac{h_3}{2} \cdot \theta_x^{(3)} + \frac{h_4}{2} \cdot \theta_x^{(4)} \right) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

Biến dạng uốn cho mỗi lớp:

$$\begin{aligned} \epsilon_b^{(i)} &= \frac{\partial u^{(i)}}{\partial x} = \frac{\partial u_0^{(i)}}{\partial x} + z^{(i)} \cdot \frac{\partial \theta_x^{(i)}}{\partial x} \\ &= \epsilon_m^{(i)} + z^{(i)} \cdot \kappa^{(i)}; (i=1-4) \end{aligned} \quad (6)$$

trong đó, $\epsilon_m^{(i)}$ là độ biến dạng uốn của màng và $\kappa^{(i)}$ là độ cong của thành phần thứ i.

Biến dạng cắt cho mỗi lớp:

$$\epsilon_s^{(i)} = \gamma_{xz}^{(i)} = \frac{\partial u^{(i)}}{\partial z^{(i)}} + \frac{\partial w^{(i)}}{\partial x} = \theta_x^{(i)} + \frac{\partial w_0}{\partial x}; (i=1-4) \quad (7)$$

Trường ứng suất của mỗi lớp được xác định:

$$\begin{cases} \sigma_b^{(1)} = E^{(1)} \left(z^{(1)} \right) \cdot \left(\epsilon_m^{(1)} + z^{(1)} \cdot \kappa^{(1)} \right) \\ \sigma_b^{(2)} = E^{(2)} \cdot \left(\epsilon_m^{(2)} + z^{(2)} \cdot \kappa^{(2)} \right) \\ \sigma_b^{(3)} = E^{(3)} \cdot \left(\epsilon_m^{(3)} + z^{(3)} \cdot \kappa^{(3)} \right) \\ \sigma_b^{(4)} = E^{(4)} \left(z^{(4)} \right) \cdot \left(\epsilon_m^{(4)} + z^{(4)} \cdot \kappa^{(4)} \right) \end{cases} \quad (8a)$$

Phương trình (8a) có thể được biểu diễn dưới dạng ma trận như sau:

$$\sigma_b = \mathbf{D}_b \cdot \epsilon_m + \mathbf{D}_b \cdot \mathbf{Z} \cdot \kappa \quad (8b)$$

Ở đây:

$$\sigma_b = \left\{ \sigma_b^{(1)} \quad \sigma_b^{(2)} \quad \sigma_b^{(3)} \quad \sigma_b^{(4)} \right\}^T; \epsilon_m = \left\{ \epsilon_m^{(1)} \quad \epsilon_m^{(2)} \quad \epsilon_m^{(3)} \quad \epsilon_m^{(4)} \right\}^T$$

và $\kappa = \left\{ \kappa^{(1)} \quad \kappa^{(2)} \quad \kappa^{(3)} \quad \kappa^{(4)} \right\}^T$ lần lượt là vector ứng suất pháp, vector biến dạng màng và vector độ cong. $\mathbf{Z}$ là các tọa độ và ma trận vật liệu được thể hiện trong các loại ma trận như sau:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_b &= \begin{bmatrix} E^{(1)} \left(z^{(1)} \right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E^{(2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E^{(3)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E^{(4)} \left(z^{(4)} \right) \end{bmatrix}; \\ \mathbf{Z} &= \begin{bmatrix} z^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & z^{(2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & z^{(3)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & z^{(4)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

Ứng suất cắt của từng thành phần được xác định theo cách sau:

$$\begin{cases} \tau^{(1)} = \frac{E^{(1)} \left(z^{(1)} \right)}{2 \left(1 + \nu^{(1)} \left(z^{(1)} \right) \right)} \cdot \epsilon_s^{(1)} = \frac{E^{(1)} \left(z^{(1)} \right)}{2 \left(1 + \nu^{(1)} \left(z^{(1)} \right) \right)} \cdot \gamma_{xz}^{(1)} \\ \tau^{(2)} = \frac{E^{(2)}}{2 \left(1 + \nu^{(2)} \right)} \cdot \epsilon_s^{(2)} = \frac{E^{(2)}}{2 \left(1 + \nu^{(2)} \right)} \cdot \gamma_{xz}^{(2)} \\ \tau^{(3)} = \frac{E^{(3)}}{2 \left(1 + \nu^{(3)} \right)} \cdot \epsilon_s^{(3)} = \frac{E^{(3)}}{2 \left(1 + \nu^{(3)} \right)} \cdot \gamma_{xz}^{(3)} \\ \tau^{(4)} = \frac{E^{(4)} \left(z^{(4)} \right)}{2 \left(1 + \nu^{(4)} \left(z^{(4)} \right) \right)} \cdot \epsilon_s^{(4)} = \frac{E^{(4)} \left(z^{(4)} \right)}{2 \left(1 + \nu^{(4)} \left(z^{(4)} \right) \right)} \cdot \gamma_{xz}^{(4)} \end{cases} \quad (10)$$

Phương trình (10) chỉ rõ rằng $v^{(i)}$ ($i=1 \div 4$) biểu thị hệ số Poisson lớp thứ i , được biểu diễn dưới dạng:

$$\tau = \left\{ \tau^{(1)} \quad \tau^{(2)} \quad \tau^{(3)} \quad \tau^{(4)} \right\}^T = \mathbf{D}_s \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_s \quad (11)$$

trong đó, $\boldsymbol{\varepsilon}_s = \left\{ \varepsilon_s^{(1)} \quad \varepsilon_s^{(2)} \quad \varepsilon_s^{(3)} \quad \varepsilon_s^{(4)} \right\}^T$ là vectơ của biến dạng cắt. $\mathbf{D}_s$ là ma trận của vật liệu cắt.

Khi đó thế năng biến dạng đàn hồi của phần tử dầm được tính như sau:

$$U_e = \frac{1}{2} \int_{S_e} \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dS_e$$

$$= \frac{1}{2} \int_{L_e} \left(\int_{-\frac{h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}} \left\{ \boldsymbol{\varepsilon}^{(i)} \right\}^T \left\{ \boldsymbol{\sigma}^{(i)} \right\} dz^{(i)} \right) dx; (i=1-4) \quad (12)$$

với L_e là chiều dài phần tử.

Khi xem xét các liên kết chốt, năng lượng biến dạng của các chốt trên phần tử được tính như sau:

$$U_e^{\text{shear connectors}} = \frac{1}{2} \int_{S_e} \mathbf{u}_{\text{relative}}^T \cdot \mathbf{K}_{\text{relative}} \cdot \mathbf{u}_{\text{relative}} \cdot dS_e \quad (13)$$

$$\text{Ở đây, } \mathbf{K}_{\text{relative}} = \begin{bmatrix} k_{12} & 0 & 0 \\ 0 & k_{23} & 0 \\ 0 & 0 & k_{34} \end{bmatrix} \text{ là ma trận hệ số}$$

cắt. k_{12} là hệ số cắt, được sử dụng để liên kết lớp 1 và lớp 2. Tương tự đối với các phần lớp 2-3 và các phần 3-4 (hình 2). Và véc tơ dịch chuyển tương đối giữa các lớp được tính như sau:

$$\mathbf{u}_{\text{relative}} = \begin{bmatrix} \left(u_0^{(1)} - u_0^{(2)} \right) - \left(\frac{h_1}{2} \cdot \theta_x^{(1)} + \frac{h_2}{2} \cdot \theta_x^{(2)} \right) \\ \left(u_0^{(2)} - u_0^{(3)} \right) - \left(\frac{h_2}{2} \cdot \theta_x^{(2)} + \frac{h_3}{2} \cdot \theta_x^{(3)} \right) \\ \left(u_0^{(3)} - u_0^{(4)} \right) - \left(\frac{h_3}{2} \cdot \theta_x^{(3)} + \frac{h_4}{2} \cdot \theta_x^{(4)} \right) \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$= \mathbf{B}_{\text{relative}} \cdot \mathbf{q}_e$$

Các lớp xen kẽ sẽ chịu chuyển động trượt do ngoại lực. Do đó, sẽ cần có các liên kết chốt để tạo ra công nhằm giảm thiểu ảnh hưởng của ngoại lực.

Bài báo sử dụng hàm dạng Lagrange để xấp xỉ chuyển vị, thay các biểu thức vào các công thức năng lượng biến dạng ta sẽ xác định được ma trận độ cứng của các phần tử có chứa cả độ cứng của chốt liên kết. Phương trình được sử dụng cho bài toán tĩnh là:

$$\mathbf{F} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{Q} \quad (15)$$

ở đây, $\mathbf{Q}$ là vectơ chuyển vị tổng thể.

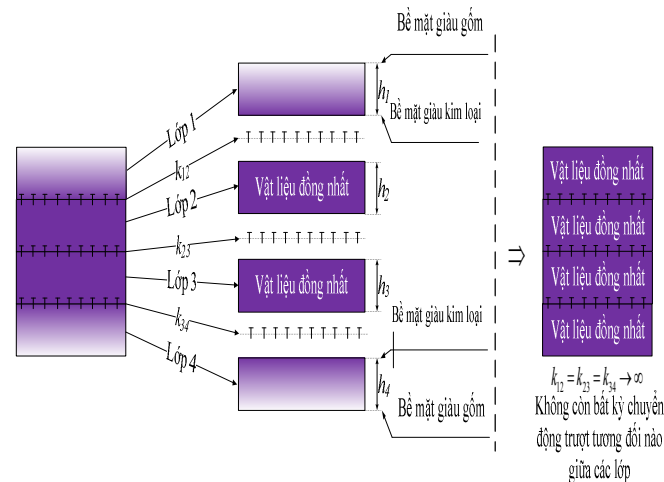
3. BÀI TOÁN XÁC MINH LÝ THUYẾT VÀ CHƯƠNG TRÌNH TÍNH

Ban đầu, chúng tôi tiến hành xác minh các trường hợp uốn tĩnh để xác thực tính chính xác của chương trình tính toán được lập trình trong Matlab. Xem xét dầm FG bốn lớp có liên kết chốt với đặc điểm hình học: chiều dài $L = 4\text{m}$, chiều rộng $b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = 0,3\text{m}$ và chiều cao $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = 0,04\text{m}$. Lớp 1 và 4 là vật liệu FGM ($\text{Al}/\text{Al}_2\text{O}_3$), trong khi lớp 2 và 3 được cấu tạo từ kim loại đồng nhất (Al) với thông số vật liệu được chỉ ra trong bảng 1.

Bảng 1. Đặc tính cơ học của vật liệu

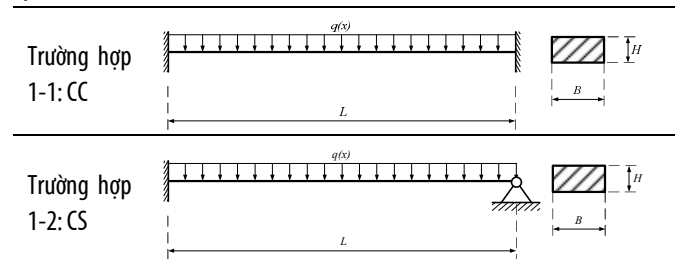
Thành phần	Mô đun đàn hồi E (N/m^2)	Hệ số Poisson ν
Al-kim loại	$7 \cdot 10^{10}$	0,3
Al_2O_3 -gốm	$38 \cdot 10^{10}$	0,3

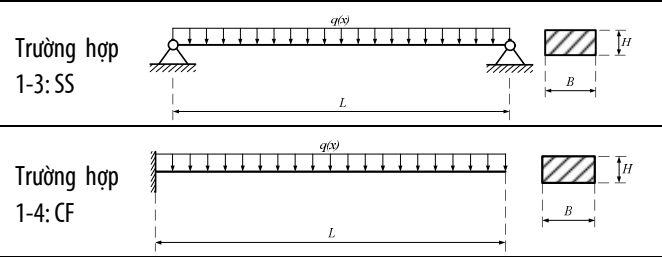
Trong ví dụ này, ở phương trình (1), chọn $n_1 \rightarrow \infty$, trong khi đó ở phương trình (2), chọn $n_4 = 0$. Hệ số cắt được ký hiệu là $k_{12} = k_{23} = k_{34} \rightarrow \infty$. Nghĩa là không có sự xuất hiện chuyển dịch tương đối giữa các lớp (hình 4).



Hình 4. Dầm FG bốn lớp bao gồm các liên kết chốt trở thành dầm đồng nhất

Khi đó, dầm FG bốn lớp với liên kết chốt được chuyển thành dầm kim loại (Nhôm) đồng nhất với chiều rộng $B = b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = 0,3\text{m}$, chiều dày $H = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 = 0,16\text{m}$ và chiều dài $L = 4\text{m}$. Tải trọng phân bố đều $q(x) = 10^4 \text{N/m}$.





Như chỉ ra trong bảng 2, kết quả của bài báo được so sánh với các lời giải chính xác có sự sai lệch rất nhỏ.

Bảng 2. So sánh kết quả độ võng lớn nhất trong một số trường hợp xét

Trường hợp	Độ võng cực đại (m)		Sai khác (%)
Trường hợp 1-1: CC	Bài báo hiện tại	Lời giải chính xác [15, 16] $w_{\max} = \frac{1}{384} \cdot \frac{q(x) \cdot L^4}{E_m I}$	1,99
	0,94858.10 ⁻³	0,93005.10 ⁻³	
Trường hợp 1-2: CS	Bài báo hiện tại	Lời giải chính xác [15, 16] $w_{\max} = \frac{(-15 + \sqrt{33})^2 \cdot (21 + 5\sqrt{33})}{786432} \cdot \frac{q(x) \cdot L^4}{E_m I}$	1,04
	0,0019546	0,0019343	
Trường hợp 1-3: SS	Bài báo hiện tại	Lời giải chính xác [15, 16] $w_{\max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q(x) \cdot L^4}{E_m I}$	0,32
	0,0046655	0,0046502	
Trường hợp 1-4: CF	Bài báo hiện tại	Lời giải chính xác [15, 16] $w_{\max} = \frac{1}{8} \cdot \frac{q(x) \cdot L^4}{E_m I}$	0,15
	0,044712	0,044642	

Ở đây mô men quán tính được tính như sau $I = \frac{B \cdot H^3}{12}$ [15, 16].

Thông qua các kết quả so sánh có thể kết luận rằng lý thuyết và chương trình tính toán xây dựng có độ tin cậy cao và có thể được dùng để phân tích ảnh hưởng của các thông số hình học và vật liệu tới đáp ứng tĩnh của dầm FGM bốn lớp với các chốt liên kết.

4. KẾT LUẬN

Bài báo đã xây dựng và trình bày mô hình phần tử hữu hạn để phân tích tĩnh dầm FGM bốn lớp với chốt liên kết.

Trên cơ sở lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất cho dầm (Timoshenko), các trường biến dạng, ứng suất và các phương trình năng lượng được thiết lập. Phần tử dầm hai nút với chín bậc tự do mỗi nút và hàm dạng Lagrange được sử dụng trong bài báo. Cơ sở lý thuyết và chương trình tính toán phân tích tĩnh được lập trình trong môi trường Matlab để kiểm chứng với những lời giải chính xác cho một số trường hợp điều kiện biên liên kết của dầm. Kết quả lý thuyết và tính toán của bài báo là cơ sở rất quan trọng để phát triển các bài toán phức tạp hơn liên quan tới phân tích ứng xử cơ học của dầm FGM bốn lớp có các chốt liên kết như: bài toán dao động riêng, bài toán phân tích động lực học và bài toán ổn định.

LỜI CẢM ƠN

Bài báo này được tài trợ bởi Quỹ nghiên cứu khoa học của Học viện Kỹ thuật Quân sự theo mã số 24.1.13.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. X. Li, J. He, Y. Zhou, F. Xu, T. Okazaki, H. Fang, "A comprehensive review of shear connectors in demountable composite beams," *Journal of Constructional Steel Research*, 218, 2024. doi: 10.1016/j.jcsr.2024.108723.

[2]. Y. Ding, K. F. Chung, C. C. Tong, X. D. Wang, X. H. Zhou, A. Y. Elghazouli, "Behaviour of large-diameter high-strength bolted shear connections for prefabricated composite beams," *Engineering Structures*, 322, 2025. doi: 10.1016/j.engstruct.2024.119002.

[3]. W. Chai, J. Di, Y. Lu, F. Qin, P. Men, Y. Su, "Experimental investigation on static mechanical performance of grouped-stud shear connectors in steel-UHPC composite beams," *Engineering Structures*, 306, 2024. doi: 10.1016/j.engstruct.2024.117836.

[4]. M. Wang, G. Lou, Z. Wen, B. Jiang, Y. Wang, Y. Jiang, "Study on Fire Resistance of Prefabricated Demountable Composite Beams Using Bolted Shear Connectors," *Fire Technology*, 60, 4, 2513–2538, 2024. doi: 10.1007/s10694-023-01533-1.

[5]. M. S. Majdub, S. Baharom, A. W. Al Zand, A. A. Mutalib, "Structural capacity of a composite slim-floor beam with hollow steel tube shear connectors," *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 2024. doi: 10.1080/15397734.2024.2305777.

[6]. J. Chen, et al., "Shearing performances of the detachable prefabricated composite beams with different types of connectors," *Structural Concrete*, 25, 4, 2695–2713, 2024. doi: 10.1002/suco.202300457.

[7]. K. Király, L. Dunai, "Experimental Study of Novel Demountable Shear Connectors for Steel-concrete Composite Buildings," *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 68, 2, 647–656, 2024. doi: 10.3311/PPci.22732.

[8]. M. S. Salah, H. H. Muteb, "Influence of shear connector type and degree on semi-rigid joints of composite cold-formed steel beam-to-column

connections," *Journal of Building Pathology and Rehabilitation*, 9, 2, 2024. doi: 10.1007/s41024-024-00457-9.

[9]. D. Huang, X. Nie, J. Fan, R. Ding, "Experimental study on longitudinal shear behavior of prefabricated steel-concrete composite beams with notched connections," *Engineering Structures*, 300, 2024. doi: 10.1016/j.engstruct.2023.117151.

[10]. A. H. Jawad, D. H. A. Numan, "Numerical investigation on the effect of shear connector type on the composite beam behavior under impact load," *International Journal of Applied Science and Research*, 07, 01, 68–76, 2024. doi: 10.56293/ijasr.2024.5708.

[11]. H. N. Nguyen, et al., "A finite element model for dynamic analysis of triple-layer composite plates with layers connected by shear connectors subjected to moving load," *Materials*, 12, 4, 2019. doi: 10.3390/ma12040598.

[12]. H. N. Nguyen, T. N. Canh, T. T. Thanh, T. Van Ke, V. D. Phan, D. Van Thom, "Finite element modelling of a composite shell with shear connectors," *Symmetry*, 11, 4, 2019. doi: 10.3390/sym11040527.

[13]. L. M. Thai, D. T. Luat, T. Van Ke, M. Phung Van, "Finite-Element Modeling for Static Bending Analysis of Rotating Two-Layer FGM Beams with Shear Connectors Resting on Imperfect Elastic Foundations," *Journal of Aerospace Engineering*, 36, 3, 2023. doi: 10.1061/jaeeez.aseng-4771.

[14]. V. M. Phung, "Static Bending Analysis of Symmetrical Three-Layer Fgm Beam With Shear Connectors Under Static Load," *Journal of Science and Technique*, 15, 3, 68–78, 2020. doi: 10.56651/lqdtu.jst.v15.n03.213.

[15]. R. Bansal, *A Textbook of Strength of Materials [Mechanics of Solids]*. Laxmi Publications (P) Ltd, pp. 237–381, 2015, [Online]. Available: <https://books.google.com/books?id=2IHEqp8dNWwC&pgis=1>

[16]. R. Khurmi, *Strength of Material: Mechanics of Soilds*. New Delhi, India: S. Chand Publishing, 2006.

[17]. L.T. Tuan, N.T. Dung, D. V. Thom, P. V. Minh, A.M. Zenkour, "Propagation of non-stationary kinematic disturbances from a spherical cavity in the pseudo-elastic cosserat medium," *The European Physical Journal Plus*, 136, 1-16, 2021. doi: 10.1140/epjp/s13360-021-02191-4.

[18]. P.H. Cong, D.H. Duc, D.V. Thom, "Phase field model for fracture based on modified couple stress," *Engineering Fracture Mechanics*, 269, 108534, 2022. doi: 10.1016/j.engfracmech.2022.108534.

[19]. D.H. Duc, D.V. Thom, P.M. Phuc, "Buckling analysis of variable thickness cracked nanoplates considering the flexoelectric effect," *Transport and Communications Science Journal*, 73, 5, 470–485, 2022. doi: 10.47869/tcsj.73.5.3.

[20]. N.C. Tho, N.T. Ta, D.V. Thom, "New numerical results from simulations of beams and space frame systems with a tuned mass damper," *Materials*, 12, 8, 1329, 2019. doi: 10.3390/ma12081329.

AUTHORS INFORMATION

Do Xuan Kien^{1,2}, Vu Cong Luan¹, Ta Duc Tam¹

¹Faculty of Mechanical Engineering, Military Technical Academy, Vietnam

²Faculty of Basic Sciences, Military Academy of Logistics, Vietnam