

THUẬT TOÁN TẠO QUỸ ĐẠO NGẪU NHIÊN CHO UAV MÔ TẢ TRONG HỆ TỌA ĐỘ FRENET GIẢN LƯỢC

THE ALGORITHM FOR GENERATING RANDOM PATHS FOR UAVs
DESCRIBED IN A SIMPLIFIED FRENET COORDINATE SYSTEM

Nguyễn Hoàng Việt^{1,*}, Nguyễn Vũ¹

DOI: <http://doi.org/10.57001/huinh5804.2025.006>

TÓM TẮT

Bài báo trình bày thuật toán sinh quỹ đạo phức tạp và ngẫu nhiên cho UAV khi tiếp cận một mục tiêu có tọa độ biết trước và đề xuất thuật toán sử dụng thời gian ảo để dịch chuyển một hệ tọa độ Frenet giản lược gắn với quỹ đạo đã được sinh ra. Từ đó, xác định điểm trên quỹ đạo có khoảng cách tới UAV ngắn nhất. Các thuật toán đề xuất được kiểm chứng bằng mô phỏng trong Matlab - Simulink.

Từ khóa: UAV; xây dựng quỹ đạo; quỹ đạo phức tạp.

ABSTRACT

This article proposes novel algorithm for generating dynamic and stochastic paths for Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) during target approach phases with predetermined coordinates. It also proposes an algorithm using virtual time to translate a simplified Frenet coordinate system attached to the generated paths. From this, the point on the trajectory with the shortest distance to the UAV is determined. The effectiveness of the proposed algorithms is validated through comprehensive numerical simulations implemented in Matlab-Simulink environment.

Keywords: UAV; path planning; dynamic trajectory.

¹Viện Khoa học và Công nghệ Quân sự

*Email: vietnguyenhoang1981@gmail.com

Ngày nhận bài: 25/9/2024

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 12/12/2024

Ngày chấp nhận đăng: 26/01/2025

1. GIỚI THIỆU

Hiện nay, việc ứng dụng UAV ngày càng phổ biến trong mọi mặt đời sống kinh tế xã hội, đặc biệt là trong lĩnh vực quân sự. UAV thực hiện nhiều nhiệm vụ, trong đó có nhiệm vụ tiêu diệt mục tiêu. Để tiêu diệt mục tiêu, UAV cần đi theo một đường quỹ đạo được xác định trước hoặc

xác định online. Các đường quỹ đạo thông thường là đường thẳng. Tuy nhiên, trong thực tế, để đi đến điểm đích, UAV phải vượt qua hệ thống phòng không, do đó nhiệm vụ quan trọng đầu tiên là UAV phải tránh được hỏa lực phòng không. Để làm được điều này, UAV cần bám theo những quỹ đạo phức tạp, ngẫu nhiên để đảm bảo rằng chuyển động của UAV là khó đoán định và không có cơ sở khoa học nào để dự đoán quỹ đạo của UAV. Như vậy, nhiệm vụ ban đầu là xây dựng được đường quỹ đạo cho UAV vừa đảm bảo đưa UAV đến đích, vừa đảm bảo tính ngẫu nhiên. Nhiệm vụ thứ hai là điều khiển UAV bám theo quỹ đạo đã được thiết lập.

Việc điều khiển UAV bám theo quỹ đạo phức tạp đã được đề cập đến trong [2, 3]. Bài toán điều khiển thường được phân rã thành hai bài toán: Bài toán dẫn đường và bài toán ổn định. Đối với bài toán dẫn đường, các tham số cần biết là khoảng cách từ UAV tới quỹ đạo và góc hướng của quỹ đạo tại hình chiếu của UAV xuống đường quỹ đạo. Sai số bám ngang của UAV chính là khoảng cách từ UAV tới đường quỹ đạo và sai số bám theo hướng chính là độ lệch giữa góc hướng của UAV với góc hướng của đường quỹ đạo tại hình chiếu của UAV xuống đường quỹ đạo. Đối với các quỹ đạo tiêu chuẩn như đường thẳng hoặc đường tròn, việc xác định hình chiếu của UAV xuống đường quỹ đạo là đơn giản [1]. Tuy nhiên đối với quỹ đạo phức tạp, việc xác định hình chiếu của UAV xuống đường quỹ đạo bằng phương pháp giải tích toán học không hề đơn giản. Để giải quyết vấn đề này, người ta thường sử dụng hệ tọa độ Frenet. Hệ tọa độ Frenet là hệ tọa độ gắn với UAV và đường quỹ đạo cần bám, có gốc di chuyển dọc theo đường quỹ đạo, sao cho UAV luôn nằm trên mặt phẳng pháp tuyến của đường quỹ đạo đi qua gốc tọa độ của nó.

Nội dung bài báo sẽ trình bày thuật toán tạo ra các quỹ đạo phức tạp và ngẫu nhiên cho UAV khi tiếp cận một điểm đích đã biết và một phương pháp xác định gốc tọa độ của hệ tọa độ Frenet gắn với UAV và đường quỹ đạo cần bám.

Bài báo tổ chức gồm 5 phần: Phần 1: Giới thiệu; Phần 2: Thuật toán sinh quỹ đạo ngẫu nhiên; Phần 3: Hệ tọa độ Frenet giản lược và thuật toán xác định điểm gần nhất; Phần 4: Mô phỏng kiểm chứng; Phần 5: Kết luận.

2. THUẬT TOÁN SINH QUỸ ĐẠO NGẪU NHIÊN

Bài toán lập quỹ đạo chuyển động cho một phương tiện bất kỳ, có thể tiếp cận theo cách tạo ra các điểm hành trình cố định, sau đó quỹ đạo sẽ được sinh ra trên cơ sở các điểm hành trình này. Tùy theo nhiệm vụ mà các điểm hành trình sẽ được xác định để đảm bảo rằng các yêu cầu của nhiệm vụ được hoàn thành. Ví dụ như lập bản đồ địa hình của các UAV khảo sát - trắc địa hoặc các UAV trinh sát, các điểm hành trình bay được chọn để đảm bảo rằng nhiệm vụ quét bề mặt khu vực cần khảo sát là đầy đủ, không bỏ sót.

Từ cách tiếp cận như vậy, một quỹ đạo chuyển động được coi là ngẫu nhiên nếu nó đi qua các điểm hành trình được sinh ra ngẫu nhiên. Có nhiều thuật toán để có thể tạo ra các quỹ đạo chuyển động ngẫu nhiên theo cách như vậy. Ví dụ: các thuật toán RRT (*Rapidly-exploring Random Tree*) [10] hoặc RRT* (*RRT Star*) có thể tạo ra các quỹ đạo bằng cách giả định ngẫu nhiên các chướng ngại vật. Thuật toán sẽ lấy mẫu ngẫu nhiên một điểm trong không gian làm điểm mục tiêu tạm thời, tìm điểm gần nhất trong cây và kiểm tra đoạn cây mới thêm vào có thỏa mãn việc va chạm với bất kỳ chướng ngại vật nào hay không. Quỹ đạo thu được sẽ là một quỹ đạo ngẫu nhiên, gồm nhiều đoạn thẳng, phụ thuộc vào mức độ ngẫu nhiên của tập các chướng ngại vật. Tuy nhiên, do quỹ đạo là nhiều đoạn thẳng, chưa phù hợp với chuyển động của phương tiện, nên sẽ phải làm "mềm" bằng một số thuật toán. Chính vì vậy, với các thuật toán kể trên, đòi hỏi những bước tính toán khá lớn.

Bên cạnh đó, việc sinh các điểm ngẫu nhiên trong không gian 3D, cũng có rất nhiều phương pháp. Ví dụ như: phương pháp sử dụng phân phối đều trong mô phỏng Monte Carlo (*Uniform Random Sampling*), phương pháp sử dụng phân phối chuẩn Gaussian, phương pháp lấy mẫu *Poisson Disk*, hoặc chuỗi *Low-discrepancy*... Các phương pháp sử dụng phân phối đều hoặc phân phối chuẩn Gaussian, mặc dù đơn giản và hiệu quả về mặt tính toán, nhưng các điểm được sinh ra có thể ở rất gần nhau hoặc tập trung với xác suất lớn gần điểm trung tâm. Dẫn

đến các điểm sẽ không đồng đều về mặt hình học. Với các phương pháp như lấy mẫu *Poisson Disk* hoặc chuỗi *Low-discrepancy* [5, 6], do áp dụng quy tắc khoảng cách tối thiểu hoặc giảm thiểu chỉ số *discrepancy* (một khái niệm đo lường mức độ lệch giữa phân bố của các điểm trong chuỗi) nên dữ liệu sinh ra có phân bố đều trong không gian. Cũng giống như các thuật toán RRT hay RRT*, nhược điểm chính của những phương pháp này là đòi hỏi nhiều bước tính toán, lặp lại nhiều lần, dẫn đến thời gian tính toán lớn và không hiệu quả.

Trong bài toán UAV tiếp cận điểm mục tiêu cho trước theo quỹ đạo ngẫu nhiên, quỹ đạo được sinh ngoài đảm bảo tính ngẫu nhiên, còn phải đảm bảo tính định hướng. Tức là phải phù hợp với mục đích chuyển động gần về phía điểm mục tiêu. Do vậy, các điểm hành trình khi sinh ngẫu nhiên cũng phải phù hợp với hướng tiếp cận mục tiêu. Các thuật toán kể trên thường rất khó khăn khi xử lý để sinh ra các điểm trong không gian có ràng buộc hướng như vậy. Đặc biệt là khó đảm bảo được việc xây dựng quỹ đạo online.

Khắc phục những vấn đề nói trên, bài báo đề xuất một thuật toán sinh quỹ đạo chuyển động cho UAV bằng chuỗi các điểm ngẫu nhiên phân bố trên bề mặt một "ống trụ tròn" theo hướng tiếp cận tới điểm đích (hình 1). Theo cách giải quyết như vậy, thuật toán sẽ đảm bảo sinh ngẫu nhiên các điểm hành trình theo một hướng định sẵn. Việc xây dựng quỹ đạo ngẫu nhiên lúc này sẽ gồm 2 bài toán nhỏ: bài toán sinh ngẫu nhiên các điểm hành trình và bài toán tạo quỹ đạo chuyển động từ các điểm đã sinh ra. Chất lượng ngẫu nhiên của quỹ đạo phụ thuộc chính vào mức độ ngẫu nhiên và sự phân bố hình học của các điểm hành trình. Trong phần dưới đây, bài báo sẽ lần lượt giải quyết từng bài toán nhỏ nói trên.

2.1. Sinh chuỗi điểm ngẫu nhiên

Như đã trình bày ở trên, để đảm bảo tính ngẫu nhiên và phù hợp với hướng tiếp cận mục tiêu, các điểm hành trình được sinh ngẫu nhiên trên bề mặt "ống trụ" nghiêng, có trục là đường thẳng nối từ vị trí bắt đầu của UAV đến vị trí điểm đích. Giả sử tọa độ hiện tại của UAV là $q_0^I = [x_0; y_0; z_0]$ và tọa độ của điểm đích M là $q_M^I = [x_M; y_M; z_M]$ biểu diễn trong hệ tọa độ dẫn đường $\{I\}$ (Oxyz - NED). Chuỗi điểm hành trình $WP_{rand} = \{P_0, P_2, \dots, P_n\}$ cần sinh là các điểm ngẫu nhiên nằm trên bề mặt ống trụ có bán kính R, có trục là đoạn thẳng D_{axis} nối q_0^I đến q_M^I . Trong đó, P_0 trùng với điểm đầu q_0^I và P_n trùng với vị trí điểm mục tiêu q_M^I . Gọi d là độ dài đoạn trục D_{axis} được xác định theo (1):

$$d = \sqrt{(x_0 - x_M)^2 + (y_0 - y_M)^2 + (z_0 - z_M)^2} \quad (1)$$

Mặt trụ nghiêng và tọa độ các điểm $P_i \in WP_{\text{rand}}$ được xác định trên cơ sở tập $WP_{\text{rand}}^* = \{P_1^*, P_2^*, \dots, P_n^*\}$ là tọa độ các điểm ngẫu nhiên nằm trên mặt trụ có độ dài trục là d , có bán kính là R , và trục nằm trên một trục bất kỳ của hệ tọa độ $\{\mathbb{I}\}$ (giả sử là trục Ox). Trong đó, điểm đầu và điểm cuối sẽ được gán là: $P_0^* = [0; 0; 0]$ và $P_n^* = [d; 0; 0]$. Tập các điểm WP_{rand}^* xác định lần lượt theo (2) và (2*):

$$P_i^* = \begin{cases} x_i^* = i \cdot \frac{d}{n} \\ y_i^* = R \cdot \cos \delta_i \\ z_i^* = R \cdot \sin \delta_i \end{cases} \quad (2)$$

$$P_0^* = [0; 0; 0]; P_n^* = [d; 0; 0] \quad (2^*)$$

Với $i = 0, 1, 2, \dots, n$ và δ_i ngẫu nhiên trong khoảng $(0, 2\pi)$. Chất lượng ngẫu nhiên của các điểm P_i^* phụ thuộc vào thuật toán sinh ngẫu nhiên các góc δ_i . Với thuật toán xác định các điểm ngẫu nhiên trong (2) và (2*), hình chiếu của các điểm ngẫu nhiên kế tiếp trên trục Ox là các điểm nối tiếp nhau nằm trên đường thẳng $P_0^*P_n^*$ có khoảng cách không đổi. Hình chiếu của các điểm ngẫu nhiên lên mặt phẳng Oyz là tập hợp các điểm nằm ngẫu nhiên trên đường tròn bán kính R , tùy thuộc vào các giá trị của chuỗi ngẫu nhiên δ_i mà khoảng cách giữa các điểm ngẫu nhiên kế tiếp có thể đạt giá trị tối đa là $2R$ hoặc đạt giá trị tối thiểu là 0, đồng thời góc hướng của đường nối hai điểm liên tiếp cũng thay đổi tương đương. Điều này làm cho khả năng dự báo đường bay gặp khó khăn, giảm thiểu khả năng bị tiêu diệt bởi vũ khí thông thường không có điều khiển. Với các phương pháp sinh ngẫu nhiên như phân phối đều, phân phối chuẩn Gaussian, Poisson Disk hay Low-discrepancy trình bày trên khó đảm bảo đồng thời sự phân bố đồng đều và hiệu quả tính toán.

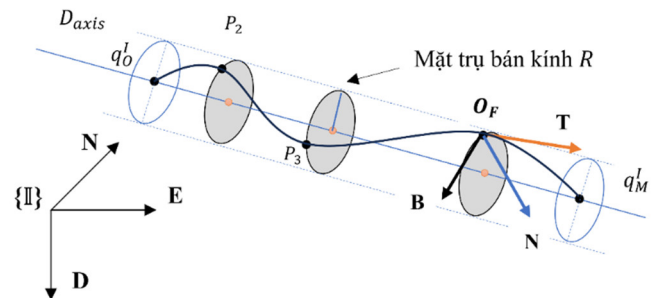
Mersenne Twister [4] là một thuật toán sinh số ngẫu nhiên giả (PRNG - Pseudo-Random Number Generator) được phát triển bởi Makoto Matsumoto và Takuji Nishimura vào năm 1997. Nó có khả năng tạo ra các chuỗi số ngẫu nhiên có chất lượng cao với chu kỳ dài và sự phân phối đều trong không gian nhiều chiều. Thuật toán bắt đầu bằng một giá trị khởi tạo (seed) và sau đó tiến hành các phép biến đổi để sinh ra các số ngẫu nhiên. Đặc điểm quan trọng của Mersenne Twister là các số ngẫu nhiên được sinh ra có tính ngẫu nhiên tốt, ít bị lặp và phân bố đồng đều với chu kỳ rất dài. Đặc biệt là thuật toán được hiện thực một cách đơn giản, hiệu quả tính toán cao và không yêu cầu quá nhiều tài nguyên tính toán. Xuất phát từ những ưu điểm như vậy, bài báo sử dụng thuật toán Mersenne Twister để sinh ngẫu nhiên các góc δ_i . Các kết quả sẽ được thể hiện trong phần Mô phỏng của bài báo.

Nếu gọi $\mathbf{V}_{\text{trans}}$ là vector dịch chuyển khi dịch P_0^* đến trùng vị trí q_0^I ; các góc ψ_{axis} và θ_{axis} lần lượt là 2 góc Euler khi quay trục Ox đến trùng với D_{axis} . (thứ tự $Oz \rightarrow Oy$).

Vector dịch chuyển và ma trận quay xác định theo (3) và (4):

$$\mathbf{V}_{\text{trans}} = [x_0; y_0; z_0] \quad (3)$$

$$\mathcal{R}_{\text{axis}} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{\text{axis}} \cos \psi_{\text{axis}} & \cos \theta_{\text{axis}} \sin \psi_{\text{axis}} & -\sin \theta_{\text{axis}} \\ -\sin \psi_{\text{axis}} & \cos \psi_{\text{axis}} & 0 \\ \cos \psi_{\text{axis}} \sin \theta_{\text{axis}} & \sin \theta_{\text{axis}} \sin \psi_{\text{axis}} & \cos \theta_{\text{axis}} \end{bmatrix} \quad (4)$$



Hình 1. Quỹ đạo chuyển động ngẫu nhiên và hệ tọa độ Frenet

Chuỗi điểm $WP_{\text{rand}} = \{P_0, P_2, \dots, P_n\}$ sẽ thu bằng công thức (5):

$$WP_{\text{rand}} = \mathcal{R}_{\text{axis}} \cdot WP_{\text{rand}}^* + \mathbf{V}_{\text{trans}} \quad (5)$$

Trong đó:

$$P_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T = \mathcal{R}_{\text{axis}} \cdot [x_i^* \ y_i^* \ z_i^*]^T + [x_0 \ y_0 \ z_0]^T \quad (6)$$

với $i = 0, 1, 2, \dots, n$

Tới đây, chuỗi các điểm ngẫu nhiên WP_{rand} đã được sinh ra.

2.2. Sinh quỹ đạo từ chuỗi điểm ngẫu nhiên

Có nhiều phương pháp để tạo ra quỹ đạo từ chuỗi điểm cho trước, có thể kể đến như: quỹ đạo Dubins, quỹ đạo Kinodynamic, ... Các quỹ đạo thu được từ các phương pháp này thường là các hàm số phức tạp, khó khăn trong việc tham số hóa và tính toán các đạo hàm để tìm các vector chỉ hướng của hệ tọa độ Frenet. Với phương pháp nội suy đa thức, mỗi đoạn quỹ đạo được mô tả chỉ bằng hàm đa thức bậc m nào đó. Vì vậy, việc tính các đạo hàm của các hàm mô tả là đơn giản hơn rất nhiều so với các phương pháp khác.

Trong chuyển động của các phương tiện bay, gia tốc bị gián đoạn hoặc thay đổi đột ngột có thể tạo ra các tác động không mong muốn lên chuỗi động học và tải trọng quán tính của phương tiện. Tức là, đạo hàm bậc 2 của hàm số mô tả quỹ đạo không được phép tồn tại các điểm gián đoạn loại 2. Khi xây dựng quỹ đạo, các ràng buộc tại

các điểm hành trình sẽ phải xem xét ít nhất đến đạo hàm bậc 3, tức là $m \geq 3$. Do vậy, bài báo lựa chọn phương pháp nội suy đa thức Cubic Spline, tức là $m = 3$ để nội suy từng phần quỹ đạo từ chuỗi điểm ở phần 2.1. Từ (6) thấy rằng, P_i được mô tả bởi 2 giá trị: $x_i^* = i \cdot \frac{d}{n}$ và δ_i , trong đó x_i^* biến đổi trong đoạn từ 0 đến d . Nếu ký hiệu t là độ dài quãng đường của một điểm ảo nào đó di chuyển dọc theo trục của mặt trụ chứa WP_{rand}^* , thì khi dịch chuyển và xoay mặt trụ sang vị trí D_{axis} , t là một đại lượng biến đổi theo chiều dài d của trục “trụ nghiêng” và tham số t có thể sử dụng là tham số mô tả để nội suy quỹ đạo. Theo cách như vậy, khi t thỏa mãn: $x_i^* \leq t < x_{i+1}^*$ thì đa thức nội suy của đoạn quỹ đạo thứ i đi qua 2 điểm P_i và P_{i+1} sẽ có dạng:

$$p_i(t) = a_i + b_i \cdot (t - x_i^*) + c_i \cdot (t - x_i^*)^2 + d_i \cdot (t - x_i^*)^3 \quad (7)$$

Trong đó: $x_i^* = i \cdot \frac{d}{n}$ với $i = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ là đã biết và $a_i; b_i; c_i; d_i$ là các hệ số của đa thức Cubic Spline cần xác định. Bài toán sinh quỹ đạo từ chuỗi điểm đã biết WP_{rand} lúc này chính là việc xác định các hệ số $a_i; b_i; c_i; d_i$ thỏa mãn các điều kiện (8) và (9). Đặt: $t_i = x_i^*$, ta có:

* Điều kiện tại 2 đầu mút:

$$\begin{cases} p_i(t_i) = P_i \\ p_i(t_{i+1}) = P_{i+1} \end{cases} \quad (8)$$

* Điều kiện liên tục đạo hàm bậc 1 và đạo hàm bậc 2:

$$\begin{cases} p'_{i-1}(t_i) = p'_i(t_i) \\ p''_{i-1}(t_i) = p''_i(t_i) \\ p'_i(t_{i+1}) = p'_{i+1}(t_{i+1}) \\ p''_i(t_{i+1}) = p''_{i+1}(t_{i+1}) \end{cases} \quad (9)$$

Trong đó:

$$p'_i(t) = b_i + 2 \cdot c_i \cdot (t - t_i) + 3 \cdot d_i \cdot (t - t_i)^2 \quad (10)$$

$$p''_i(t) = 2 \cdot c_i + 6 \cdot d_i \cdot (t - t_i) \quad (11)$$

Do có $(n + 1)$ điểm nội suy nên sẽ có n đoạn quỹ đạo. Các điều kiện (8) và (9) xác định một hệ gồm $4 * n$ phương trình chứa các ẩn số $a_i; b_i; c_i; d_i$ tương ứng với mỗi trục Ox, Oy, Oz .

Gọi: A là ma trận kích thước $(4 \cdot n \times 4 \cdot n)$ chứa các điều kiện (8) và (9).

b là vector cột kích thước $(4 \cdot n \times 1)$ chứa giá trị P_i , với $i = 1, 2 \dots n$

D là vector cột $(4 \cdot n \times 1)$ chứa các ẩn số $a_i; b_i; c_i; d_i$ của các đoạn đa thức.

Hệ phương trình nói trên được biểu diễn dưới dạng ma trận là: $A * D = b$

$$\Rightarrow D = A^{-1} * b \quad (12)$$

Từ đây các hệ số $a_i; b_i; c_i; d_i$ của các đoạn đa thức mô tả quỹ đạo đã được xác định theo (12). Quỹ đạo nội suy gồm n đoạn, mô tả bởi các đa thức bậc 3, đi qua điểm đầu là $q_0^I = [x_0; y_0; z_0]$, $(n - 1)$ điểm hành trình sinh ngẫu nhiên bởi các điểm x_i^* chia đều trên trục trụ và các góc ngẫu nhiên δ_i . Điểm cuối cùng của quỹ đạo là vị trí của mục tiêu $q_M^I = [x_M; y_M; z_M]$.

Từ (7) thấy rằng, bằng việc chọn t làm tham số mô tả quỹ đạo, tọa độ điểm bất kỳ trên quỹ đạo có thể xác định thông qua việc xác định vị trí của một điểm nằm trên trục của *trụ nghiêng*. Tham số t có thể được coi như *thời gian* ảo mô tả quỹ đạo. Đây là một cách lựa chọn hoàn toàn khác so với những cách lựa chọn tham số mô tả thông thường như: độ dài của đường dẫn hoặc thời gian di chuyển dọc quỹ đạo. Nó là cơ sở cho việc xác định gốc tọa độ Frenet trình bày dưới đây, cũng như các thuật toán điều khiển bám đường dẫn được các tác giả sẽ đề xuất trong các nghiên cứu tiếp theo.

2.3. Xác định vận tốc tối đa cho phép của UAV dựa trên gia tốc pháp tuyến theo quỹ đạo được thiết lập

Một đặc trưng quan trọng của UAV là gia tốc pháp tuyến. Giả sử UAV bay theo đường quỹ đạo mô tả bằng một đa thức bậc 3 với vận tốc là v_{max} . Khi đó gia tốc pháp tuyến $a(t)$ của UAV được xác định như sau:

$$a(t) = \frac{(v_{max})^2}{R(t)} = (v_{max})^2 \cdot \kappa(t) \quad (13)$$

Trong đó, $R(t)$ và $\kappa(t)$ lần lượt là bán kính và độ cong của quỹ đạo mô tả theo tham số t . Độ cong $\kappa(t)$ được xác định bằng tỷ số giữa độ lớn của vector pháp tuyến và độ dài vector vận tốc. Khi $t \in [x_i^*, x_{i+1}^*]$, độ cong được xác định như sau [12]:

$$\kappa(t) = \frac{\|p'_i(t) \times p''_i(t)\|}{\|p'_i(t)\|^3} \quad (14)$$

Trong đó, $p'_i(t) \times p''_i(t)$ là tích có hướng giữa đạo hàm bậc nhất và đạo hàm bậc hai của $p_i(t)$, được xác định lần lượt theo các công thức (7); (10); (11).

Mỗi loại UAV, do giới hạn về mặt vật lý, chỉ có thể cơ động với gia tốc pháp tuyến nhỏ hơn gia tốc pháp tuyến tối đa, ký hiệu là a_{max} .

Với ràng buộc về gia tốc pháp tuyến, vận tốc hành trình của UAV được giới hạn bởi các giá trị sau:

$$v \leq v_{max} \quad \text{khi} \quad a(t) \leq a_{max} \quad (15)$$

$$v \leq v_{max} \cdot \left(\frac{a_{max}}{a(t)} \right) \quad \text{khi} \quad a(t) \geq a_{max} \quad (16)$$

Điều kiện (15) và (16) sẽ đảm bảo cho UAV bám theo được quỹ đạo mong muốn được xây dựng trong mục 2.2.

3. HỆ TỌA ĐỘ FRENET GIẢN LƯỢC VÀ THUẬT TOÁN XÁC ĐỊNH ĐIỂM GẮN NHẤT

3.1. Hệ tọa độ Frenet giản lược

Quỹ đạo sinh từ phần 2 gồm n đoạn, tương ứng với mỗi trục trong hệ tọa độ $\{I\}$. Khi đặt $t_i = x_i^*$ như trình bày trên, đa thức (7) tương ứng với mỗi trục được biểu diễn dưới dạng:

$$p(t) = \begin{cases} x_i(t) = a_{x_i} + b_{x_i} \cdot (t - t_i) \\ \quad + c_{x_i} \cdot (t - t_i)^2 + d_{x_i} \cdot (t - t_i)^3 \\ y_i(t) = a_{y_i} + b_{y_i} \cdot (t - t_i) \\ \quad + c_{y_i} \cdot (t - t_i)^2 + d_{y_i} \cdot (t - t_i)^3 \\ z_i(t) = a_{z_i} + b_{z_i} \cdot (t - t_i) \\ \quad + c_{z_i} \cdot (t - t_i)^2 + d_{z_i} \cdot (t - t_i)^3 \end{cases} \quad (17)$$

Trong đó t là tham số mô tả. Hệ tọa độ Frenet (tiêu chuẩn) được xác định bởi các vector cơ sở theo công thức:

$$\mathbf{T}(t) = \frac{dp/dt}{\|dp/dt\|}; \quad \mathbf{N}(t) = \frac{dT/dt}{\|dT/dt\|}; \quad \mathbf{B} = \mathbf{T} \times \mathbf{N} \quad (18)$$

Trong hệ tọa độ Frenet tiêu chuẩn, vector tiếp tuyến $\mathbf{T}$ luôn hướng theo chiều của chuyển động. Tuy nhiên, vector pháp tuyến $\mathbf{N}$ (thể hiện hướng cong) và vector trùng pháp tuyến (thể hiện hướng xoắn) thường xuyên đổi chiều khi quỹ đạo là phức tạp. Để đơn giản khi xác định các góc Euler và dấu của tọa độ UAV, bài báo đề xuất sử dụng một hệ tọa độ Frenet đơn giản hơn (gọi là hệ tọa độ Frenet giản lược - ký hiệu là $\{F^*\}$). Theo đó, vector $\mathbf{T}$ tiếp tuyến với quỹ đạo và vẫn hướng theo chiều chuyển động, vector $\mathbf{N}^*$ song song với mặt phẳng Oxy, vuông góc với $\mathbf{T}$ và luôn hướng sang phải theo chiều chuyển động. Vector $\mathbf{B}^*$ vuông góc với $\mathbf{T}$ và $\mathbf{N}^*$, luôn hướng xuống dưới theo chiều dương của Oz trong hệ tọa độ $\{I\}$.

Giả sử vector tiếp tuyến $\mathbf{T}$ có 3 thành phần xác định theo (14) là: $[T_x; T_y; T_z]$. Các vector $\mathbf{N}^*$ và $\mathbf{B}^*$ được xác định như sau:

$$\begin{aligned} \mathbf{N}^* &= - \frac{(T_1 \times [0; 0; 1])}{\|T_1 \times [0; 0; 1]\|} \\ &= \left[\frac{-T_y}{\sqrt{(T_y)^2 + (T_x)^2}}; \frac{T_x}{\sqrt{(T_y)^2 + (T_x)^2}}; 0 \right] \end{aligned} \quad (19)$$

$$\mathbf{B}^* = \mathbf{T} \times \mathbf{N}^* \quad (20)$$

Trong đó $T_1 = [T_x; T_y; 0]$ là hình chiếu của $\mathbf{T}$ trong mặt phẳng Oxy, vector $[0, 0, 1]$ là vector đơn vị chỉ hướng trục Oz. Tích có hướng của T_1 và vector chỉ hướng trục Oz như công thức (19) xác định theo quy tắc bàn tay phải, nên $\mathbf{N}^*$ luôn hướng sang phải theo chiều dương của $\mathbf{T}$. Vector $\mathbf{B}^*$ là tích có hướng của $\mathbf{T}$ và $\mathbf{N}^*$ nên luôn hướng xuống dưới theo chiều dương của Oz.

Các vector của hệ tọa độ Frenet giản lược $\{F^*\}$ đã hoàn toàn xác định.

3.2. Thuật toán xác định điểm gần nhất

Các thuật toán dẫn đường phổ biến ứng dụng cho các phương tiện tự hành nói chung có thể kể đến như: thuật toán bám đuôi và thuật toán bám theo đường ngắm [7], thuật toán dẫn đường phi tuyến [11], thuật toán dẫn đường trên cơ sở trường vector [8], thuật toán dẫn đường trên cơ sở bộ điều chỉnh toàn phương tuyến tính [9]... Trong [1, 11], luật dẫn đường được xây dựng dựa trên thuật toán điểm ngắm ảo. Theo đó, điểm ngắm ảo được xác định trên cơ sở xác định một điểm tham chiếu là hình chiếu của UAV trên đường quỹ đạo. Trong trường hợp quỹ đạo là đường thẳng thì điểm ngắm ảo nằm trước điểm tham chiếu một khoảng δ , hoặc một cung tròn có góc là λ trong trường hợp quỹ đạo là cung tròn. Trong [8], luật điều khiển dẫn đường theo trường vector được phát triển dựa trên nguyên tắc điều chỉnh hướng tiếp cận với quỹ đạo theo khoảng cách UAV tới quỹ đạo. Theo đó, góc chuyển động mong muốn của UAV khi ở ngoài một lân cận τ so với quỹ đạo sẽ xấp xỉ là $\frac{\pi}{2}$; và sẽ bằng tích của góc ban đầu ψ^T với hàm mũ k của khoảng cách tương đối giữa UAV và đường quỹ đạo: $(\frac{e_y}{\tau})^k$. Trong [9], luật điều khiển dựa trên bộ điều chỉnh tuyến tính toàn phương LQR được đề xuất. Theo đó, lệnh điều khiển là hàm của độ sai lệch ngang e_y ; vùng biên τ và sai lệch vận tốc xác định trên cơ sở tích vận tốc đối không v_a và sai lệch góc hướng $\sin(\psi - \psi^T)$.

Từ trên thấy rằng, để có được các lệnh điều khiển dẫn đường, việc tiên quyết là phải xác định được chân đường vuông góc hạ từ UAV tới đường quỹ đạo (tạm gọi là điểm tham chiếu $\mathbf{P}$). Từ đây sẽ xác định được điểm ngắm ảo hoặc khoảng cách giữa UAV và quỹ đạo cần bám. Có một số phương pháp để xác định được điểm chân đường vuông góc như: phương pháp hình học trực tiếp (bằng cách quy quỹ đạo về các đường tiêu chuẩn như đường thẳng, đường tròn); phương pháp tối thiểu hóa (định nghĩa hàm khoảng cách và tìm giá trị tối thiểu); phương pháp sử dụng hàm khoảng cách có dấu (Signed Distance Function - SDF) hoặc phương pháp lưới (Grid-based method)... Tuy nhiên, các phương pháp này chỉ hiệu quả với các quỹ đạo tiêu chuẩn hoặc đơn giản. Đối với quỹ đạo phức tạp, việc xác định điểm $\mathbf{P}$ là không hề đơn giản.

Trong hệ tọa độ Frenet, gốc tọa độ O_F xác định theo tọa độ của UAV chính là điểm chân đường vuông góc $\mathbf{P}$ hạ từ UAV xuống đường quỹ đạo cần bám. Đó cũng chính là điểm của đường quỹ đạo có khoảng cách tới UAV nhỏ nhất. Để xác định gốc tọa độ này, dưới đây đề xuất thuật toán sử dụng thời gian ảo t để dịch chuyển điểm gốc tọa độ của hệ tọa độ Frenet dọc đường quỹ đạo với tốc độ tùy chọn và hướng được xác định theo giá trị tọa độ của UAV trên trục $O_F x_F$, sao cho giá trị tọa độ này tiến tới "0".

Gọi $[e_x, e_y, e_z]$ là tọa độ của UAV trong hệ tọa độ $\{F^*\}$ đã xây dựng trong phần 3.1. Các tọa độ này chính là sai số vị trí của UAV so với gốc tọa độ O_F . Giả sử P là điểm nằm trên quỹ đạo $p(t)$ có tọa độ e_x của UAV bằng "0" ($P \equiv O_F$). Khi đó, UAV nằm trên mặt phẳng ($O_F y_F z_F$), tọa độ của UAV chỉ tồn tại trên 2 trục ($O_F y_F \equiv N^*$) và ($O_F z_F \equiv B^*$) và do vậy, khoảng cách từ P đến UAV là ngắn nhất (hình 2).

Để xác định được điểm P , cần xây dựng tọa độ của UAV trong $\{F^*\}$, và xác định giá trị t tương ứng, cụ thể:

Giả sử các vector cơ sở hệ tọa độ $\{F^*\}$ xác định theo (15); (16) biểu diễn theo 3 trục của $\{I\}$ như sau:

$$T = [T_x, T_y, T_z]; N^* = [N_x^*, N_y^*, N_z^*];$$

$$B^* = [B_x^*, B_y^*, B_z^*].$$

Ký hiệu: $\{\phi_F, \theta_F, \psi_F\}$ lần lượt là 3 góc lệch Euler khi quay $\{I\}$ sang $\{F^*\}$ theo thứ tự ($O_z \rightarrow O_y \rightarrow O_x$). Do N^* song song với Oxy nên góc ϕ_F luôn bằng 0. Các góc còn lại được tính như sau:

$$\psi_F = -\arctg\left(\frac{N_x^*}{N_y^*}\right) \quad (21)$$

$$\theta_F = -\arctg\left(\frac{T_z}{\sqrt{T_x^2 + T_y^2}}\right) \quad (22)$$

Ma trận quay từ $\{I\}$ sang $\{F^*\}$ xác định theo (23):

$$F_I^* R = \begin{bmatrix} \cos \theta_F \cos \psi_F & \cos \theta_F \sin \psi_F & -\sin \theta_F \\ -\sin \psi_F & \cos \psi_F & 0 \\ \cos \psi_F \sin \theta_F & \sin \theta_F \sin \psi_F & \cos \theta_F \end{bmatrix} \quad (23)$$

Gọi $q_{UAV}^I = [x_{UAV}; y_{UAV}; z_{UAV}]$ là tọa độ của UAV trong hệ tọa độ $\{I\}$. Tọa độ UAV trong hệ tọa độ $\{F^*\}$ xác định theo công thức:

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{bmatrix} = F_I^* R \cdot (q_{UAV}^I - p(t))$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta_F \cos \psi_F & \cos \theta_F \sin \psi_F & -\sin \theta_F \\ -\sin \psi_F & \cos \psi_F & 0 \\ \cos \psi_F \sin \theta_F & \sin \theta_F \sin \psi_F & \cos \theta_F \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{UAV} - x_p(t) \\ y_{UAV} - y_p(t) \\ z_{UAV} - z_p(t) \end{bmatrix} \quad (24)$$

Dẫn đến:

$$\begin{cases} e_x = \cos \theta_F \cos \psi_F (x_{UAV} - x_p(t)) \\ \quad + \cos \theta_F \sin \psi_F (y_{UAV} - y_p(t)) \\ \quad - \sin \theta_F (z_{UAV} - z_p(t)) \\ e_y = -\sin \psi_F (x_{UAV} - x_p(t)) \\ \quad + \cos \psi_F (y_{UAV} - y_p(t)) \\ e_z = \cos \psi_F \sin \theta_F (x_{UAV} - x_p(t)) \\ \quad + \sin \theta_F \sin \psi_F (y_{UAV} - y_p(t)) \\ \quad + \cos \theta_F (z_{UAV} - z_p(t)) \end{cases} \quad (25)$$

Từ (20) thấy rằng, nếu cho trước một tọa độ q_{UAV}^I , xác định điểm P chính là việc xác định giá trị t thỏa mãn phương trình $e_x = 0$. Khi UAV di chuyển, tức là tọa độ $[x_{UAV}; y_{UAV}; z_{UAV}]$ biến đổi, thời gian ảo t cần thay đổi theo một quy luật nào đó để duy trì e_x bằng "0". Nếu coi t là biến đầu vào của một đối tượng điều khiển mô tả như (*), điều chỉnh biến đầu ra $e_x \rightarrow 0$, giá trị t có thể xác định theo phương pháp PI, theo đó t xác định bằng công thức (26):

$$t = K_1 e_x + K_2 \int e_x dt \quad \text{với } K_1; K_2 > 0 \quad (26)$$

Trong miền rời rạc, $t(k+1)$ được xác định như sau:

$$t(k+1) = K_1 e_x(k+1) + K_2 \sum_{i=1}^{k+1} e_x(k+1) \Delta t \quad (27)$$

Với $K_1; K_2 > 0$; Δt là thời gian lấy mẫu.

Như vậy, với việc sử dụng thời gian ảo t và luật biến đổi (26), (27) điểm gốc tọa độ của hệ tọa độ Frenet sẽ dịch chuyển dọc đường quỹ đạo với tốc độ và hướng được xác định theo giá trị tọa độ của UAV trên trục $O_F x_F$, sao cho giá trị tọa độ này tiến tới "0". Trong nội dung của phần mô phỏng, bài báo sẽ sử dụng luật biến đổi nói trên để chứng minh rằng luôn xác định được điểm P khi cho một tọa độ UAV bất kỳ.

Bảng 1. Chuỗi điểm ngẫu nhiên theo thuật toán Mersenne Twister với seed = 0

	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9
x_p	40,00	119,72	144,69	232,71	292,45	312,36	384,07	459,35	513,79	550,00
y_p	40,00	47,31	151,48	127,08	186,19	272,58	301,90	314,98	326,13	400,00
z_p	-500,00	-466,63	-456,43	-399,11	-393,94	-353,78	-333,21	-299,22	-227,47	-200,00

Bảng 2. Chuỗi điểm ngẫu nhiên theo thuật toán Mersenne Twister với seed = 1

	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9
x_p	40,00	123,71	135,42	216,06	259,63	311,96	376,26	446,24	506,84	550,00
y_p	40,00	58,19	154,17	179,88	230,60	272,74	308,48	335,93	370,88	400,00
z_p	-500,00	-486,48	-443,88	-434,17	-391,44	-353,29	-327,83	-302,08	-269,37	-200,00

Bảng 3. Hệ số các đoạn đa thức của chuỗi điểm ngẫu nhiên seed = 0

		Đoạn 1	Đoạn 2	Đoạn 3	Đoạn 4	Đoạn 5	Đoạn 6	Đoạn 7	Đoạn 8	Đoạn 9
x_p	a_x	40,00	119,72	144,70	232,71	292,46	312,37	384,08	459,36	513,79
	b_x	1,29	0,53	0,67	1,19	0,35	0,53	1,09	0,85	0,56
	c_x	0,00	0,01	0,01	-0,01	-0,01	0,01	0,00	0,00	0,00
	d_x	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
y_p	a_y	40,00	47,31	151,49	127,09	186,20	272,58	301,91	314,99	326,13
	b_y	-0,38	1,05	0,54	-0,11	1,26	0,76	0,21	0,05	0,52
	c_y	0,00	0,02	-0,03	0,02	0,00	-0,01	0,00	0,00	0,01
	d_y	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
z_p	a_z	-500,00	-466,64	-456,44	-399,11	-393,95	-353,78	-333,22	-299,22	-227,47
	b_z	0,57	0,15	0,51	0,43	0,21	0,49	0,21	0,80	0,72
	c_z	0,00	-0,01	0,01	-0,01	0,01	0,00	0,00	0,01	-0,01
	d_z	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Bảng 4. Hệ số các đoạn đa thức của chuỗi điểm ngẫu nhiên seed = 1

		Đoạn 1	Đoạn 2	Đoạn 3	Đoạn 4	Đoạn 5	Đoạn 6	Đoạn 7	Đoạn 8	Đoạn 9
x_p	a_x	40,00	123,72	135,42	216,07	259,64	311,96	376,26	446,25	506,85
	b_x	1,41	0,44	0,55	0,95	0,50	0,79	0,89	0,88	0,66
	c_x	0,00	0,00	0,01	-0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	d_x	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
y_p	a_y	40,00	58,19	154,17	179,88	230,60	272,74	308,49	335,94	370,89
	b_y	-0,11	0,92	0,87	0,35	0,69	0,49	0,39	0,40	0,44
	c_y	0,00	0,01	-0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	d_y	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
z_p	a_z	-500,00	-486,48	-443,89	-434,17	-391,45	-353,30	-327,83	-302,08	-269,37
	b_z	0,04	0,46	0,33	0,27	0,62	0,38	0,32	0,32	0,66
	c_z	0,00	0,01	-0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	d_z	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

4. MÔ PHỎNG KIỂM CHỨNG

Để kiểm chứng các nội dung trên, bài báo giả định:

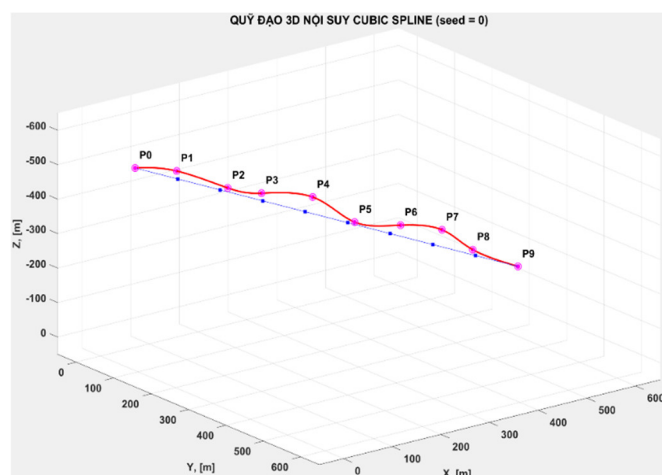
$$q_0^I = [40; 40; -500];$$

$$q_M^I = [550; 400; -200];$$

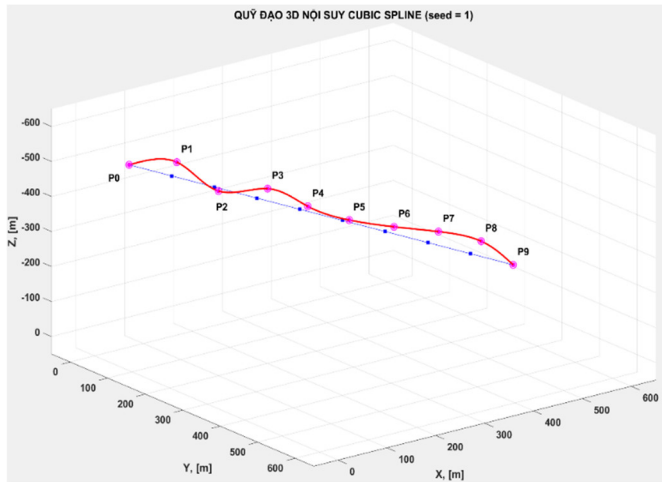
Bán kính ống trụ $R = 40$ và số điểm nội suy là $10 \Rightarrow n = 9$.

Theo (1), độ dài trục D_{axis} là: $d = 692,6m$.

Bảng 1 và 2 trình bày kết quả tạo chuỗi điểm ngẫu nhiên sau khi sinh $n - 1$ góc ngẫu nhiên $\delta_i \in (0, \pi)$ theo thuật toán **Mersenne Twister** [4] với các giá trị khởi tạo (seed) là 0 và 1 và chia đều D_{axis} thành n đoạn có độ dài đều nhau: $\frac{d}{n} = \frac{692,6}{9} = 76,96 m$.



Hình 2. Quỹ đạo nội suy với chuỗi điểm ngẫu nhiên seed = 0



Hình 3. Quỹ đạo nội suy với chuỗi điểm ngẫu nhiên seed = 1

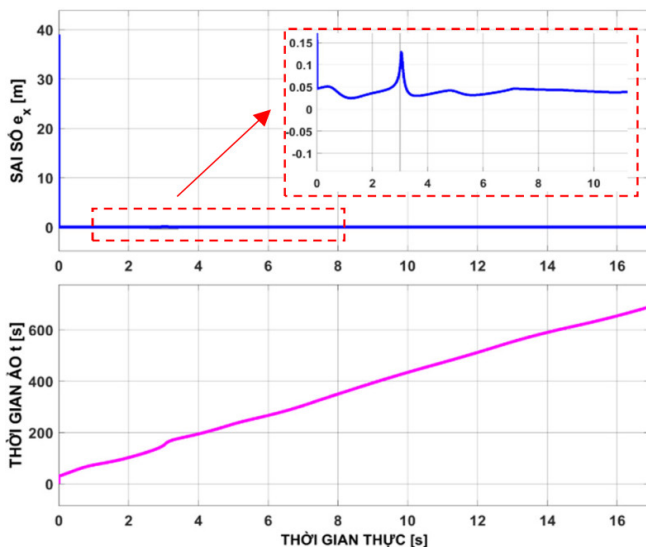
Các quỹ đạo Spline nội suy từ các chuỗi điểm trên thể hiện trong hình 2, 3 và hệ số các đoạn đa thức trong bảng 3, 4 trong cả hai trường hợp seed bằng 0 và 1.

Để kiểm chứng tính đúng đắn của phương pháp xác định điểm P bằng hệ tọa độ Frenet giản lược, bài báo sử dụng luật biến đổi thời gian ảo t như (26) và giả định UAV di chuyển với vận tốc không đổi 40m/s dọc theo đường dẫn đồng dạng với $p(t)$ trong hai trường hợp:

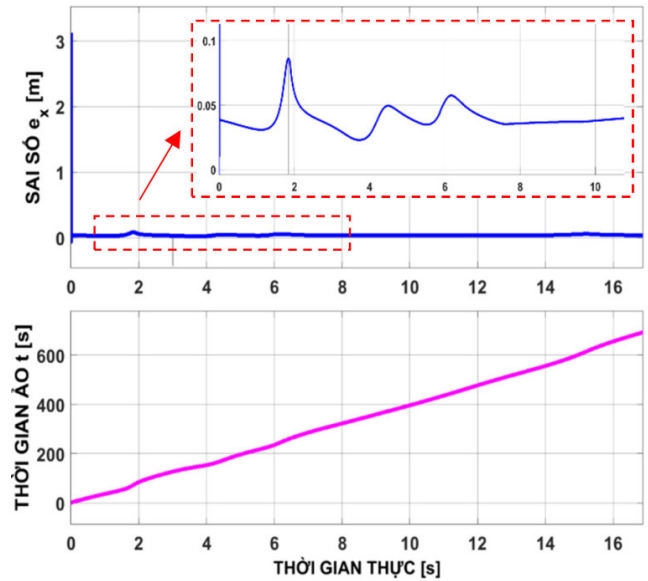
- $Path_1 = p(t) + [20; 20; -20]$
- $Path_2 = p(t) + [-20; -20; 20]$

Thời gian mô phỏng là 16,88s Trong trường hợp sử dụng thời gian lấy mẫu lý tưởng là 1ms, sai số e_x và giá trị t trong cả hai trường hợp $Path_1$ và $Path_2$ thể hiện trong hình 4 và 5.

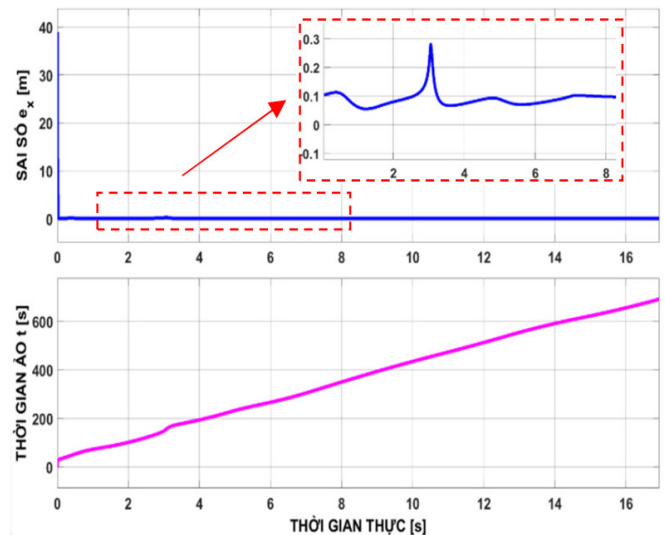
Trong trường hợp sử dụng thời gian lấy mẫu thực tế là 10ms, sai số e_x và giá trị t trong cả hai trường hợp $Path_1$ và $Path_2$ thể hiện trong hình 6 và 7.



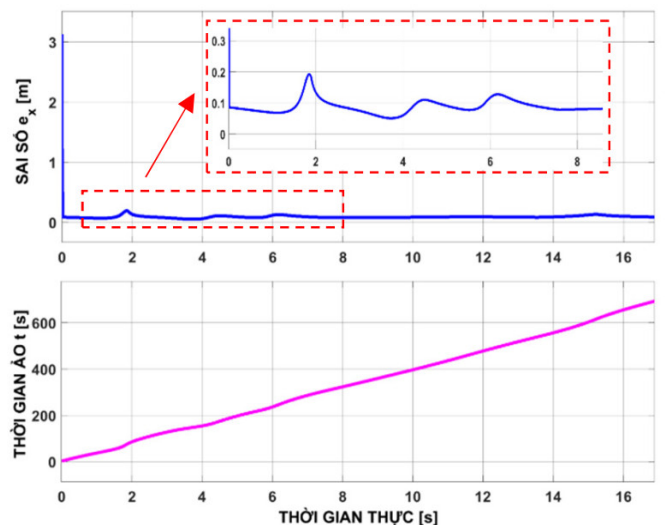
Hình 4. Sai số e_x và giá trị t trong trường hợp $Path_1$, thời gian lấy mẫu 1ms



Hình 5. Sai số e_x và giá trị t trong trường hợp $Path_2$, thời gian lấy mẫu 1ms



Hình 6. Sai số e_x và giá trị t trong trường hợp $Path_1$, thời gian lấy mẫu 10ms



Hình 7. Sai số e_x và giá trị t trong trường hợp $Path_2$, thời gian lấy mẫu 10ms

Kết quả mô phỏng cho thấy, đối với vấn đề thiết lập đường quỹ đạo ngẫu nhiên, với các giá trị khởi tạo khác nhau, chuỗi điểm ngẫu nhiên sẽ khác nhau như trên hình 2 và 3. Ngoài ra, các điểm ngẫu nhiên cũng phụ thuộc vào bán kính R của mặt trụ và tỷ lệ giữa độ dài và số điểm lấy mẫu. Đây chính là các tham số thiết kế đối với từng loại UAV cụ thể.

Đối với việc xác định gốc tọa độ của hệ tọa độ Frenet gắn với đường quỹ đạo và vị trí của UAV, thời gian lấy mẫu có ảnh hưởng đến độ chính xác. Trong điều kiện lý tưởng, sai số xác định gốc tọa độ rất nhỏ, có thể bỏ qua. Tuy nhiên, khi thời gian lấy mẫu lớn hơn, phù hợp với thực tế của thiết bị phần cứng, bằng 10ms, việc xác định gốc tọa độ của hệ tọa độ Frenet có sai số lớn nhất là 0,3m. Sai số này sẽ ảnh hưởng đến chất lượng bám quỹ đạo của UAV, tuy nhiên khi thực hiện những nhiệm vụ cụ thể như tiêu diệt mục tiêu, sai số này làm giảm hiệu suất chiến đấu không đáng kể vì mục tiêu thường có kích thước lớn.

5. KẾT LUẬN

Bài báo đã trình bày một thuật toán sinh quỹ đạo phức tạp và ngẫu nhiên cho UAV. Đồng thời đã chỉ rõ phương pháp xác định điểm chân đường vòng góc hạ từ tọa độ UAV tới đường quỹ đạo, hay điểm có khoảng cách nhỏ nhất đến UAV nằm trên quỹ đạo, dựa trên cơ sở áp dụng một hệ tọa độ Frenet giản lược, giúp cho việc xác định góc nghiêng và góc hướng quỹ đạo đơn giản hơn. Các kết quả nghiên cứu trình bày trong bài báo sẽ là cơ sở cho việc xây dựng các luật điều khiển dẫn đường có yêu cầu cần biết các thông tin về điểm có khoảng cách nhỏ nhất đến UAV nằm trên quỹ đạo và hướng của đường quỹ đạo. Trên cơ sở kết quả này, việc xây dựng các thuật toán dẫn đường và điều khiển có thể được thực hiện.

[4]. Matsumoto Makoto, Takuji Nishimura, "Mersenne twister: a 623-dimensionally equidistributed uniform pseudo-random number generator," *ACM Trans. Model. Comput. Simul.*, 8, 3-30, 1998.

[5]. Thouis R. Jones, "Efficient Generation of Poisson-Disk Sampling Patterns," *To appear in Transaction on Graphics (SIGGRAPH 2006)*, 2006.

[6]. Ishaan L. Dalal, Deian Stefan, Jared Harwayne-Gidansky, "Low Discrepancy Sequences for Monte Carlo Simulations on Reconfigurable Platforms," *Applied Computational Electromagnetics Society Journal*, 21, 1, 81-89, 2007.

[7]. J. Giesbrecht, D. Mackay, J. Collier, S. Verret, *Path Tracking for Unmanned Ground Vehicle Navigation Implementation and Adaptation of the Pure Pursuit Algorithm*. Defence R&D Canada - Suffield Technical Memorandum DRDC Suffield TM 2005-224, 2005.

[8]. D. Nelson, D. Barber, T. McLain, R. Beard, "Vector field path following for miniature air vehicles," *IEEE Transactions on Robotics*, 519-529, 2007.

[9]. A. Ratnoo, P. Sujit, M. Kothari, "Optimal path following for high wind flights," in *Proc. of the IFAC World Congress*, 2011.

[10]. M. Kothari, I. Postlethwaite, D. Gu, "A suboptimal path planning algorithm using rapidly-exploring random trees," *International Journal of Aerospace Innovations*, 2, 1, 93-104, 2010.

[11]. Sanghyuk Park, John Deyst, Jonathan P., "How Performance and Lyapunov Stability of a Nonlinear Path Following Guidance Method," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 30(6):1718-1728, 2012. <https://doi.org/10.2514/1.28957>.

[12]. Weiye Zhang, *Geometry of Curves and Surfaces*. Mathematics Institute, University of Warwick, 13-15, 2020.

AUTHORS INFORMATION

Nguyen Hoang Viet, Nguyen Vu

Academy of Military Science and Technology, Vietnam

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Phạm Thị Phương Anh, *Xây dựng thuật toán điều khiển quỹ đạo và bám mục tiêu di động mặt đất cho UAV cánh bằng*. Luận án tiến sĩ kỹ thuật, Viện Khoa học và Công nghệ Quân sự, Hà Nội, 2021.

[2]. Chinedu J. Mbam, Jongrae Kim, "Optimal Tracking & Evasive Algorithms For Fixed-Wing AUV& Target In 3-Dimensional Space. Vehicles," *IFAC Papersonline* 56-2, 4527-4532, 2023.

[3]. Zhen yang, Deyun Zhou1, Haiyin Piao, Kai Zhang, Weiren Kong, Qian Pan, "Evasive Maneuver Strategy for UCAV in Beyond-Visual-Range Air Combat Based on Hierarchical Multi-Objective Evolutionary Algorithm," *IEEE Access*, 4, 2016.