NGHIÊN CỨU BÀI TOÁN DAO ĐỘNG NÒNG SÚNG PHÁO CHỊU TÁC ĐỘNG CỦA ĐẦU ĐẠN CHUYỂN ĐỘNG TRONG NÒNG

STUDY OF THE OSCILLATION OF THE GUN BARREL UNDER THE IMPACT OF THE WARHEAD MOVING INSIDE THE BARREL

Đào Văn Đoan[1,*], Mai Văn An[2]

DOI: http://doi.org/10.57001/huih5804.2024.372

TÓM TẮT

Nghiên cứu này trình bày tương tác động lực học giữa một nòng pháo được mô phỏng như một dầm công xôn Euler-Bernoulli và một đầu đạn tăng tốc trong quá trình bắn. Sự tương tác được mô hình hóa bằng cách sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn (FEM) có tính đến lực quán tính, gia tốc và lực trọng trường của đạn. Bài báo đánh giá tác động của khối lượng, vận tốc, gia tốc của đầu đạn và góc phóng khi đạn ra khỏi miệng nòng đến sự thay đổi động lực học của nòng. Bằng cách sử dụng phương pháp FEM chúng ta có thể xác định được một cách gần đúng dao động của nòng, các yếu tố ảnh hưởng đến dao động của nòng tại thời điểm đạn ra khỏi nòng. Kết quả nghiên cứu giúp các nhà thiết kế có thêm thông tin tính toán độ chính xác bắn của vũ khí đồng thời giúp cho quá trình thử nghiệm được rút ngắn.

Từ khóa: *Dao động nòng; động lực học nòng súng pháo; phương pháp phần tử hữu hạn.*

ABSTRACT

This study presents the dynamic interaction between a cannon barrel simulated as an Euler-Bernoulli cantilever beam and a warhead that accelerates during firing. The interaction is modeled using a finite element method (FEM) that takes into account the inertia, acceleration, and gravity forces of the projectile. The article evaluates the effects of the mass, velocity, acceleration of the warhead and the launch angle when the bullet exits the barrel on the dynamic change of the barrel. By using the FEM method, we can approximate the barrel's oscillation, the factors affecting the barrel's oscillation at the moment the bullet exits the barrel. Research results help designers have more information to calculate the accuracy of fire of weapons and help shorten the testing process.

Keywords: *Barrel oscillation; cannon barrel dynamics; finite element method.*

[1]Khoa Vũ khí, Học viện Kỹ thuật Quân sự

[2]Viện Vũ khí, Tổng cục Công nghiệp Quốc phòng

[*]Email: doandv@lqdtu.edu.vn

Ngày nhận bài: 20/8/2024

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 03/10/2024

Ngày chấp nhận đăng: 28/11/2024

1. GIỚI THIỆU

Dao động của súng pháo khi bắn ảnh hưởng rất lớn đến độ chính xác của phát bắn, chính vì vậy việc xây dựng và nghiên cứu mô hình động lực học của súng, pháo khi bắn là cần thiết. Trên thế giới các tài liệu về tính toán, thiết kế vũ khí là các tài liệu không được phổ biến, còn ở nước ta trong những năm gần đây đã có nhiều công trình nghiên cứu về dao động của súng pháo [1, 2], tuy nhiên trong các mô hình này đều chưa xem xét nghiên cứu đến dao động riêng của nòng súng pháo vừa chịu tải trọng của phát bắn và chịu các tác động do chuyển động của đầu đạn tác dụng lên nòng.

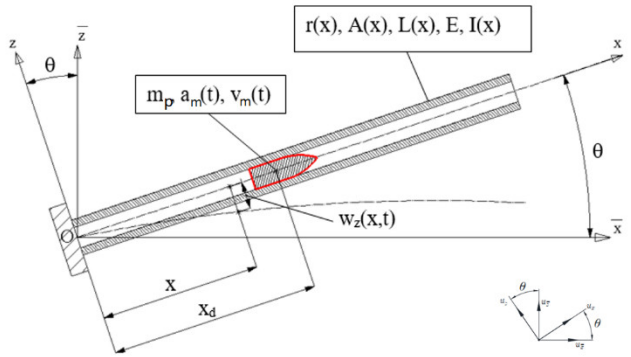
Nghiên cứu này sử dụng phương pháp FEM chia nòng thành các phần tử theo chiều dài nòng, đầu đạn được mô hình hóa là một khối lượng tập trung tương tác lên nòng với đầy đủ các lực tải trọng của phát bắn và sự tác động của đầu đạn trong quá trình chuyển động trong lòng nòng. Việc nghiên cứu dao động riêng của nòng phục vụ cho việc khảo sát, đánh giá một số thông số của đạn, nòng ảnh hưởng đến góc lệch của nòng tại thời điểm đạn ra khỏi miệng nòng làm cơ sở cho việc đánh giá độ chính xác của phát bắn. Kết quả nghiên cứu của mô hình này có thể ứng dụng trên các súng bắn tỉa có chiều dài nòng lớn hoặc góp phần hoàn thiện các mô hình động lực học đã có.

2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để mô hình hóa sự tương tác giữa nòng và đạn, ta dùng cơ hệ như Hình 1 bao gồm một đầu đạn có khối lượng m_p dưới tác dụng của áp suất khí thuốc chuyển động với vận tốc $v_m(t)$, gia tốc $a_m(t)$. Nòng được mô phỏng như một dầm công xôn Euler-Bernoulli tạo với phương ngang một góc θ. Trong mô hình này, đầu đạn di chuyển trong nòng từ trái qua phải. Hệ trục toạ độ địa phương gắn với nòng Oxz, hệ trục tổng thể $O\overline{xz}$ như hình 1.

Nòng với các thông số về chiều dài, khối lượng, vật liệu đặc trưng như khối lượng riêng, mô đun đàn hồi. Đạn được quy về khối lượng tập trung tại trọng tâm của đầu đạn, với các thông số bao gồm khối lượng m_p, vận tốc $v_m(t)$, gia tốc $a_m(t)$.

Với mô hình này sẽ tập trung nghiên cứu về sự dịch chuyển của nòng (dầm) theo hai phương trục nòng và vuông góc trục nòng trong mặt phẳng bắn thông qua sự dịch chuyển của các nút giữa các phần tử. Tổng các dịch chuyển các nút sẽ cho ta dịch chuyển (hay dao động) của toàn bộ nòng tính đến thời điểm đạn ra khỏi nòng.



Hình 1. Mô hình vật lý nòng súng, pháo và đạn

Dịch chuyển theo phương x và z trong hệ tọa độ địa phương lần lượt là u_x và u_z và trong hệ tọa độ tổng thể là $u_{\bar{x}}$ và $u_{\bar{z}}$

Mối quan hệ giữa các chuyển vị trên hệ tọa độ cục bộ và tổng thể của nòng được xác định như sau:

$$\begin{aligned} u_{\bar{x}} &= u_x\cos\theta - u_z\sin\theta, \\ u_{\bar{z}} &= u_x\sin\theta + u_z\cos\theta \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} u_{\bar{x}} \\ u_{\bar{z}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_z \end{Bmatrix}$$

Phương trình dao động của dầm Euler Bernoulli ở góc $\theta = 0^o$ chịu một khối lượng chuyển động tăng tốc với điểm tiếp xúc phụ thuộc thời gian x_p theo [5] được tính như sau:

$$\begin{aligned} &\frac{d^2}{dx^2}\left\{EJ(x)\frac{d^2w(x)}{dx^2}\right\} - \omega^2 m(x)w(x) \\ &= p\left[(x-(x_p,t)\right] - m_p(x-x_p)\left(\frac{d^2w(x_p,t)}{dt^2}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

Trong đó, E là mô-đun đàn hồi; J là mô men quán tính của mặt cắt ngang của dầm; m(x) là khối lượng một đơn vị chiều dài của dầm, x là tọa độ trọng tâm của phần tử dầm trong hệ tọa độ địa phương so với hệ trục tọa độ tổng thể; t là thời gian, $w(x_p,t)$ là độ lệch của hệ trong mặt phẳng $O\bar{x}\bar{z}$; ω là tần số dao động của dầm; m_p là khối lượng của vật duy chuyển; p(x,t) là lực của vật chuyển động tác dụng lên một đơn vị chiều dài dầm; $d^2w(x_p,t)/dt^2$ là gia tốc của dầm đối với trục z trên hệ tọa độ tổng thể.

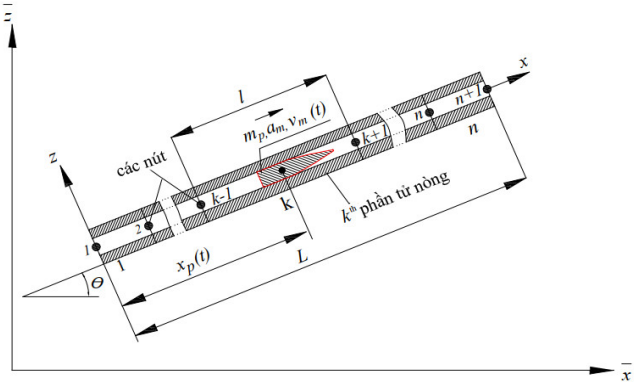
Điều kiện ban đầu của hệ là:

$$\begin{aligned} &w(x,t=0) = \frac{\partial w(x,t=0)}{\partial t} = 0, \\ &w(x=0,t) = 0; \frac{\partial w(x=0,t)}{\partial x} = 0, \\ &\frac{\partial^2 w(x=L,t)}{\partial x^2} = 0, \frac{\partial^3 w(x=L,t)}{\partial x^3} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

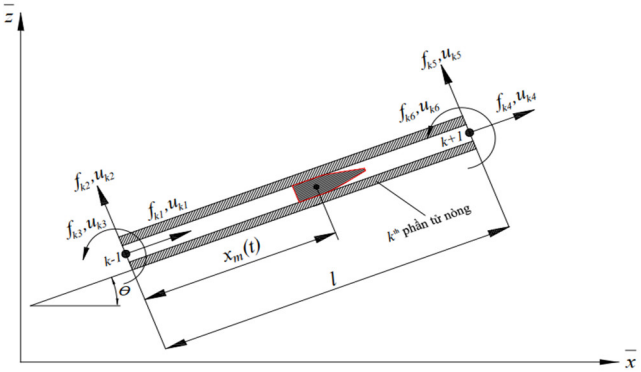
Đối với phương trình chuyển động (2), có thể thu được một nghiệm gần đúng bằng cách đơn giản hóa với việc bỏ qua ảnh hưởng của lực quán tính và dao động của bản thân vật chuyển động.

Nghiên cứu này sử dụng một phương pháp mô hình hóa khối lượng gia tốc như một phần tử hữu hạn chuyển động. Sử dụng phương pháp này, có thể xác định được dao động ngang và dao động dọc của nòng trên mặt phẳng tọa độ địa phương và tổng thể mà không cần phải bỏ qua quán tính, Coriolis…

2.1. Mô hình hóa tương tác của đầu đạn gia tốc và nòng súng bằng cách sử dụng một phần tử khối lượng tương đương



Hình 2. Mô hình phần tử hữu hạn của hệ nòng - đạn



Hình 3. Mô hình phần tử thứ k tại thời điểm đạn bên trong phần tử đó tại thời điểm t

Mô hình FEM của nòng có đầu đạn gia tốc trong lòng được thể hiện trong hình 2 và 3.

Mỗi phần tử có chiều dài l, liên kết với nhau tại các nút. Nút đầu tiên tại gốc hệ tọa độ địa phương và có số bậc tự do bằng không, các nút còn lại mỗi nút có ba bậc tự do gồm hai bậc tự do tịnh tiến theo trục nòng, vuông góc với trục nòng và bậc tự do quay trong mặt phẳng Oxz.

Mô hình này được sử dụng để xác định các ma trận khối lượng, ma trận cản và ma trận độ cứng của phần tử nòng cũng như đầu đạn.

Phần tử thứ k, tương tác với đạn, có ba lực nút và chuyển vị tương đương tại mỗi điểm nút. Vị trí phụ thuộc vào thời gian của vị trí đạn trong nòng được biểu thị bằng $x_p(t)$, còn vị trí cục bộ của đầu đạn với phần tử k là $x_m(t)$.

Nòng có n phần tử và (n+1) điểm nút. Khi nòng dao động, thành phần lực theo phương z giữa đầu đạn và nòng, gây ra bởi sự rung động và độ cong lệch hướng của nòng [6] là:

$$f_z(x,t)=\left[m_p-m_p\frac{d^2w_z(x_p,t)}{dt^2}\right]\delta(x-x_p) \tag{4}$$

Trong đó:

$$x_p=x_0+v_0t+\frac{a_mt^2}{2},\quad \frac{dx_p}{dt}=v_0+a_mt,\quad \frac{d^2x_p}{dt^2}=a_m \tag{5}$$

Trong phương trình này $f_z(x,t)$ là lực tiếp xúc (theo phương vuông góc với trục nòng) giữa nòng và viên đạn được gia tốc tại điểm x; t là thời gian; $\delta(x-x_p)$ và g tương ứng là hàm Dirac-delta và gia tốc trọng trường; x_o và v_o lần lượt là vị trí ban đầu và tốc độ ban đầu của đạn tại thời điểm t = 0; a_m là gia tốc của đầu đạn khi đang chuyển động trong nòng tại thời điểm t. Trong trường hợp tính đến tác dụng quán tính của đạn thì gia tốc $d^2w_z(x_p,t)/dt^2$ được tính từ tổng vi phân bậc hai của hàm $w_z(x_p,t)$ đối với thời gian t, với điểm tiếp xúc thay đổi x_p [5]:

$$\frac{d^2w_z(x_p,t)}{dt^2}=\frac{\partial^2w_z(x,t)}{\partial t^2}+2\frac{\partial^2w_z(x,t)}{\partial x\partial t}\frac{dx_p}{dt}+\frac{\partial^2w_z(x,t)}{\partial x^2}\left(\frac{dx_p}{dt}\right)^2+\frac{\partial w_z(x,t)}{\partial x}\frac{d^2x_p}{dt^2} \tag{6}$$

Từ (5) và (6) ta có:

$$\frac{d^2w_z(x_p,t)}{dt^2}=\frac{\partial^2w_z(x,t)}{\partial t^2}+2\left(v_0+a_mt\right)\frac{\partial^2w_z(x,t)}{\partial x\partial t}+\left(v_0+a_mt\right)^2\frac{\partial^2w_z(x,t)}{\partial x^2}+a_m\frac{\partial w_z(x,t)}{\partial x} \tag{7}$$

Hay (7) có thể viết dưới dạng:

$$\frac{d^2w_z(x_p,t)}{dt^2}=\ddot{w}_z(x,t)+2\left(v_0+a_mt\right)\dot{w}'_z(x,t)+\left(v_0+a_mt\right)^2w''_z(x,t)+a_mw'_z(x,t) \tag{8}$$

Trong đó: "$\cdot$" là đạo hàm theo thời gian, "$'$" là đạo hàm theo dịch chuyển.

$w_z = w_z(x, t)$ là độ võng theo phương thẳng đứng (z) của nòng tại điểm có tọa độ x và thời gian t khi góc $\theta = 0^o$. Khi đó biểu thức (4) có thể viết thành:

$$f_z(x,t)=-m_p(\ddot{w}_z+2\dot{w}'_z\left(v_0+a_mt\right)+w''_z\left(v_0+a_mt\right)^2+a_mw'_z-g)\delta(x-x_p) \tag{9}$$

Trong đó: $m_p\ddot{w}_z, w''_z\left(v_0+a_mt\right)^2+a_mw', 2\dot{w}'_z\left(v_0+a_mt\right)$ lần lượt là lực quán tính, lực hướng tâm, thành phần lực Coriolis của đạn và m_pg là lực hấp dẫn của đạn.

Lực tác dụng của đạn vào nòng theo phương Ox được xác định như sau [8]:

$$f_x(x,t)=m_p\frac{d^2w_x(x_p,t)}{dt^2}\delta(x-x_p) \tag{10}$$

Hay: $f_x(x,t)=m_p\ddot{w}_x\delta(x-x_p)$ (11)

Dưới tác dụng của đầu đạn đang được gia tốc, lực nút tương đương của phần tử nòng thứ k có thể được biểu thị như sau:

$$f_{xki}=N_im_p\ddot{w}_x\quad (i=1,4), \tag{12a}$$

$$f_{zki}=-N_im_p(\ddot{w}_z+2\dot{w}'_z\left(v_0+a_mt\right)+w''_z\left(v_0+a_mt\right)^2+a_mw'_z-g)\quad (i=2,3,5,6) \tag{12b}$$

Ở đây N_i (i = 1,…,6) là hàm dạng của phần tử dầm:

$$N_1=1-\xi(t),N_2=\xi(t),N_3=1-3\xi(t)^2+2\xi(t)^3,\quad N_4=x_m(1-2\xi(t)+\xi(t)^2),N_5=3\xi(t)^2-2\xi(t)^3,\quad N_6=x_m(-\xi(t)+\xi(t)^2);\ \xi(t)=x_m(t)/l \tag{13}$$

Với l là chiều dài phần tử nòng, $x_m(t)$ là khoảng cách của trọng tâm đầu đạn đến đầu bên trái của phần tử nòng đang xét (hình 3). Mối quan hệ giữa hàm dạng và chuyển vị theo phương Ox và Oz được xác định như sau [5]:

$$w_x(x,t)=N_1u_{k1}+N_4u_{k4}, \tag{14a}$$

$$w_z(x,t)=N_2u_{k2}+N_3u_{k3}+N_5u_{k5}+N_6u_{k6} \tag{14b}$$

Ở đây: u_{ki} (i = 1,…,6) là chuyển vị nút của phần tử thứ k dưới tác dụng của gia tốc đầu đạn.

Từ (11), (12a,b) và (14a,b) ta có công thức tổng quát về dao động của nòng dưới dang ma trận như sau:

$$[m]\{\ddot{u}\}+[c]\{\dot{u}\}+[k]\{u\}=\{f\} \quad (15)$$

Ở đây:

$$[m]=m_p\begin{bmatrix} N_1^2 & 0 & 0 & N_1N_4 & 0 & 0 \\ 0 & N_2^2 & N_2N_3 & 0 & N_2N_5 & N_2N_6 \\ 0 & N_3N_2 & N_3^2 & 0 & N_3N_5 & N_3N_6 \\ N_4N_1 & 0 & 0 & N_4^2 & 0 & 0 \\ 0 & N_5N_2 & N_5N_3 & 0 & N_5^2 & N_5N_6 \\ 0 & N_6N_2 & N_6N_3 & 0 & N_6N_5 & N_6^2 \end{bmatrix} \quad (16a)$$

$$[c]=2m_p v(t)\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_2N_2' & N_2N_3' & 0 & N_2N_5' & N_2N_6' \\ 0 & N_3N_2' & N_3N_3' & 0 & N_3N_5' & N_3N_6' \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_5N_2' & N_5N_3' & 0 & N_5N_5' & N_5N_6' \\ 0 & N_6N_2' & N_6N_3' & 0 & N_6N_5' & N_6N_6' \end{bmatrix} \quad (16b)$$

$$[k]=m_p\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & k_{23} & 0 & k_{25} & k_{26} \\ 0 & k_{32} & k_{33} & 0 & k_{35} & k_{36} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{52} & k_{53} & 0 & k_{55} & k_{56} \\ 0 & k_{62} & k_{63} & 0 & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \quad (16c)$$

Trong đó, $k_{i,j}$ được xác định như sau:

$$x_m(t)=x_d(t)-(k-1).l \quad (16d)$$

Để tính toán các ma trận phụ thuộc thời gian, giá trị tức thời của $x_m(t)$ và phần tử thứ k được tính như sau:

$$x_m(t)=x_d(t)-(k-1).l \quad (16e)$$

Ở đây: k = (phần nguyên của $x_p(t)/L$) + 1; k = 1 ÷ n;

Trong trường hợp các điểm nút của một phần tử nòng cần được tham chiếu đến một mặt phẳng tọa độ tổng thể hợp với mặt phẳng ngang của nòng một góc θ, thì dịch chuyển của các điểm nút trên hệ tọa độ địa phương phải được chuyển sang hệ tọa độ tổng thể bằng cách sử dụng phép đổi trục bằng các phương trình (17) dưới đây, trong đó u_i (i = 1,..., 6) là chuyển vị của các điểm nút của phần tử nòng trên hệ tọa độ cũ, $\bar{u}_i$ (i = 1,..., 6) là các chuyển vị trên mặt phẳng tọa độ tổng thể $O\bar{x}\bar{z}$.

$$\begin{aligned} \{\bar{u}\}&=[T]^T\{u\} \\ \{\dot{\bar{u}}\}&=[T]^T\{\dot{u}\} \\ \{\ddot{\bar{u}}\}&=[T]^T\{\ddot{u}\} \end{aligned} \quad (17)$$

Trong đó:

$$\begin{aligned} \{u\}&=[u_1\ u_2\ u_3\ u_4\ u_5\ u_6]^T, \{\bar{u}\}=[\bar{u}_1\ \bar{u}_2\ \bar{u}_3\ \bar{u}_4\ \bar{u}_5\ \bar{u}_6]^T \\ \{\dot{u}\}&=[\dot{u}_1\ \dot{u}_2\ \dot{u}_3\ \dot{u}_4\ \dot{u}_5\ \dot{u}_6]^T, \{\dot{\bar{u}}\}=[\dot{\bar{u}}_1\ \dot{\bar{u}}_2\ \dot{\bar{u}}_3\ \dot{\bar{u}}_4\ \dot{\bar{u}}_5\ \dot{\bar{u}}_6]^T \\ \{\ddot{u}\}&=[\ddot{u}_1\ \ddot{u}_2\ \ddot{u}_3\ \ddot{u}_4\ \ddot{u}_5\ \ddot{u}_6]^T, \{\ddot{\bar{u}}\}=[\ddot{\bar{u}}_1\ \ddot{\bar{u}}_2\ \ddot{\bar{u}}_3\ \ddot{\bar{u}}_4\ \ddot{\bar{u}}_5\ \ddot{\bar{u}}_6]^T \end{aligned} \quad (18)$$

$$[T]=m_p\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Trong biểu thức (18), (19), θ là góc giữa nòng và mặt phẳng nằm ngang, [T] là ma trận chuyển giữa hệ tọa độ tổng thể và hệ tọa độ địa phương.

Tương tự, các ma trận về ngoại lực trong hệ trục tọa độ tổng thể được viết dưới dạng:

$$\begin{aligned} \{\bar{f}\}&=[T]^T\{f\} \\ \{f\}&=[f_1\ f_2\ f_3\ f_4\ f_5\ f_6]^T, \{\bar{f}\}=[\bar{f}_1\ \bar{f}_2\ \bar{f}_3\ \bar{f}_4\ \bar{f}_5\ \bar{f}_6]^T \end{aligned} \quad (20)$$

Trong đó, $\{\bar{f}\},\{\bar{u}\},\{\ddot{\bar{u}}\},\{\ddot{\bar{u}}\}$ là các giá trị trong hệ trục tọa độ mới sau khi thực hiện chuyển trục bằng ma trận chuyển $[T][T]^{-1}=[I]$. Khi đó tương tác giữa đầu đạn và phần tử nòng trong hệ trục tọa độ mới được xác định bởi công thức:

$$[\bar{m}]\{\ddot{\bar{u}}\}+[\bar{c}]\{\dot{\bar{u}}\}+[\bar{k}]\{\bar{u}\}=\{\bar{f}\} \quad (21)$$

Với:

$$\bar{m}=[T]^T m[T],\ \bar{c}=[T]^T c[T],\ \bar{k}=[T]^T k[T] \quad (22)$$

2.2. Phương trình chuyển động của hệ thống nòng và đầu đạn

Phương trình chuyển động của hệ nhiều bậc tự do bao gồm nòng và đạn gia tốc được biểu diễn như sau:

$$\left[\bar{M}(t)\right]\left\{\ddot{\bar{z}}(t)\right\}+\left[\bar{C}(t)\right]\left\{\dot{\bar{z}}(t)\right\}+\left[\bar{K}(t)\right]\left\{\bar{z}(t)\right\}=\{\bar{F}(t)\} \quad (23)$$

Trong đó: $[\bar{M}],[\bar{C}],[\bar{K}]$ lần lượt là các ma trận khối lượng, ma trận cản và ma trận độ cứng của phần tử nòng

trong hệ trục tọa độ tổng thể. $\left[\bar{F}(t)\right]$ là vectơ ngoại lực tổng thể của hệ thống nòng tại thời điểm t. $\left\{\ddot{\bar{z}}\right\},\left\{\dot{\bar{z}}\right\},\left\{\bar{z}\right\}$ lần lượt là véc tơ gia tốc, vận tốc và độ dịch chuyển của các điểm nút của các phần tử trên hệ trục tọa độ tổng thể. Mặt khác, các ma trận khối lượng, ma trận cản và ma trận độ cứng là các ma trận phụ thuộc thời gian khi đầu đạn dịch chuyển, vì vậy các ma trận tổng thể này được gọi là ma trận tức thời.

2.3. Ma trận khối lượng và độ cứng của hệ nòng và đạn trên mặt phẳng tọa độ tổng thể

Ma trận độ cứng và khối lượng nguyên tố K^e và M^e của mỗi phần tử của nòng có thể thu được bằng phương pháp PTHH cổ điển [7]. Sau đó chúng được chuyển đến tọa độ cục bộ bằng cách sử dụng ma trận chuyển [T] trong công thức (19) và tập hợp chúng lại để được ma trận khối lượng và độ cứng tổng thể [M] và [K]. Khi có đầu đạn được gia tốc nằm trong phần tử đó thì ma trận khối lượng và độ cứng của đầu đạn [m] và [k] được tính như là một thành phần của ma trận khối lượng và độ cứng [M] và [K] bằng cách tính đến thành phần quán tính và hướng tâm. Đối với hệ tọa độ tổng thể, ma trận biến đổi được sử dụng là ma trận nghịch đảo $[T]^T$ như đã cho trong phương trình (17). Do đó, đối với tọa độ tổng thể, ma trận độ cứng tức thời và ma trận khối lượng tức thời $\left[\bar{M}(t)\right],\left[\bar{K}(t)\right]$ của toàn bộ hệ thống được biểu diễn như sau:

$$\begin{aligned}\left[\bar{M}(t)\right]_{nxn} &= \left[\bar{M}\right]_{nxn} \\ \left[\bar{K}(t)\right]_{nxn} &= \left[\bar{K}\right]_{nxn}\end{aligned} \tag{24}$$

Đối với phần tử thứ k:

$$\begin{aligned}\bar{K}_{i,j} &= K^e_{ki,kj} + \bar{k}_{ij} \quad (i,j=1,...6) \\ \bar{M}_{i,j} &= M^e_{ki,kj} + \bar{m}_{ij} \quad (i,j=1,...6)\end{aligned} \tag{25}$$

Trong trường hợp này, n đại diện cho tổng bậc tự do của các phần tử sau khi áp đặt các điều kiện biên trong phương trình.

2.4. Ma trận cản của nòng dưới tác dụng của đầu đạn chuyển động

Ma trận cản được xác định bằng cách sử dụng lý thuyết giảm chấn, trong đó ma trận cản [C] tỷ lệ với ma trận khối lượng và độ cứng.

$$\left[\bar{C}\right] = \alpha\left[\bar{M}\right] + \beta\left[\bar{K}\right] \tag{26a}$$

Các hằng số cản Rayleigh α và β được xác định theo tỷ số cản và tần số dao động riêng kết cấu [9]:

với: $$\begin{Bmatrix}\alpha\\ \beta\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}\dfrac{2\left(\xi_i\omega_i - \xi_j\omega_j\right)\omega_i\omega_j}{\omega_j^2 - \omega_i^2} \\ \dfrac{2\left(\xi_i\omega_i - \xi_j\omega_j\right)}{\omega_j^2 - \omega_i^2}\end{Bmatrix}$$

trong đó, ω_i, ω_j là các tần số dao động riêng của nòng; ξ_i, ξ_j là tỷ số cản tương ứng.

Thông thường, ảnh hưởng của các tần số cao đến giá trị của hằng số cản là không đáng kể, nên để đơn giản trong tính toán, người ta thường xem xét tới 2 tần số dao động riêng đầu tiên ω_1, ω_2, và xem rằng tỷ số cản là hằng số $\xi_1 = \xi_2 = \xi$.

Và do đó, các hằng số cản được xác định theo các biểu thức sau:

$$\beta = \frac{2\xi}{\omega_1 + \omega_2};\ \alpha = \frac{2\xi}{\omega_1 + \omega_2}\omega_1\omega_2 = \beta\omega_1\omega_2 \tag{26b}$$

Tổng ma trận cản tức thời của hệ dưới tác dụng của đầu đạn đang tăng tốc được xác định:

$$\left[\bar{C}(t)\right]_{nxn} = \left[\bar{C}\right]_{nxn} \tag{27a}$$

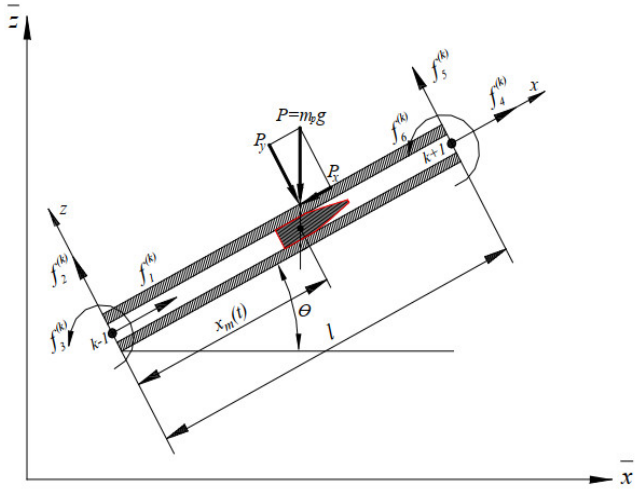
Đối với phần tử thứ k:

$$\bar{C}_{ki,kj} = \bar{C}^e_{i,j} + \bar{c}_{i,j}\ \ (i,j=1,\ldots,6) \tag{27b}$$

2.5. Vectơ lực tổng thể của hệ dưới tác dụng của đầu đạn đang chuyển động

Do sự tập trung của khối lượng đạn tại trọng tâm, lực giữa nòng và đầu đạn được biểu thị bằng P, như trong hình 4. Trong nghiên cứu này, ma sát giữa đạn và nòng đã được bỏ qua.

$$P = iP_x + jP_y \tag{28}$$



Hình 4. Trọng lực của đầu đạn tác dụng lên phần tử nòng thứ k

Trong đó, P_x, P_y lần lượt là thành phần lực theo phương trục nòng và phương vuông góc với trục nòng.

$$P_x = -m_p g.\sin\theta;\ P_y = -m_p g.\cos\theta \quad (29)$$

Phương trình (28) thể hiện các lực tương đương được tác dụng bởi sự tương tác của viên đạn với nòng, trong khi phương trình (29) cho ta các thành phần của lực hấp dẫn của đầu đạn.

Để biểu diễn lực này trong phân tích phần tử hữu hạn, ma trận lực nút tương đương được biểu thị như sau [7, 8]:

$$\{f^{(k)}\} = \left[f_1^{(k)}\ f_2^{(k)}\ f_3^{(k)}\ f_4^{(k)}\ f_5^{(k)}\ f_6^{(k)} \right]^T \quad (30)$$

$$\begin{aligned} f_i^{(k)} &= N_i P_x \quad (i = 1,4) \\ f_i^{(k)} &= N_i P_y \quad (i = 2,3,5,6) \end{aligned} \quad (31)$$

Trong đó: k là phần tử nòng (hoặc phần tử thứ k) tại thời điểm đầu đạn đang ở vị trí đó ở thời gian t, N_i là hàm dạng như phương trình (13). Véc tơ lực là véc tơ cho trên hệ trục tọa độ địa phương. Để xác định véc tơ lực trên hệ tọa độ tổng thể của chúng ta dùng công thức chuyển trục như sau:

$$\overline{f}^{(k)} = [T]^T \left\{ f^{(k)} \right\} \quad (32)$$

$$\{\overline{f}^{(k)}\} = \left[\overline{f}_1^{(k)}\ \overline{f}_2^{(k)}\ \overline{f}_3^{(k)}\ \overline{f}_4^{(k)}\ \overline{f}_5^{(k)}\ \overline{f}_6^{(k)} \right]^T \quad (33)$$

Biểu thức (33) nhận được bằng cách chèn ma trận $[T]^{-1} = [T]^T$ vào phương trình $\{f\} = [T]\{\overline{f}\}$ trong phương trình (20). Trừ lực của hai điểm nút của phần tử nòng thứ k mà tại đó có đầu đạn, còn lại các lực khác đều bằng không. Do đó véc tơ lực tổng thể trong công thức (23) có thể viết dưới dạng sau:

$$\{\overline{F}^{(k)}(t)\} = \left[0 \ldots \overline{f}_1^{(k)}\ \overline{f}_2^{(k)}\ \overline{f}_3^{(k)}\ \overline{f}_4^{(k)}\ \overline{f}_5^{(k)}\ \overline{f}_6^{(k)} \ldots 0 \right]^T \quad (34)$$

ở đây, $\overline{f}_i^{(k)} (i = 1, \ldots, 6)$ là lực nút tương đương của P trong hệ tọa độ tổng thể và được tính như trong công thức (33).

2.6. Phương pháp giải

Đối với nghiệm của phương trình phụ thuộc thời gian của chuyển động của toàn hệ thống, người ta có thể sử dụng một phương pháp tích phân thích hợp. Trong nghiên cứu này, phương pháp tích hợp trực tiếp Newmark được sử dụng cùng với bước thời gian $\Delta t = 1.10^{-6}$ giây, các giá trị $\beta = 0,25$ và $\alpha = 0,5$ để thu được nghiệm của phương trình (23), trong đó β và α là các tham số xác định độ chính xác và ổn định của thủ tục Newmark. Khi $\beta = 0,25$ và $\alpha = 0,5$ sẽ cho kết quả hội tụ vô điều kiện. Giá trị của Δt là một tham số quan trọng xác định độ chính xác của phương pháp, với kích thước bước thời gian nhỏ nó làm tăng tổng thời gian tính toán, trong nghiên cứu này Δt được chọn ở kích thước nhỏ vì hai lý do đó là vận tốc của đầu đạn cao và độ rung động của nòng có tần số lớn.

2.7. Áp dụng cụ thể

Bằng phương pháp được đề xuất ở trên tiến hành phân tích tương tác động lực học của nòng trơn 115mm trên xe tăng T62 trong qua trình đạn được gia tốc trong nòng. Với đầu đạn nổ phá sát thương có khối lượng $m_p = 13$kg. Giải bài toán thuật phóng trong xác định được vận tốc đận đầu nòng $v_{dn} = 1057$m/s.

Chiều dài của nòng L = 5m, khối lượng và môđun đàn hồi của nòng lần lượt là M_b = 1280kg và $E = 2,11.10^{11}$kg/m^2. Nòng được chia thành 200 phần tử (n) và 201 điểm nút (n + 1). Mỗi điểm nút có ba bậc tự do; do đó, kích thước của tổng ma trận tổng ($\left[\overline{M}(t)\right], \left[\overline{K}(t)\right], \left[\overline{C}(t)\right]$) là 603x603. Các điều kiện biên ($u_1 = 0, u_2 = 0, u_3 = 0$).

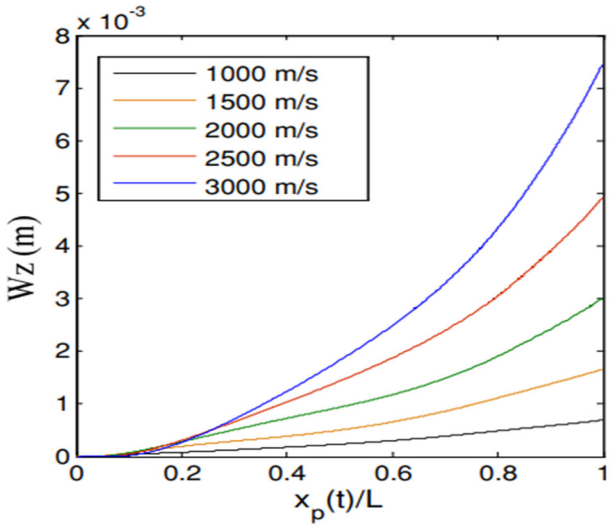
Để giảm độ phức tạp của các tính toán liên quan đến gia tốc phụ thuộc thời gian, trong nghiên cứu này gia tốc trung bình được sử dụng cho chuyển động của đạn trong nòng và bằng $a_m = 0,5v_{dn}^2 / L$, với v_{dn} là vận tốc đạn tại đầu nòng.

a) Ảnh hưởng của vận tốc đầu đạn khi ra khỏi nòng đến dao động nòng

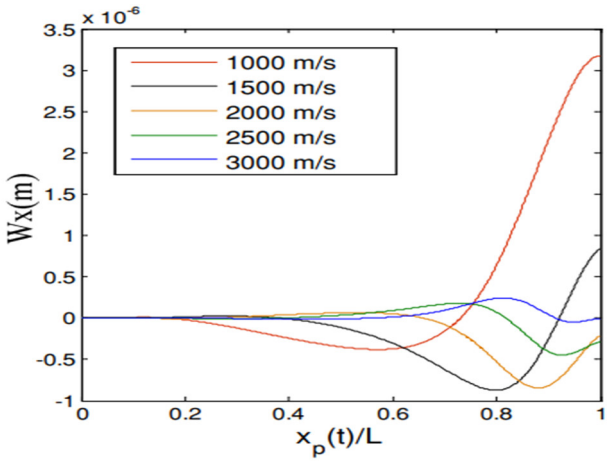
Để đánh giá ảnh hưởng của vận tốc đầu đạn ra khỏi nòng đối với dao động của nòng, phương trình chuyển động (Phương trình 23) được tính toán cho các vận tốc khác nhau (v_{dn} = 1000, 1500, 2000, 2500 và 3000 m/s) trong khi vẫn giữ nguyên khối lượng đạn là m_p =13kg, góc $\theta = 0^o$, bước thời gian là $\Delta t = 1.10^{-6}$s. Hình 5 và 6 là kết quả dao động đầu nòng theo phương vuông góc và phương trục nòng trên hệ trục tọa độ tổng thể.

Có thể thấy khi vận tốc đầu đạn càng tăng thì dịch chuyển vị trí đầu nòng càng lớn theo phương vuông góc với trục nòng, hay góc nảy của đầu nòng sẽ tăng lên khi đạn rời khỏi miệng nòng. Điều này cho ta thấy, dù sơ tốc đầu đạn tăng lên là tốt cho tầm bắn, tuy nhiên nó sẽ bị giảm độ chính xác bắn so với viên đạn có sơ tốc nhỏ hơn và cho viên đạn tiếp theo nếu tại vị trí khi viên đạn thứ hai tới đầu nòng, dịch chuyển của đầu nòng chưa về vị trí ban đầu.

Đối với dịch chuyển theo phương trục nòng khi thay đổi vận tốc đầu nòng của đạn là không đáng kể.



Hình 5. Dao động của nòng theo phương $O\overline{z}$ khi thay đổi giá trị vận tốc đầu đạn tại vị trí đầu nòng

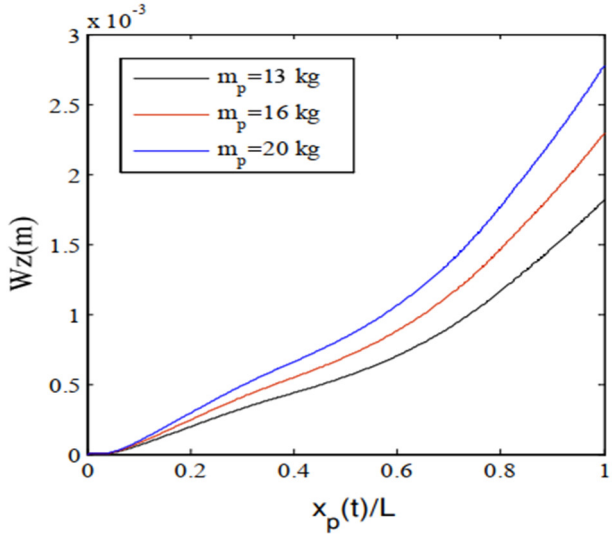


Hình 6. Dao động của nòng theo phương trục nòng khi thay đổi giá trị vận tốc đầu đạn tại vị trí đầu nòng

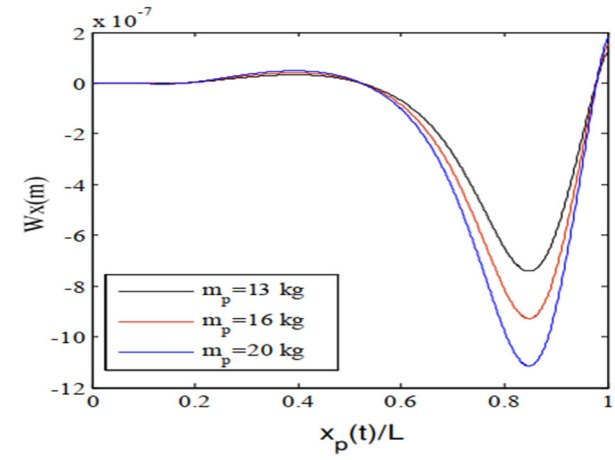
b) Ảnh hưởng của khối lượng đầu đạn đến dao động nòng

Để đánh giá khối lượng đầu đạn ảnh hưởng đến dao động của nòng theo các phương vuong góc và phương trục nòng tiến hành thay đổi khối lượng đầu đạn lần lượt là m_p = 13, 16 và 20kg. Bước thời gian tính giữ nguyên $\Delta t = 1.10^{-6}$s. Vận tốc đầu đạn khi rời nòng v_{dn} = 1057m/s, gia tốc trung bình $a_m = 1{,}12.10^5 m/s^2$ và với $\theta = 0^o$. Hình 7 và 8 cho thấy các kết quả dao động của nòng.

Có thể thấy khi khối lượng đầu đạn càng tăng thì dịch chuyển vị trí đầu nòng càng lớn theo phương vuông góc với trục nòng, hay góc nảy của đầu nòng sẽ tăng lên khi đạn rời khỏi miệng nòng. Như vậy khi tăng khối lượng đầu đạn nhằm tăng uy lực của phát bắn sẽ làm giảm độ chính xác bắn so với viên đạn có khối lượng nhỏ hơn xét trên góc độ dao động đầu nòng khi đạn rời khỏi nòng.

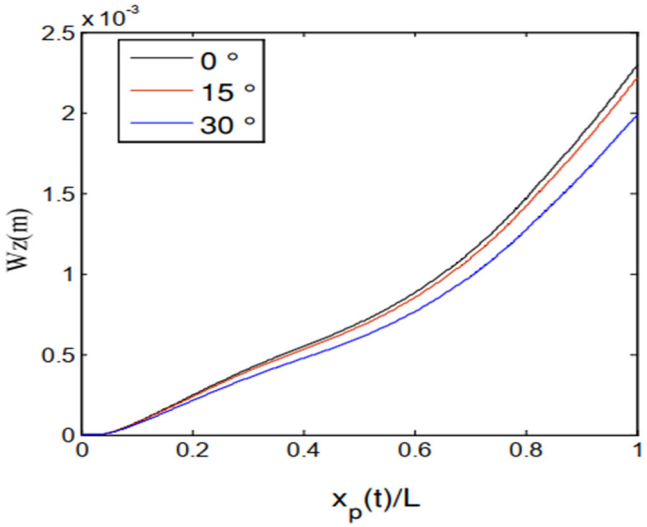


Hình 7. Dao động của nòng theo phương $O\overline{z}$ khi thay đổi khối lượng đầu đạn

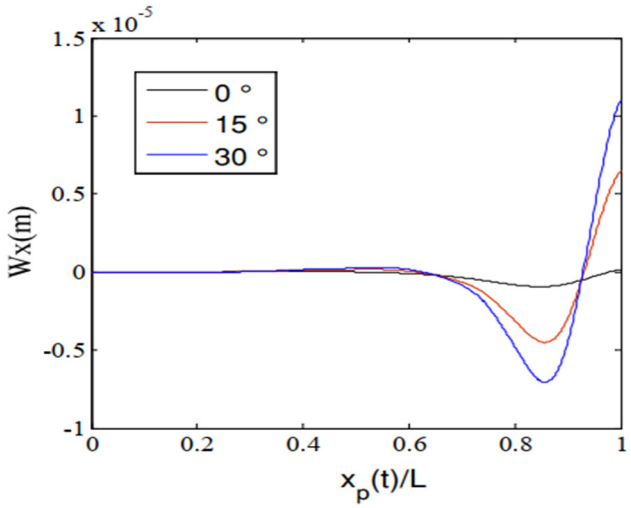


Hình 8. Dao động của nòng theo phương $O\overline{x}$ khi thay đổi khối lượng đầu đạn

c) Ảnh hưởng của góc phóng đến dao động nòng



Hình 9. Dao động của nòng theo phương $O\overline{z}$ khi thay đổi góc phóng θ



Hình 10. Dao động của nòng theo phương $O\overline{x}$ khi thay đổi góc phóng θ

Để xác định ảnh hưởng của sự thay đổi góc phóng θ đến dao động của nòng, tiến hành thanh đổi giá trị góc $\theta = 0^o, 15^o, 30^o$ trong đó giữ nguyên khối lượng đầu đạn là $m_p = 13kg$, vận tốc đạn tại đầu nòng là $v_{dn} = 1057m/s$, bước tính $\Delta t = 1.10^{-6}s$. Hình 9 và 10 cho thấy các kết quả dao động khác nhau khi thay đổi khối giá trị góc θ.

Có thể thấy khi tăng góc phóng θ dịch chuyển đầu nòng giảm, điều này là vì khi θ tăng thì thành phần lực $P_y = -m_p g.\cos\theta$ giảm, ngược lại, với thành phần dịch chuyển theo phương trục nòng W_x sẽ tăng khi giá trị θ tăng lên.

3. KẾT LUẬN

Nghiên cứu này đã thành lập được hệ phương trình tương tác giữa đạn và nòng trong quá trình bắn, mô hình hóa và giải hệ phương trình vi phân dao động của nòng chịu tác động của đầu đạn. Trong đó các yếu tố tác động của đạn lên nòng gồm lực quán tính, lực coriolis và trọng lượng đầu đạn.

Từ kết quả này có thể làm cơ sở để nghiên cứu khảo sát cụ thể từng thông số của đầu đạn cũng như thông số kết cấu của nòng ảnh hưởng đến dao động đầu nòng khi bắn.

Tuy nhiên, đây mới chỉ là bài toán tổng quát mô phỏng nòng dưới dạng ống trụ-dầm công xôn. Nên kết quả chỉ phù hợp với những vũ khí có kết cấu nòng ít hoặc không có các khâu trên nòng đặc biệt là với vũ khí có khối lượng đầu đạn lớn, nòng trơn. Còn với kết cấu nòng có nhiều khâu trên nòng hoặc khối lượng đầu đạn nhỏ thì cần có những tính toán chi tiết hơn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Uong Sy Quyen, *Research on some measures to improve the shooting accuracy of handheld automatic guns.* Doctoral thesis, Military Technical Academy, Hanoi, 2009. (in Vietnamese)

[2]. Ta Van Phuc, *Research the spatial movement of handheld automatic guns and parameters affecting the stability of the gun when firing.* Doctoral thesis, Military Technical Academy, Hanoi, 2017. (in Vietnamese)

[3]. Fryba L., *Vibration solids and structures under moving loads*. 3. Ed. Thomas Telford House, London, 1999.

[4]. Cifuentes A.O., "Dynamic response of a beam excited by a moving mass," *Finite Elements in Analysis and Design*, 5, 237-46, 1989.

[5]. Esen I., "Dynamic response of a beam due to an accelerating moving mass using moving finite element approximation," *Math. Comput. Appl.*, 16(1), 171-182, 2011.

[6]. Wu J.J., Whittaker A.R., Cartmell M.P., "Dynamic responses of structures to moving bodies combined finite element and analytical methods," *International Journal of Mechanical Sciences,* 43, 2555-2579, 2001.

[7]. Clough R.W., Penzien J., *Dynamics of structures*. 3. Ed. Berkeley, New York, 2003.

[8]. Bathe K.J., *Finite element procedures*. 2. Ed. Prentice Hall, New Jersey, 1996.

[9]. Rayleigh L., Clough R.W., Penzien J., *Dynamics of structures*. 3. Ed. Berkeley, New York, 2003.

AUTHORS INFORMATION

Dao Van Doan[1], Mai Van An[2]

[1]Faculty of Special Equipment, Military Technical Academy, Vietnam

[2]Weapon Institute, Vietnam Defence Industry, Vietnam