

# MÔ PHỎNG HỆ ĐIỀU KHIỂN QUADROTOR SỬ DỤNG ĐỘNG CƠ CHẤP HÀNH MỘT CHIỀU VỚI BỘ ĐIỀU KHIỂN THÍCH NGHI

SIMULATION OF QUADROTOR CONTROL SYSTEM USING ENGINE ONE WAY WITH ADAPTIVE CONTROLLER

Hoàng Văn Huy<sup>1,\*</sup>

DOI: <http://doi.org/10.57001/huih5804.2024.303>

## TÓM TẮT

Bài báo này trình bày việc xây dựng một mô hình động lực học đầy đủ của quadrotor khi kể đến cơ cấu chấp hành là động cơ điện một chiều với bộ điều khiển thích nghi. Các bộ điều khiển vị trí, tốc độ của quadrotor sẽ được thiết kế theo phương pháp tối ưu modul, tuyến tính hóa phản hồi và kết quả được kiểm chứng bằng phần mềm Matlab-Simulink.

**Từ khóa:** Mô hình quadrotor, mô hình động học, điều khiển.

## ABSTRACT

This article presents the construction of a full dynamic model of a quadrotor considering that the actuator is a DC electric motor with an adaptive controller. The position and speed controllers of the quadrotor will be designed according to the modular optimization method, feedback linearization and the results will be verified using Matlab-Simulink software.

**Keywords:** Model quadrotor, Dynamic model, Control.

<sup>1</sup>Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội

\*Email: [huyhv@hauivn](mailto:huyhv@hauivn)

Ngày nhận bài: 19/4/2024

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 12/6/2024

Ngày chấp nhận đăng: 27/9/2024

## CHỮ VIẾT TẮT

UAV	Unmanned Aerial Vehicle (Máy bay không người lái)
PID	Proportional Integral Derivative (Vi tích phân tỷ lệ)

## 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

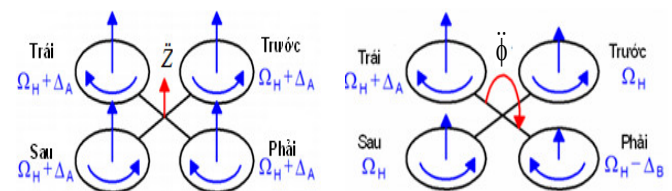
UAV quadrotor là một loại máy bay không có người lái gồm bốn động cơ lai bốn cánh quạt được gắn lên một khung hình chữ thập [7]. Cách thức điều khiển UAV quadrotor như sau:

### \* Điều khiển độ cao

Điều khiển độ cao quadrotor bằng việc cùng giảm hoặc cùng tăng một lượng  $\Delta A$  tốc độ của bốn cánh quạt. Đầu vào điều khiển là  $U_1$  (hình 1).

### \* Điều khiển góc roll

Điều khiển góc roll quadrotor thực hiện bằng việc điều chỉnh giảm (hoặc tăng) tốc độ cánh quạt "trái" và tăng (hoặc giảm) tốc độ cánh quạt "phải". Tốc độ cặp cánh quạt "trước" và "sau" điều chỉnh không đổi. Đầu vào điều khiển là  $U_2$  (hình 2).



Hình 1. Điều khiển độ cao quadrotor

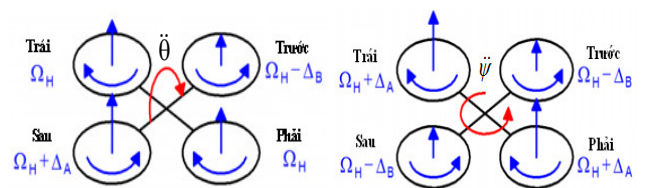
Hình 2. Điều khiển góc roll

### \* Điều khiển góc pitch

Điều khiển góc pitch quadrotor thực hiện bằng việc điều chỉnh giảm (hoặc tăng) tốc độ cánh quạt "sau" và tăng (hoặc giảm) tốc độ cánh quạt "trước". Tốc độ cặp cánh quạt "trái" và "phải" điều chỉnh không đổi. Đầu vào điều khiển là  $U_3$  (hình 3).

### \* Điều khiển góc yaw

Điều khiển góc yaw quadrotor thực hiện bằng việc điều chỉnh giảm (hoặc tăng) tốc độ cặp cánh quạt "trái - phải" và tăng (hoặc giảm) tốc độ cặp cánh quạt "trước - sau". Đầu vào điều khiển là  $U_4$  (hình 4).

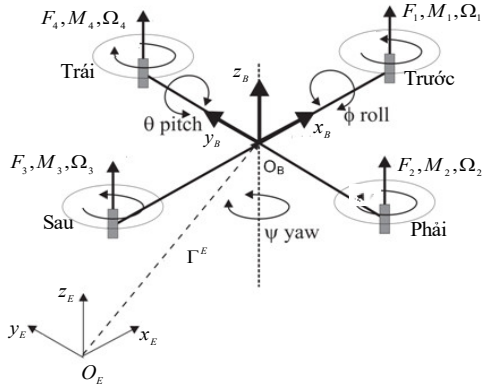


Hình 3. Điều khiển góc pitch

Hình 4. Điều khiển góc yaw

**2. MÔ HÌNH ĐỘNG HỌC CỦA QUADROTOR**

Mô hình cấu trúc đơn giản và các hệ trục tọa độ gắn với quadrotor được biểu diễn trong hình 5. Trong đó,  $O_E x_E y_E z_E$  là hệ trục tọa độ quán tính,  $O_B x_B y_B z_B$  là hệ trục tọa độ gắn với vật (Quadrotor). Gốc hệ trục tọa độ  $O_B x_B y_B z_B$  đặt trùng với tâm của quadrotor.  $F_i$  là các lực,  $M_i$  là các mô men,  $\Omega_i$  tốc độ của bốn cánh quạt [3, 6-8].



Hình 5. Mô hình đơn giản của quadrotor

$\Gamma^E$  là vị trí của quadrotor được tạo thành bởi gốc  $O_B$  và gốc  $O_E$  của hệ trục tọa độ  $O_B x_B y_B z_B$  và hệ trục tọa độ  $O_E x_E y_E z_E$  [7].

$$\Gamma^E = [X \ Y \ Z] \tag{1}$$

Ở đây: X, Y và Z là vị trí của quadrotor.

$\Xi^E$  là vị trí góc quadrotor được tạo bởi hướng của hệ trục tọa độ  $O_B$  so với hệ trục tọa độ quán tính  $O_E$ .

$$\Xi^E = [\phi \ \theta \ \psi] \tag{2}$$

Trong đó:  $\phi, \theta, \psi$  lần lượt là các góc quay quanh các trục tọa độ  $x_B, y_B, z_B$  và có giới hạn là:

$$\begin{aligned} -90^\circ < \phi < 90^\circ; \quad -90^\circ < \theta < 90^\circ; \\ -180^\circ < \psi < 90^\circ \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \text{Rot}(x, \phi) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix}; \\ \text{Rot}(y, \theta) &= \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix}; \\ \text{Rot}(z, \psi) &= \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4}$$

Hướng quadrotor được xác định bởi ma trận quay  $\mathbb{R}_O: O_E \rightarrow O_B$  và các góc  $\phi, \theta, \psi$

$$\mathbb{R}_O = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & s\theta c\psi c\phi + s\psi s\phi \\ s\psi c\phi & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix} \tag{5}$$

Trong đó:  $c_n = \cos n, s_n = \sin n$

$$\text{Lực của các cánh quạt: } F = \sum_{i=1}^4 F_i \tag{6}$$

Khí động học sinh ra mô men cản:

$$\delta_i = 0,5\rho\Lambda C_D r^2 \Omega_i^2 = d\Omega_i^2 \tag{7}$$

Trong đó:  $F_i = 0,5\rho\Lambda C_T r^2 \Omega_i^2 = b\Omega_i^2$ ;  $\Lambda$  là thiết diện cánh quạt;  $r$  bán kính cánh quạt;  $\rho$  mật độ của không khí;  $C_D, C_T$  là hệ số lực cản và lực đẩy của khí động học

Hiệu hai cặp lực  $(F_3 - F_1)$  và  $(F_4 - F_2)$  sinh ra mô men của các góc  $\theta$  (góc pitch) và góc  $\phi$  (góc roll); tổng hai cặp lực đối nhau  $(F_1 - F_2)$  và  $(F_3 - F_4)$  sinh ra mô men của góc  $\psi$  (góc yaw).

$$M_\theta = l(F_3 - F_1) \tag{8}$$

$$M_\phi = l(F_4 - F_2) \tag{9}$$

$$M_\psi = c(F_1 - F_2 + F_3 - F_4) \tag{10}$$

Trong đó:  $l$  là khoảng cách giữa tâm quadrotor và động cơ;  $c$  là hằng số dương.

Mô men hồi chuyển: Hai mô men hồi chuyển sinh ra do chuyển động và cấu trúc của bốn cánh quạt quadrotor là:

$$M_p = \sum_{i=1}^4 \dot{\Xi}^E \wedge [0, 0, J_p (-1)^{i+1} \Omega_i]^T \tag{11}$$

$$M_b = \dot{\Xi}^E \wedge I \dot{\Xi}^E \tag{12}$$

Trong đó:  $\dot{\Xi}^E$  là vector tốc độ góc;  $I_X, I_Y, I_Z$  là các mô men quán tính;  $I = \text{diag}[I_X, I_Y, I_Z]$  là ma trận quán tính;  $J_p [N \ m \ s^2]$  mô men quán tính của rotor động cơ.

Các tín hiệu điều khiển  $U_1, U_2, U_3$  và  $U_4$  được xác định theo (13).

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ M_\phi \\ M_\theta \\ M_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -lb & 0 & lb \\ -lb & 0 & lb & 0 \\ d & -d & d & -d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} \tag{13}$$

Trong đó:  $d > 0$  là hệ số của lực cản;  $b > 0$  là hệ số lực đẩy tác động lên quadrotor;  $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$  và  $\Omega_4$  là tốc độ bốn cánh quạt.

Từ (13), ta thấy  $U_1$  là tổng các lực đẩy của quadrotor;  $U_2, U_3$  và  $U_4$  là mô men tạo ra các góc  $\phi, \theta$  và  $\psi$ .

Áp dụng phương trình Newton - Euler ta được phương trình động lực học quadrotor [7, 8]:

$$\begin{cases} m\ddot{\Gamma}^E = F_{th} - F_d - F_g \\ I\ddot{\Xi}^E = M - M_p - M_b - M_c \end{cases} \tag{14}$$

Ở đây:  $F_{th} = R_\Xi(\phi, \theta, \psi)[0, 0, \sum_{i=1}^4 F_i]^T$  tổng lực đẩy của các cánh quạt;  $F_d = \text{diag}(h_1, h_2, h_3)\dot{\Gamma}^T$  lực cản không khí;  $F_g = [0, 0, mg]^T$  lực hấp dẫn;  $M = [M_\phi, M_\theta, M_\psi]^T$  mô men tổng của các góc Euler;  $M_p, M_b$  các mô men hồi chuyển;  $M_c = \text{diag}(h_4, h_5, h_6)[\dot{\phi}^2, \dot{\theta}^2, \dot{\psi}^2]^T$  mô men ma

sát của khí động học;  $h_1, h_2, \dots, h_6$  là các hệ số của lực cản không khí.

Thay phương trình (1), các lực và mô men [3, 7] vào phương trình (14), ta được:

- Phương trình chuyển động tịnh tiến:

$$\begin{cases} \ddot{X} = (\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\psi\sin\phi)U_1/m - K_X\dot{X} \\ \ddot{Y} = (\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\theta\cos\psi)U_1/m - K_Y\dot{Y} \\ \ddot{Z} = (\cos\phi\cos\theta)U_1/m - g - K_Z\dot{Z} \end{cases} \quad (15)$$

Trong đó:  $g$  là gia tốc trọng trường;  $m$  là tổng khối lượng quadrotor  $K_X = h_1/m, K_Y = h_2/m, K_Z = h_3/m$  là các hằng số.

- Phương trình chuyển động quay:

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\psi} \frac{(I_Y - I_Z)}{I_X} - \dot{\theta} \frac{J_p \Omega_\Sigma}{I_X} - \dot{\phi}^2 \frac{h_4}{I_X} + \frac{U_2}{I_X} \\ \ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi} \frac{(I_Z - I_X)}{I_Y} - \dot{\phi} \frac{J_p \Omega_\Sigma}{I_Y} - \dot{\theta}^2 \frac{h_5}{I_Y} + \frac{U_3}{I_Y} \\ \ddot{\psi} = \dot{\theta}\dot{\phi} \frac{(I_X - I_Y)}{I_Z} - \dot{\psi}^2 \frac{h_6}{I_Z} + \frac{U_4}{I_Z} \end{cases} \quad (16)$$

Các đầu vào điều khiển quadrotor:

$$\begin{cases} U_1 = b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ U_2 = lb(-\Omega_2^2 + \Omega_4^2) \\ U_3 = lb(-\Omega_1^2 + \Omega_3^2) \\ U_4 = d(\Omega_1^2 + \Omega_3^2 - \Omega_2^2 - \Omega_4^2) \\ \Omega_\Sigma = \Omega_1 + \Omega_3 - \Omega_2 - \Omega_4 \end{cases} \quad (17)$$

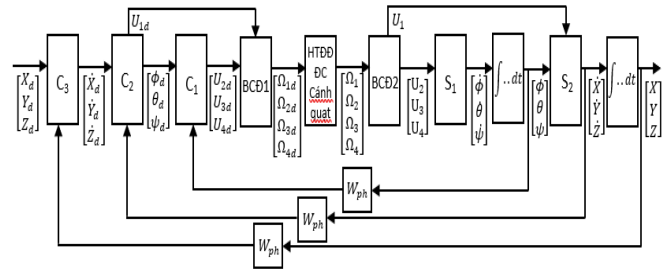
Phương trình không gian trạng thái với các biến

$$X^T = (\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}, \phi, \theta, \psi, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}, X, Y, Z)^T$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \begin{pmatrix} \cos x_6 \cos x_4 \sin x_5 \\ + \sin x_6 \sin x_4 \end{pmatrix} U_1/m - K_X x_1 \\ \dot{x}_2 = \begin{pmatrix} \cos x_4 \sin x_5 \sin x_6 \\ - \cos x_6 \sin x_4 \end{pmatrix} U_1/m - K_Y x_2 \\ \dot{x}_3 = -g + (\cos x_4 \cos x_5) U_1/m - K_Z x_3 \\ \dot{x}_4 = x_7 \\ \dot{x}_5 = x_8 \\ \dot{x}_6 = x_9 \\ \dot{x}_7 = \frac{x_8 x_9 (I_Y - I_Z)}{I_X} - \frac{J_p x_8 \Omega_\Sigma}{I_X} - (h_4/I_X)x_7^2 + U_2/I_X \\ \dot{x}_8 = \frac{x_7 x_9 (I_Z - I_X)}{I_Y} - \frac{J_p x_7 \Omega_\Sigma}{I_Y} - (h_5/I_Y)x_8^2 + U_3/I_Y \\ \dot{x}_9 = x_7 x_8 (I_X - I_Y)/I_Z - (h_6/I_Z)x_9^2 + U_4/I_Z \\ \dot{x}_{10} = x_1 \\ \dot{x}_{11} = x_2 \\ \dot{x}_{12} = x_3 \end{cases} \quad (18)$$

### 3. TỔNG HỢP CÁC BỘ ĐIỀU KHIỂN

Sơ đồ cấu trúc hệ điều khiển quadrotor với 3 vòng chuyển động (hình 6). Vòng ngoài cùng là vòng điều khiển vị trí  $X, Y, Z$  của quadrotor; vòng thứ 2 là vòng điều khiển tốc độ; vòng trong là vòng điều khiển các góc Euler [9, 10].



Hình 6. Sơ đồ khối các vòng ĐK quadrotor

Trong đó:  $C_1$  là bộ điều khiển và ổn định các góc Euler;  $C_2$  là bộ điều khiển tốc độ;  $C_3$  là bộ điều khiển vị trí;  $W_{ph}$  là hàm truyền của tín hiệu phản hồi.

#### 3.1. Tổng hợp bộ điều khiển động cơ điện một chiều

Phương trình cân bằng điện áp:

$$U = Ri + L(\partial i / \partial t) + K_E \omega_M \quad (19)$$

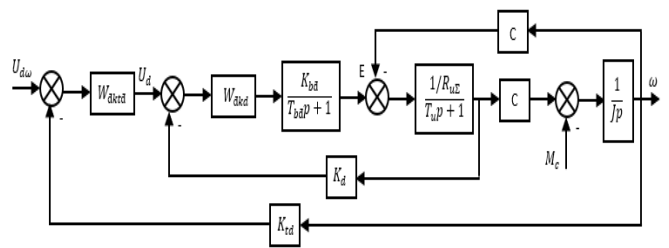
Phương trình động lực học:

$$J_p(d\omega_r / dt = M_e - M_c) \quad (20)$$

Ở đây:  $J_p$  là tổng mô men quán tính quy đổi;  $i[A]$  dòng điện của động cơ;  $K_E [V \cdot s \cdot rad^{-1}]$  hằng số động cơ;  $M_e$  là mô men của động cơ;  $M_c$  là mô men cản;  $\omega_M [rad/s]$  tốc độ góc. Vì tải là quạt gió, mô men cản bao củ động gồm ba thành phần có dạng như (21).

$$M_c = M_0 + B\Omega + d\Omega^2 / \eta N \quad (21)$$

Trong đó:  $M_0$  mô men cản không đổi;  $B\Omega$  ma sát nhớt;  $d\Omega^2 / \eta N$  mô men cản của cánh quạt.



Hình 7. Sơ đồ khối hệ điều khiển động cơ điện một chiều

a) Tổng hợp bộ điều khiển dòng điện

Bộ điều khiển dòng điện được tổng hợp theo tiêu chuẩn tối ưu modul có dạng tỷ lệ tích phân:

$$W_{dkd} = K_1 + 1/T_1 p \quad (22)$$

Trong đó:  $T_1 = 2T_{\mu d} K_{bd} K_d / R_{u\Sigma}$ ;

$$K_1 = T_u / T_1 = R_{u\Sigma} T_u / 2T_{\mu d} K_{bd} K_d$$

Hàm truyền đạt của vòng kín:

$$W_{KI} = 1 / K_d (2T_{\mu d} p + 1) \quad (23)$$

b) Tổng hợp bộ điều khiển thích nghi tốc độ bằng phương pháp gradient

Hàm truyền của đối tượng [1] là:

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = W_{KI} \frac{C_u}{J_p p} \frac{1}{K_{td}} \quad (24)$$

$$= \frac{1}{K_d(2T_{\mu d}p + 1)} \frac{C_u}{J_p p} \frac{1}{K_{td}} = \frac{b}{p(p + a)}$$

Trong đó:  $b = C_u/2K_{td}k_dJ_pT_{\mu d}$ ;  $U(p)/Y(p)$  đầu vào/ra

Bộ điều khiển được tổng hợp theo mô hình tham chiếu, và được lựa chọn là khâu bậc 2, có hàm truyền:

$$G_m(p) = Y_m(p)/U_c(p) = 1/(p^2 + 0,5p + 1) \quad (25)$$

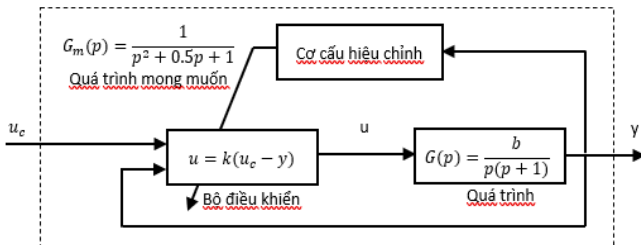
Trong đó:  $Y_m(p)$  đầu ra mong muốn;  $U_c(p)$  đầu vào hệ thống.

Giả sử:  $T_{\mu d}$  là hằng số không đổi, do đó:

$$a = 1/2T_{\mu d} \approx 1/2 = 0,5$$

Hàm truyền của đối tượng:

$$G(p) = Y(p)/U(p) = b/p(p + a) = b/p(p + 0,5) \quad (26)$$



Hình 8. Sơ đồ tổng quát của hệ thống với bộ điều khiển thích nghi

Biến đổi (26) với luật điều khiển:  $u = k(u_c - y)$

$$\Rightarrow y = bku_c/p^2 + 0,5p + bk \quad (27)$$

Sai số của hệ thống vòng kín:

$$e = y - y_m = \frac{bk}{p^2 + 0,5p + bk} u_c - \frac{1}{p^2 + 0,5p + 1} u_c \quad (28)$$

Từ phương trình (28), ta có độ nhạy của sai số theo k [1] như sau:

$$\frac{\partial e}{\partial k} = \frac{\partial y}{\partial k} = \frac{b(p^2 + 0,5p + bk) - b^2k}{(p^2 + 0,5p + bk)^2} u_c \quad (29)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial e}{\partial k} = \frac{b(p^2 + 0,5p)}{(p^2 + 0,5p + bk)^2} u_c$$

Theo MIT, luật cập nhật hệ số theo k có dạng:

$$\frac{dk}{dt} = -\frac{\partial e}{\partial k} \gamma' e \quad (30)$$

$$= -\gamma'(y - y_m) \left[ \frac{b(p^2 + 0,5p)}{(p^2 + 0,5p + bk)^2} u_c \right]$$

Để cập nhật trực tiếp hệ số k, ta phải sử dụng thêm phép xấp xỉ để loại bỏ hệ số chưa biết.

Từ phương trình (25) ta có:

$$(p^2 + 0,5p + 1)Y_m(p) = U_c(p) \quad (31)$$

$$\Leftrightarrow (p^2 + 0,5p + 1)y_m = u_c$$

$$\Leftrightarrow y_m = u_c/(p^2 + 0,5p + 1) \quad (32)$$

Khi hàm truyền đạt (27) đạt tới hàm truyền đạt mong muốn (31).

$$(p^2 + 0,5p + bk)y = bku_c \quad (33)$$

$$\equiv (p^2 + 0,5p + 1)y_m = u_c$$

Hay:  $bk = 1$ . Do đó phương trình (30) có thể xấp xỉ:

$$\frac{dk}{dt} = -\gamma' e \frac{\partial e}{\partial k} \quad (34)$$

$$= -\gamma'(y - y_m) \left[ \frac{b(p^2 + ap)}{(p^2 + ap + 1)^2} u_c \right]$$

Hơn nữa, đặt  $\gamma = \gamma'b$  nên (34) được xấp xỉ [1].

$$\frac{dk}{dt} = -\gamma(y - y_m) \left[ \frac{(p^2 + ap)}{(p^2 + ap + 1)^2} u_c \right] \quad (35)$$

### 3.2. Tổng hợp bộ điều khiển C1

Để tổng hợp bộ điều khiển  $C_1$ , trong bài báo sử dụng phương pháp tuyến tính hóa phản hồi (TTHPH) [9, 10]. Nội dung của phương pháp này biến đổi một hệ truyền động phi tuyến thành hoặc xấp xỉ một hệ tuyến tính.

Hệ con  $S_1$  bao gồm các phương trình vi phân mô tả động lực học trạng thái các góc Euler với các biến điều khiển  $U_2, U_3, U_4$

$$\begin{cases} \dot{x}_7 = \frac{x_8 x_9 (I_Y - I_Z)}{I_X} - \frac{J_p x_8 \Omega_\Sigma}{I_X} \\ \quad - (h_4/I_X)x_7^2 + U_2/I_X \\ \dot{x}_8 = \frac{x_7 x_9 (I_Z - I_X)}{I_Y} - \frac{J_p x_7 \Omega_\Sigma}{I_Y} \\ \quad - (h_5/I_Y)x_8^2 + U_3/I_Y \\ \dot{x}_9 = x_7 x_8 (I_X - I_Y)/I_Z - (h_6/I_Z)x_9^2 + U_4/I_Z \end{cases} \quad (36)$$

Sử dụng phương pháp tuyến tính hóa phản hồi, các biến đầu vào điều khiển  $U_2, U_3, U_4$  được biến đổi thành các biến điều khiển mới  $\tilde{U}_2, \tilde{U}_3, \tilde{U}_4$

$$\begin{cases} \tilde{U}_2 = \frac{U_2 - x_8 x_9 (I_Y - I_Z)}{I_X} - \frac{J_p x_8 \Omega_\Sigma}{I_X} - \left(\frac{h_4}{I_X}\right) x_7^2 \\ \tilde{U}_3 = U_3 - \frac{x_7 x_9 (I_Z - I_X)}{I_Y} - \frac{J_p x_7 \Omega_\Sigma}{I_Y} - \left(\frac{h_5}{I_Y}\right) x_8^2 \\ \tilde{U}_4 = \frac{U_4 - x_7 x_8 (I_X - I_Y)}{I_Z} - \left(\frac{h_6}{I_Z}\right) x_9^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_2 = \tilde{U}_2 + \beta_2 \\ U_3 = \tilde{U}_3 + \beta_3 \\ U_4 = \tilde{U}_4 + \beta_4 \end{cases} \quad (37)$$

Như vậy, với biến điều khiển mới  $\tilde{U}_2, \tilde{U}_3$  và  $\tilde{U}_4$ . Để hệ là tuyến tính cần phải thỏa mãn điều kiện:

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda_2 x_7 &= \frac{x_8 x_9 (I_Y - I_Z)}{I_X} - \frac{J_p x_8 \Omega_\Sigma}{I_X} \\ &\quad - (h_4 / I_X) x_7^2 + \beta_2 / I_X \\ \lambda_3 x_8 &= \frac{x_7 x_9 (I_Z - I_X)}{I_Y} - \frac{J_p x_7 \Omega_\Sigma}{I_Y} \\ &\quad - (h_5 / I_Y) x_8^2 + l b \beta_3 / I_Y \\ \lambda_4 x_9 &= x_7 x_8 (I_X - I_Y) / I_Z - (h_6 / I_Z) x_9^2 + d \beta_4 / I_Z \end{aligned} \right. \quad (38)$$

Trong đó:  $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  là các hằng số chưa biết cần xác định. Ta rút  $\beta_2, \beta_3, \beta_4$  trong phương trình (37), sử dụng phương trình (38) và thay vào phương trình (36), ta được:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{x}_7 &= \lambda_2 x_7 + \tilde{U}_2 / I_X \\ \dot{x}_8 &= \lambda_3 x_8 + l b \tilde{U}_3 / I_Y \\ \dot{x}_9 &= \lambda_4 x_9 + d \tilde{U}_4 / I_Z \end{aligned} \right. \quad (39)$$

Để xác định  $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ , ta sử dụng hàm Lyapunov có dạng như sau:

$$V = 0,5(x_7^2 + x_8^2 + x_9^2) \quad (40)$$

Lấy đạo hàm V ta có:

$$\dot{V} = (x_7 \dot{x}_7 + x_8 \dot{x}_8 + x_9 \dot{x}_9) = \lambda_2 x_7^2 + \lambda_3 x_8^2 + \lambda_4 x_9^2$$

$\dot{V} < 0$  nếu  $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 < 0$ , khi đó hệ tuyến tính hóa phản hồi ổn định tiệm cận.

Từ phương trình (39), ta có  $\phi = x_4$ . Ta có hàm truyền đạt điều khiển góc  $\phi$  khi tính đến hàm truyền phản hồi:

$$W_\phi = x_4 / \tilde{U}_2 = W_{ph\phi} / T_{2\phi} s (T_{1\phi} s + 1) \quad (41)$$

Trong đó:  $T_{1\phi} = -1/\lambda_2$ ;  $T_{2\phi} = -\lambda_2 I_{XX}$

Sử dụng tiêu chuẩn tối ưu modul [5], ta tổng hợp được bộ điều khiển các góc  $\phi, \theta$  và  $\psi$  có dạng tỷ lệ tích phân PI:

$$W_{dk\phi} = 0,5\lambda_2^2 W_{ph\phi} I_{XX} - (0,5\lambda_2^3 W_{ph\phi} I_{XX}) / p \quad (42)$$

$$W_{dk\theta} = 0,5\lambda_3^2 W_{ph\theta} I_{YY} - (0,5\lambda_3^3 W_{ph\theta} I_{YY}) / p \quad (43)$$

$$W_{dk\psi} = 0,5\lambda_4^2 W_{ph\psi} I_{ZZ} - (0,5\lambda_4^3 W_{ph\psi} I_{ZZ}) / p \quad (44)$$

### 3.3. Tổng hợp bộ điều khiển C<sub>2</sub>

Với giả thiết, vòng điều khiển C<sub>1</sub> phản ứng nhanh hơn so với vòng điều khiển C<sub>2</sub> [9]. Khi ấy, giá trị mong muốn của các góc Euler  $x_{4d}, x_{5d}, x_{6d}$  xác lập và gửi tới hệ con S<sub>2</sub>. Khi đó phương trình chuyển động tịnh tiến của quadrotor có dạng như sau:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \left( \begin{matrix} \cos x_{4d} \sin x_{5d} \cos x_{6d} \\ + \sin x_{4d} \sin x_{6d} \end{matrix} \right) U_1 / m - K_X \dot{X} \\ \dot{x}_2 &= \left( \begin{matrix} \cos x_{4d} \sin x_{5d} \sin x_{6d} \\ - \sin x_{4d} \cos x_{6d} \end{matrix} \right) U_1 / m - K_Y \dot{Y} \\ \dot{x}_3 &= (\cos x_{4d} \cos x_{5d}) U_1 / m - g - K_Z \dot{Z} \end{aligned} \right. \quad (45)$$

Ở đây:  $x_{4d}, x_{5d}, x_{6d}$  và  $U_1$  là các biến điều khiển. Ta giả thiết có ba biến ĐK mới  $\tilde{U}_1, \tilde{U}_2, \tilde{U}_3$  tồn tại độc lập, khi đó phương trình (45) có dạng như sau:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \gamma_1(x_{4d}, x_{5d}, x_{6d}, U_1) = \tilde{U}_1 \\ \dot{x}_2 &= \gamma_2(x_{4d}, x_{5d}, x_{6d}, U_1) = \tilde{U}_2 \\ \dot{x}_3 &= \gamma_3(x_{4d}, x_{5d}, U_1) = \tilde{U}_3 \end{aligned} \right. \quad (46)$$

Với các biến  $\tilde{U}_1, \tilde{U}_2, \tilde{U}_3$ , để đơn giản cho việc điều khiển, ta lựa chọn bộ điều khiển có dạng tỷ lệ:

$$\tilde{U}_1 = k_1(x_{1d} - x_1) = (\dot{X}_d - \dot{X});$$

$$\tilde{U}_2 = k_2(x_{2d} - x_2) = (\dot{Y}_d - \dot{Y})$$

$$\tilde{U}_3 = k_3(x_{3d} - x_3) = (\dot{Z}_d - \dot{Z})$$

Trong đó,  $k_1, k_2, k_3$  là tham số bộ điều khiển. Từ các biến  $\tilde{U}_1, \tilde{U}_2, \tilde{U}_3$ , việc xác định các biến  $x_{4d}, x_{5d}$  và  $U_1$  được thực hiện bằng cách giải phương trình (45) với  $x_{6d} = \psi_d = 0$  và bỏ qua thành phần  $K_X \dot{X}; K_Y \dot{Y}; K_Z \dot{Z}$ , [9, 10]. Ta được:

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{U}_1 &= \cos x_{4d} \sin x_{5d} U_1 / m \\ \tilde{U}_2 &= \sin x_{4d} U_1 / m \\ \tilde{U}_3 &= -g + \cos x_{4d} \cos x_{5d} U_1 / m \end{aligned} \right. \quad (47)$$

Ta thu được các nghiệm như sau:

$$U_1 = m \sqrt{(\tilde{U}_1^2 / (-\tilde{U}_3 m)^2) + \tilde{U}_2^2} \quad (48)$$

$$x_{4d} = \phi_d = \arcsin(\tilde{U}_2 m / U_1) - 90^\circ \leq \phi_d \leq 90^\circ \quad (49)$$

$$x_{5d} = \theta_d$$

$$= \arcsin(1 / \sqrt{(\tilde{U}_3 + g / \tilde{U}_1)^2 + 1})$$

$$-90^\circ \leq \theta_d \leq 90^\circ \quad (50)$$

$$x_{6d} = \psi_d = 0 \quad (51)$$

### 3.4. Tổng hợp bộ điều khiển C<sub>3</sub>

Ta sử dụng phương pháp nhận dạng [2] để tổng hợp bộ điều khiển C<sub>3</sub>. Ta có, hàm truyền bộ điều khiển vị trí có dạng tỷ lệ vi tích phân PID.

$$W_{dkx} = \frac{4T_{1X} + T_{2X}}{8T_{1X}^2 K_X} + (1/8T_{1X}^2 K_X)p + (T_{1X} T_{2X})p / 2T_{1X}^2 K_X \quad (52)$$

$$W_{dky} = \frac{4T_{1Y} + T_{2Y}}{8T_{1Y}^2 K_Y} + (1/8T_{1Y}^2 K_Y)p + T_{1Y} T_{2Y} p / 2T_{1Y}^2 K_Y \quad (53)$$

$$W_{dkz} = \frac{4T_{1Z} + T_{2Z}}{8T_{1Z}^2 K_Z} + (1/8T_{1Z}^2 K_Z)p + (T_{1Z} T_{2Z})p / 2T_{1Z}^2 K_Z \quad (54)$$

## 4. MÔ PHỎNG HỆ THỐNG

Để mô phỏng hệ thống điều khiển quadrotor sử dụng các thông số vật lý của quadrotor và của động cơ điện một chiều như thể hiện trong bảng 1.

Bảng 1. Thông số của quadrotor và động cơ

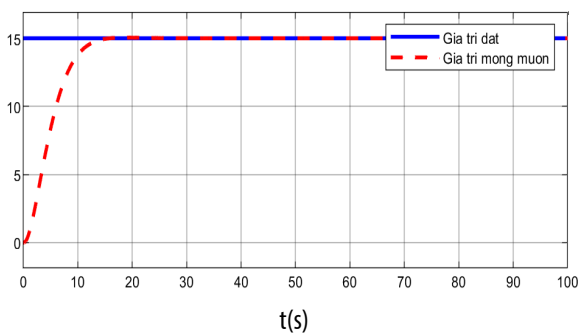
Thông số	Ký hiệu	Giá trị	Đơn vị
Loại động cơ RS-555PH với điện áp, dòng điện	$U_v, I_v$	24; 0,21	V, A
Điện trở, điện cảm phần ứng	$R_v, L_v$	0,6; $15 \cdot 10^{-3}$	$\Omega, H$
Hằng số thời gian của bộ biến đổi	$T_{bd}$	0,01	s

Hệ số lực nâng	b	54,2.10 <sup>6</sup>	N s <sup>2</sup>
Hệ số lực kéo	d	1,1.10 <sup>-6</sup>	N s <sup>2</sup>
Mô men quán tính	J <sub>p</sub>	0,089	Nms <sup>2</sup>
Khối lượng quadrotor	m	1,0	kg
Mômen quán tính trục X, Y, Z	I <sub>x</sub> , I <sub>y</sub> , I <sub>z</sub>	0,008; 0,008; 0,010	Nms <sup>2</sup>
Gia tốc trọng trường	g	9,81	m/s <sup>-2</sup>
Khoảng cách giữa từ tâm quadrotor đến tâm của động cơ	l	0,5	m
Hệ số lực kéo	h <sub>1</sub> , h <sub>2</sub> , h <sub>3</sub>	0,3729	
Hệ số ma sát khí động học	h <sub>4</sub> , h <sub>5</sub> , h <sub>6</sub>	5,56 10 <sup>-4</sup>	

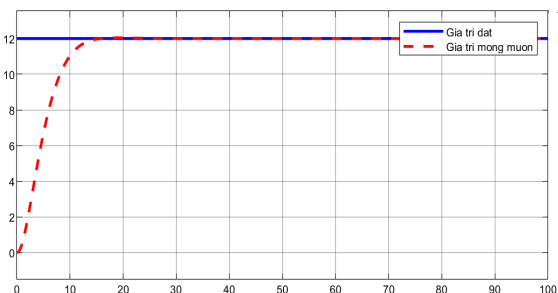
**Kết quả mô phỏng:** Điều khiển quadrotor di chuyển tịnh tiến dọc theo trục Z với độ cao thay đổi, kết hợp di chuyển tịnh tiến theo phương X và Y với giá trị đặt:  $Z_d = 15[m]$ ;  $Y_d = 10 [m]$ ;  $Z_d = [10 \ 15 \ 40 \ 25 \ 5] [m]$ :

**Vị trí quadrotor**

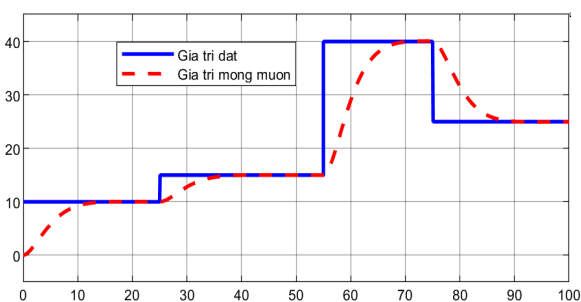
Trục X (m)



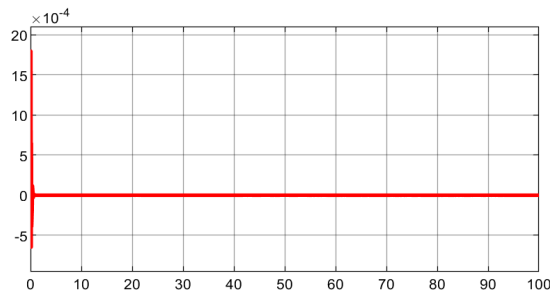
Trục Y (m)



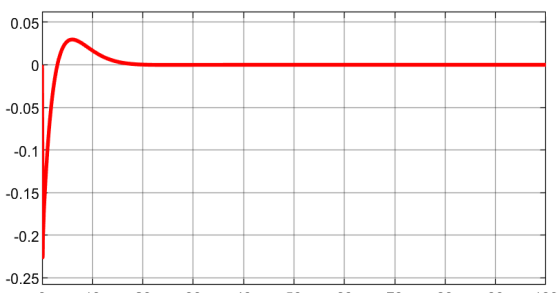
Trục Z (m)



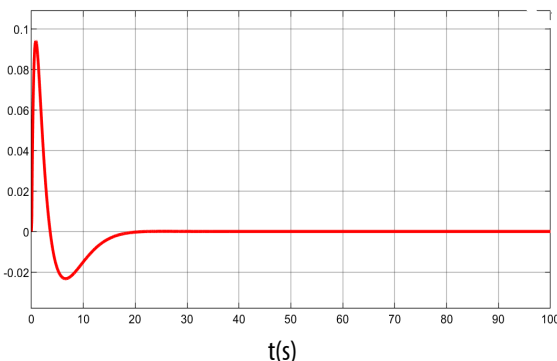
t(s)  
**Các góc Euler**  
Góc roll (rad)



t(s)  
Góc pitch (rad)



t(s)  
Góc yaw (rad)



Hình 9. Kết quả mô phỏng

**5. KẾT LUẬN**

Bài báo đã xây dựng được một mô hình động lực học phi tuyến đầy đủ của quadrotor khi có cơ cấu chấp hành (Động cơ điện một chiều) và các đại lượng vật lý như các lực, khí động học bằng phương pháp Newton - Euler. Bộ điều khiển tốc độ động cơ được tổng hợp theo phương pháp thích nghi, bộ điều khiển và ổn định các góc Euler được tổng hợp theo phương pháp tuyến tính hóa phản hồi, bộ điều khiển tốc độ và vị trí quadrotor được tổng hợp theo phương pháp tối ưu modul. Sử dụng công cụ Matlab - Simulink để mô phỏng hệ thống. Kết quả thu được cho thấy quadrotor đã di chuyển chính xác đến đúng các vị trí đặt mong muốn, các góc Euler thay đổi rất

nhỏ, chứng tỏ quadrotor di chuyển êm trong quá trình cất cánh và di chuyển. Điều này cho thấy các bộ điều khiển đã được tổng hợp đáp ứng tốt với các đầu vào mong muốn.

---

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Nguyen Thi Phuong Ha, *Modern control theory*. Vietnam National University Ho Chi Minh City Press, 2007. (in Vietnamese)
- [2]. Nguyen Doan Phuoc, *Fundamentals of linear control theory*. Bach khoa Publishing House, Hanoi, 2016. (in Vietnamese)
- [3]. Pham Quoc Phuong, *Research and application of the quadrotor model in surveillance and rescue*. Master's Thesis, Ho Chi Minh City University of Technology, 2012. (in Vietnamese)
- [4]. Nguyen Phung Quang, *Matlab & Simulink for automatic control engineers*. Science and Technics Publishing House, Hanoi, 2006. (in Vietnamese)
- [5]. Dao Hoa Viet, *Example exercises and practice of automatic control of electric drives*. Military Technical Academy, Hanoi, 2011.
- [6]. Jinjun Rao, Bo Li, Zhen Zhang, Dongdong Chen, Wojciech Giernacki, "Position Control of Quadrotor UAV Based on Cascade Fuzzy Neural Network," *Energies*, 15, 1763, 2022.
- [7]. Bresciani T, *Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter*. Department of Automatic Control Lund University, 2008.
- [8]. Gu W., Alavanis K.P., Rutherford M.J., Rizzo A., "UAV Model-based Flight Control with Artificial Neural Networks: A Survey," *J.Intell. Robot. Syst.*, 100, 1469-1491, 2020.
- [9]. H. Voos, "Nonlinear State-Dependent Riccati Equation Control of a Quadrotor UAV", in *Proc. of the IEEE Conference on Control Applications*, Munich, Germany, 2006.
- [10]. H. Voos, "Nonlinear and Neural Network-based Control of a Small Four-Rotor Aerial Robot," in *Proc. of the IEEE/ASME Int. Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, Zurich, CH, 2007.

---

#### AUTHOR INFORMATION

**Hoang Van Huy**

Hanoi University of Industry, Vietnam