

BÀI TOÁN VỀ SỰ TƯƠNG TÁC GIỮA SÓNG ĐIỀU HÒA PHẪNG VỚI TẤM THÉP ĐỒNG NHẤT TRONG MÔI TRƯỜNG ĐẤT ĐÀN HỒI

PROBLEM ON THE INTERACTION BETWEEN PLANE HARMONIC WAVES AND A UNIFORM STEEL PLATE IN SOIL ELASTIC ENVIRONMENT

Võ Văn Đại^{1,3}, Natalia Alexandrovna Lokteva^{1,2},
Nguyễn Minh Tuấn³, Nguyễn Dương Phụng³,
Nguyễn Thị Cẩm Nhung^{4,*}

DOI: <http://doi.org/10.57001/huiv5804.2024.267>

TÓM TẮT

Bài báo trình bày bài toán tương tác giữa sóng phẳng điều hòa với tấm thép đồng nhất trong môi trường đất (môi trường đàn hồi) bằng phương pháp giải tích. Phương trình chuyển động của tấm được xây dựng trên lý thuyết tấm Kirchhoff-Lov. Để mô tả chuyển động của đất sử dụng các phương trình của lý thuyết đàn hồi, quan hệ Cauchy, phương trình vật lý và phương trình Lamé. Tất cả các phương trình này được khai triển thành chuỗi lượng giác thỏa mãn các điều kiện biên tương ứng, trong đó biên độ áp suất và các ứng suất pháp tuyến được giả thiết bằng nhau. Các điều kiện biên về sự tiếp xúc của tấm và môi trường đất sử dụng sự đồng nhất của chuyển vị pháp tuyến tại ranh giới của vật cản và môi trường đất. Sau khi xác định được các hằng số tích phân trong từ các điều kiện biên, các giá trị chuyển vị và ứng suất được xác định.

Từ khóa: tấm Kirchhoff-Love; sóng điều hòa; động lực học không dừng; nền đàn hồi; phép biến đổi tích phân.

ABSTRACT

This article discusses the issue of the interaction between a harmonic plane wave and a homogeneous steel plate in a soil environment, specifically an elastic environment, using analytical techniques. The plate's equation of motion is derived from the Kirchhoff-Love plate theory. In order to characterize the movement of soil, one should use the equations derived from elasticity theory, Cauchy relations, physical equations, and Lamé equations. The equations are extended into trigonometric series that fulfill the associated boundary conditions. It is assumed that the pressure amplitude and normal stresses are equivalent. The boundary conditions at the interface between the slab and the soil medium are determined by the requirement that the normal displacement be consistent throughout the border of the obstacle and the soil medium. Once the internal integration constants have been found based on the boundary conditions, the values of displacement and stress may be computed.

Keywords: Kirchhoff-Love plate; harmonic wave; non-stationary dynamics; elastic medium; integral transformations.

¹Khoa Súc bền Vật liệu Động lực học và Súc bền Máy móc, Viện Hàng không Mát-xcơ-va (Đại học Nghiên cứu Quốc gia), Mát-xcơ-va, Liên bang Nga

²Viện Cơ học, Đại học quốc gia Lô-mô-nô-xốp Mát-xcơ-va, Mát-xcơ-va, Liên bang Nga

³Viện Công nghệ, Tổng cục Công nghiệp Quốc phòng

⁴Khoa Cơ khí, Học viện Kỹ thuật Quân sự

*Email: camnhungkts@gmail.com

Ngày nhận bài: 10/7/2024

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 15/8/2024

Ngày chấp nhận đăng: 27/8/2024

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

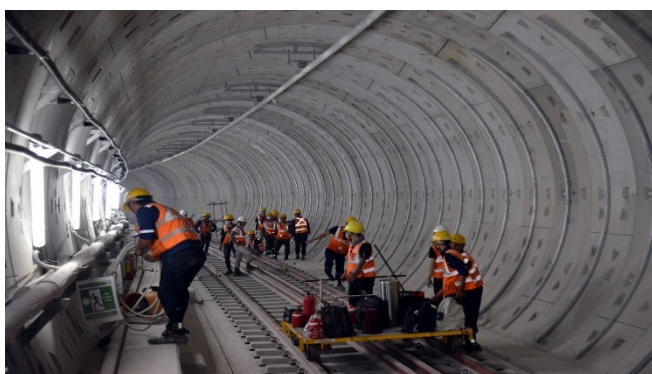
Tác động tiêu cực của tiếng ồn ngày càng tăng lên cùng với sự phát triển của các đô thị, các phương tiện giao thông, thiết bị máy móc, gây ra những bất tiện và khó chịu trong cuộc sống hàng ngày đối với con người. Tiếng ồn âm thanh không chỉ lan truyền qua không khí mà còn lan truyền qua các phần tử môi trường vật chất, kết cấu, môi trường đàn hồi như đất, tường, đường, trần nhà, cửa kính, thép... Khi đó năng lượng tiếng ồn của âm thanh được lan truyền dưới dạng dao động sóng và ngược lại, sự chuyển đổi năng lượng rung động từ sự hoạt động của các máy móc, thiết bị thành năng lượng sóng âm. Tuy nhiên, việc mở rộng các cơ sở hạ tầng giao thông (đặc biệt là tàu điện ngầm) chủ yếu trong khuôn viên phát triển hiện tại ở các thành phố, đô thị, Do vậy, không cho phép bố trí đường cao tốc và đường sắt, các tuyến metro ở xa khu dân cư. Như vậy, với sự phát triển của đô thị đặc biệt là quá trình xây dựng các công trình, các cơ sở hạ tầng đặt ra câu hỏi và các phương án về việc bảo vệ an toàn cho con người và các công trình đã có sẵn từ các tác động tiêu cực của các nguồn sóng. Nguồn chính gây ra các rung động, tiếng ồn ảnh hưởng xấu đến các công trình đó là những thiết bị kỹ thuật khi hoạt động, phương tiện giao thông (xe tải hạng nặng, tàu hỏa, xe điện, metro...). Một phần giải pháp cho vấn đề này đã được tìm ra, đó là việc lắp đặt các rào cản hấp thụ dao động, rung động (dưới dạng các tấm có kết cấu khác nhau, vật liệu khác nhau...) ở các tuyến đường cao tốc, các tuyến đường sắt.

Trên thế giới các tuyến đường tàu điện ngầm (metro) đã được xây dựng từ lâu và rất phát triển, đây là một trong những phương tiện giao thông công cộng hiện đại, rất thuận tiện nên được nhiều người sử dụng. Hiện nay, ở Việt Nam chúng ta đang có nhiều dự án xây dựng các tuyến tàu điện ngầm, các cung đường ngầm dưới lòng đất, dưới lòng sông. Quá trình xây dựng các công trình này trong lòng đất đặt ra vấn đề cần có các giải pháp để đảm bảo an toàn cho công trình đô thị, đảm bảo hấp thụ nguồn rung động, hấp thụ tiếng ồn. Trên thế giới cũng đã có một số các công trình khoa học nghiên cứu về hấp thụ khả năng hấp thụ rung động với các loại vật cản khác nhau, các dạng sóng khác nhau. Cụ thể trong [2] là công trình nghiên cứu về bài toán tương tác giữa sóng với các vật cản đồng nhất trong môi trường không khí dưới tác dụng của sóng điều hòa phẳng. Bài toán về khả năng cách âm của tấm 3 lớp trong môi trường không khí dưới tác dụng của sóng điều hòa được trình bày trong công trình [3]. Bài toán tương tác giữa sóng cường bức với các

dạng vật cản khác nhau trong môi trường đất đàn hồi được trình bày trong công trình [4]. Bài báo này trình bày bài toán về sự tương tác giữa sóng điều hòa phẳng với vật cản đồng nhất là tấm thép trong môi trường đất đàn hồi, qua đó xác định được hệ số hấp thụ rung động của vật cản đồng nhất (tấm thép) trong môi trường đất dưới tác dụng của sóng điều hòa phẳng, là cơ sở để tính toán và đưa ra các giải pháp về hấp thụ tiếng ồn, hấp thụ rung động. Tuấn và cộng sự [9, 10] nghiên cứu tương tác giữa ứng suất-biến dạng và sự truyền sóng trong môi trường không gian đàn hồi bằng phương pháp giải tích.



Hình 1. Hàng rào hấp thụ tiếng ồn ở các tuyến đường cao tốc trong các khu đô thị (nguồn: <https://kenh14.vn>)



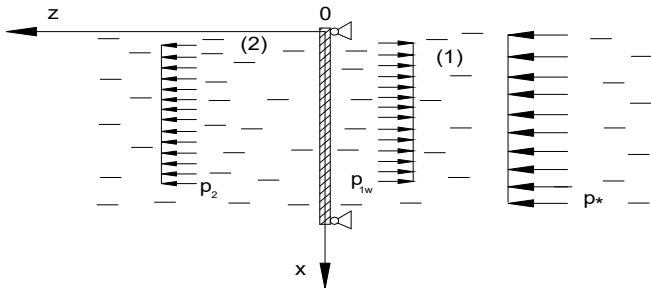
Hình 2. Các kết cấu đảm bảo an toàn cho công trình và hấp thụ rung động, tiếng ồn khi xây dựng

2. XÂY DỰNG BÀI TOÁN TƯƠNG TÁC CỦA SÓNG ĐIỀU HÒA PHẪNG VỚI VẬT CẢN ĐỒNG NHẤT TRONG MÔI TRƯỜNG ĐẤT

Khảo sát vật cản là tấm thép đồng nhất hình chữ nhật bề dày h , được đặt trong môi trường đất (môi trường (1) và môi trường (2)), phía hai đầu của tấm được giữ bằng gối cố định (hình 3). Sử dụng hệ tọa độ Đề-các Oxyz sao cho mặt phẳng trung tuyến của tấm trùng với mặt phẳng Oxy. Trục Oz hướng theo chiều sâu, trục Oy không bị giới hạn, cạnh tấm hướng theo trục Ox có chiều dài L , gốc tọa độ tại điểm O tại $z = 0$. Hướng âm của trục Oz (môi trường 1) chịu tác dụng một sóng điều hòa có biên độ p và tần

số ω . Véc tơ pháp tuyến của mặt sóng nằm trong mặt phẳng Oxy.

Trường hợp tổng quát, môi trường đất (1) có mật độ ρ_1 vận tốc truyền sóng c_1 , môi trường đất (2) có mật độ ρ_2 vận tốc truyền sóng c_2 .



Hình 3. Mô hình tương tác của sóng điều hòa với tấm thép được cố định hai đầu bằng gối đỡ trong môi trường đất đàn hồi

Để xác định chuyển vị của tấm thép trong môi trường (2) dưới tác dụng của sóng điều hòa có biên độ p và tần số ω từ môi trường (1), trong trường hợp này sử dụng điều kiện biên:

$$w|_{x=0,l} = 0, w'|_{x=0,l} = 0 \tag{1}$$

2.1. Phương trình chuyển động của tấm thép

Chuyển động của tấm thép được mô tả bằng phương trình Kirchhoff- Love [1,2,4]:

$$\rho_{\Pi} h \frac{d^2 w(x,t)}{dt^2} = -D \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^2} + p \tag{2}$$

$$D = \frac{E_{\Pi} h^3}{12(1-\nu^2)} \tag{3}$$

trong đó, D: Độ cứng uốn của tấm thép; ρ_{Π} , E_{Π} , ν : Mật độ, mô đun đàn hồi, hệ số Poatxong của tấm thép; $w(x,t)$: Chuyển vị của tấm.

Trong phương trình (2) chuyển vị và biên độ áp suất được biểu diễn dưới dạng điều hòa:

$$w(x,t) = w_a e^{i\omega t}, p = p_a e^{i\omega t} \tag{4}$$

Thay (4) vào (2) ta nhận được: (chỉ số a sẽ được bỏ qua trong phần tiếp theo)

$$-\omega^2 \rho_{\Pi} h w(x) = -D \frac{\partial^4 w(x)}{\partial x^2} + p \tag{5}$$

Để thỏa mãn điều kiện biên (1), biểu diễn chuyển vị và biên độ áp suất thành chuỗi lượng giác:

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} w_n \sin(\lambda_n x); p = \sum_{n=1}^{\infty} (p_1 + p_2) \sin(\lambda_n x); \lambda_n = \frac{\pi n}{l} \tag{6}$$

Thay (6) vào (5) ta nhận được:

$$-\omega^2 \rho_{\Pi} h \sum_{n=1}^{\infty} w_n \sin(\lambda_n x) = -D \frac{\partial^4 \sum_{n=1}^{\infty} w_n \sin(\lambda_n x)}{\partial x^4} + \sum_{n=1}^{\infty} p \sin(\lambda_n x)$$

$$\Rightarrow -\omega^2 \rho_{\Pi} h w_n = -D \lambda_n^4 w_n + p \tag{7}$$

Trong đó: $p = p_1 + p_2$, $p_1 = -p_{1w} + p^*$

p_{1w} - Biên độ sóng phản xạ trong môi trường (1),

$$p_{1w} = -\sigma_{33}^{(1)}$$

p^* - Biên độ sóng tới trong môi trường (1), $p^* = \sigma_{33}^{(1)}$

p_2 - Biên độ sóng truyền qua tấm thép trong môi trường (2), $p_2 = -\sigma_{33}^{(1)}$

2.2. Phương trình chuyển động của môi trường đất

Trong bài toán, mô hình đất sử dụng là môi trường đồng nhất đẳng hướng, đàn hồi, với ρ_{gr} , λ , μ là mật độ, hằng số Lamé đàn hồi của đất; E_{gr} - Mô đun đàn hồi của đất; ν_{gr} - Hệ số Poatxong của đất; c_1 và c_2 - Vận tốc truyền sóng của sóng tới (môi trường (1)) và sóng truyền qua (môi trường (2)).

Hệ phương trình mô tả chuyển động phẳng môi trường đất có dạng [1, 4-7]:

- Phương trình chuyển động:

$$\rho_{gr} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial z}, \rho_{gr} \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial z} \tag{8}$$

- Phương trình Cauchy:

$$\epsilon_{11} = \frac{\partial u}{\partial x}, \epsilon_{13} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \epsilon_{33} = \frac{\partial w}{\partial z}, \theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \tag{9}$$

- Phương trình vật lý:

$$\sigma_{11} = \lambda \theta + 2\mu \epsilon_{11}, \sigma_{13} = 2\mu \epsilon_{13}, \sigma_{33} = \lambda \theta + 2\mu \epsilon_{33} \tag{10}$$

- Phương trình chuyển động của vectơ thế năng vô hướng φ và các thành phần khác không ψ :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = c_1^2 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right), \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = c_2^2 \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right), \tag{11}$$

$$c_1^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho_{gr}}, c_2^2 = \frac{\mu}{\rho_{gr}}$$

- Mối quan hệ của thế năng và chuyển vị:

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z}, w = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{12}$$

ở đây: u, w - Chuyển vị theo các trục Ox và Oz; σ_{ij} và ϵ_{ij} là các thành phần của tenso ứng suất và biến dạng; θ là hệ số giãn nở thể tích.

Trong phương trình (11), biểu diễn thế năng vô hướng φ và các thành phần khác không ψ dưới dạng sóng điều hòa: $\varphi = \varphi_a e^{i\omega t}$, $\psi = \psi_a e^{i\omega t}$ ta thu được:

$$\Delta\varphi + k_1^2\varphi = 0, \Delta\psi + k_2^2\psi = 0, k_j = \frac{\omega}{c_j} \quad (13)$$

Tất cả các hàm ở các phương trình chuyển động trong đất được khai triển mở rộng trong chuỗi lượng giác thỏa mãn điều kiện biên tương ứng, ta có:

$$w^{(i)}(x, z, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} w_n^{(i)}(z, \tau) \sin(\lambda_n x); \quad (14)$$

$$u^{(i)}(x, z, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n^{(i)}(z, \tau) \cos(\lambda_n x)$$

$$\varphi^{(i)}(x, z, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n^{(i)}(z, \tau) \sin(\lambda_n x); \quad (15)$$

$$\psi^{(i)}(x, z, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n^{(i)}(z, \tau) \cos(\lambda_n x)$$

$$\varepsilon_{11}^{(i)}(x, z, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_{11n}^{(i)}(z, \tau) \sin(\lambda_n x);$$

$$\varepsilon_{13}^{(i)}(x, z, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_{13n}^{(i)}(z, \tau) \cos(\lambda_n x);$$

$$\varepsilon_{33}^{(i)}(x, z, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_{33n}^{(i)}(\bar{z}, \tau) \sin(\lambda_n x);$$

$$\theta^{(i)}(x, z, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_n^{(i)}(\bar{z}, \tau) \sin(\lambda_n x);$$

$$\sigma_{11}^{(i)}(x, z, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_{11n}^{(i)}(z, \tau) \sin(\lambda_n x);$$

$$\sigma_{13}^{(i)}(x, z, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_{13n}^{(i)}(z, \tau) \cos(\lambda_n x); \quad (17)$$

$$\sigma_{33}^{(i)}(x, z, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_{33n}^{(i)}(\bar{z}, \tau) \sin(\lambda_n x)$$

ở đây: $i = 1, 2$.

Thế (15) vào (11) ta nhận được:

$$\frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial z^2} + \kappa_1^2(\omega^2) \varphi_n = 0, \kappa_1(\omega^2) = \sqrt{k_1^2 - \lambda_n^2}$$

$$\frac{\partial^2 \psi_n}{\partial z^2} + \kappa_2^2(\omega^2) \psi_n = 0, \kappa_2(\omega^2) = \sqrt{k_2^2 - \lambda_n^2} \quad (18)$$

Phương trình (18) được viết lại như sau:

$$\frac{\partial^2 \varphi_n^{(i)}}{\partial z^2} + \text{sign}(k_1 - \lambda_n) \kappa_{1n}^2(\omega^2) \varphi_n^{(i)} = 0;$$

$$\frac{\partial^2 \psi_n^{(i)}}{\partial z^2} + \text{sign}(k_2 - \lambda_n) \kappa_{2n}^2(\omega^2) \psi_n^{(i)} = 0 \quad (19)$$

trong đó: $i = 1, 2$.

3. GIẢI BÀI TOÁN VỀ SỰ TƯƠNG TÁC CỦA SÓNG ĐIỀU HÒA VỚI TẤM ĐỒNG NHẤT TRONG MÔI TRƯỜNG ĐẤT

Để giải phương trình (19) sử dụng điều kiện bức xạ Sommerfeld [1]:

- Trong môi trường 1 khi $z \rightarrow -\infty$:

$$\frac{\partial^2 \varphi_n^{(1)}}{\partial z^2} + \text{sign}(k_1 - \lambda_n) \kappa_{1n}^2(\omega^2) \varphi_n^{(1)} = o\left(\frac{1}{\sqrt{-z}}\right), z \rightarrow -\infty$$

$$\frac{\partial^2 \psi_n^{(1)}}{\partial z^2} + \text{sign}(k_2 - \lambda_n) \kappa_{2n}^2(\omega^2) \psi_n^{(1)} = o\left(\frac{1}{\sqrt{-z}}\right), z \rightarrow -\infty \quad (20)$$

- Trong môi trường 2 khi $z \rightarrow +\infty$:

$$\frac{\partial^2 \varphi_n^{(1)}}{\partial z^2} + \text{sign}(k_1 - \lambda_n) \kappa_{1n}^2(\omega^2) \varphi_n^{(1)} = o\left(\frac{1}{\sqrt{z}}\right), z \rightarrow +\infty$$

$$\frac{\partial^2 \psi_n^{(1)}}{\partial z^2} + \text{sign}(k_2 - \lambda_n) \kappa_{2n}^2(\omega^2) \psi_n^{(1)} = o\left(\frac{1}{\sqrt{z}}\right), z \rightarrow +\infty \quad (21)$$

Nghiệm tổng quát của (19), thỏa mãn điều kiện bức xạ Sommerfeld (20-21), có dạng:

$$\varphi_n^{(1)}(z, \omega) = C_{11n}(\omega) \left[e^{i\kappa_{1n}(\omega^2)z} H(k_1 - \lambda_n) + e^{\kappa_{1n}(\omega^2)z} H(\lambda_n - k_1) \right]$$

$$\psi_n^{(1)}(z, \omega) = C_{21n}(\omega) \left[e^{i\kappa_{2n}(\omega^2)z} H(k_2 - \lambda_n) + e^{\kappa_{2n}(\omega^2)z} H(\lambda_n - k_2) \right] \quad (22)$$

$$\varphi_n^{(2)}(z, \omega) = C_{12n}(\omega) \left[e^{-i\kappa_{1n}(\omega^2)z} H(k_1 - \lambda_n) + e^{-\kappa_{1n}(\omega^2)z} H(\lambda_n - k_1) \right]$$

$$\psi_n^{(2)}(z, \omega) = C_{22n}(\omega) \left[e^{-i\kappa_{2n}(\omega^2)z} H(k_2 - \lambda_n) + e^{-\kappa_{2n}(\omega^2)z} H(\lambda_n - k_2) \right]$$

trong đó, $C_{11n}(\omega)$, $C_{12n}(\omega)$, $C_{21n}(\omega)$, $C_{22n}(\omega)$ là các hệ số tích phân, $H(x)$ là hàm Heaviside.

Từ công thức (8) - (12) ta có:

$$u_n^{(i)} = \lambda_n \varphi_n^{(i)} - \frac{\partial \psi_n^{(i)}}{\partial z}, w_n^{(i)} = \frac{\partial \varphi_n^{(i)}}{\partial z} - \lambda_n \psi_n^{(i)} \quad (23)$$

$$\varepsilon_{11n}^{(i)} = -\lambda_n u_n^{(i)}, \varepsilon_{33n}^{(i)} = \frac{\partial w_n^{(i)}}{\partial z},$$

$$\theta_n^{(i)} = \varepsilon_{11n}^{(i)} + \varepsilon_{33n}^{(i)} = -\lambda_n u_n^{(i)} + \frac{\partial w_n^{(i)}}{\partial z}, \quad (24)$$

$$\varepsilon_{31n}^{(i)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_n^{(i)}}{\partial z} + \lambda_n w_n^{(i)} \right)$$

$$\sigma_{11n}^{(i)} = \lambda \theta_n^{(i)} + 2\mu \varepsilon_{11n}^{(i)}, \sigma_{33n}^{(i)} = \lambda \theta_n^{(i)} + 2\mu \varepsilon_{33n}^{(i)}, \sigma_{13n}^{(i)} = 2\mu \varepsilon_{13n}^{(i)} \quad (25)$$

Các điều kiện biên liên quan đến việc xác định các hệ số tích phân của chuỗi trong phương trình (22) như sau [6-8]:

$$\sigma_{13n}^{(1)} \Big|_{z=0} = \sigma_{13n}^{(2)} \Big|_{z=0} = 0 \quad (26)$$

$$p_1 = \left(-\sigma_{33n}^{(1)} + \sigma_{33n}^{(2)} \right) \Big|_{z=0}, p_2 = -\sigma_{33n}^{(2)} \Big|_{z=0};$$

$$\left(w_n^{(1)} + w_n^{(2)} \right) \Big|_{z=0} = w_n^{(2)} \Big|_{z=0} = \frac{p_1 + p_2}{(-\omega^2 \rho_{II} h + D \lambda_n^4)} \quad (27)$$

Từ (22) - (25) và các điều kiện (26) ta xác định được các hệ số tích phân:

$$C_{21n}(\omega) = S_n(\omega)C_{11n}(\omega), C_{22n}(\omega) = -S_n(\omega)C_{12n}(\omega) \quad (28)$$

$$\text{Trong đó: } S_n(\omega) = \frac{\varepsilon_1(k_j, \lambda_n) 4\mu\lambda_n \kappa_{1n}(\omega^2)}{(-2\mu\kappa_{2n}^2(\omega^2) + 2\mu\lambda_n^2)}$$

$$\varepsilon_1(k_j, \lambda_n) = \begin{cases} 1 & \text{khi } \lambda_n > k_j \\ i & \text{khi } \lambda_n < k_j \end{cases}$$

Từ điều kiện biên (27) ta xác định được hệ phương trình:

$$C_{12n}(\omega) - C_{11n}(\omega) = QI(\lambda_n^2, \omega^2) w_{*n} \Big|_{z=0} \quad (29)$$

$$a(\lambda_n, \omega) C_{12n}(\omega) - b(\lambda_n, \omega) C_{11n}(\omega) = (-2\mu\kappa_{2n}^2(\omega^2) + 2\mu\lambda_n^2) \sigma_{33*n} \Big|_{z=0} \quad (30)$$

Trong đó:

$$QI(\lambda_n^2, \omega^2) = \frac{[-2\mu\kappa_{2n}^2(\omega^2) + 2\mu\lambda_n^2]}{2\varepsilon_1(k_j, \lambda_n) \mu\kappa_{2n}^2(\omega^2) \kappa_{1n}^2(\omega^2) + 2\varepsilon_1(k_j, \lambda_n) \mu\lambda_n^2 \kappa_{1n}(\omega^2)}$$

$$a(\lambda_n, \omega) = (-\omega^2 \rho_{11} h + D\lambda_n^4) (2\varepsilon_1(k_j, \lambda_n) \mu\kappa_{2n}^2(\omega^2) \kappa_{1n}^2(\omega^2) + 2\varepsilon_1(k_j, \lambda_n) \mu\lambda_n^2 \kappa_{1n}(\omega^2)) - \lambda_n^2 (-2\mu\kappa_{2n}^2(\omega^2) + 2\mu\lambda_n^2) + (-2\mu\kappa_{2n}^2(\omega^2) + 2\mu\lambda_n^2) (\lambda + 2\mu) \kappa_{1n}^2(\omega^2) - 8\mu^2 \lambda_n^2 \kappa_{1n}(\omega^2) \kappa_{2n}(\omega^2)$$

$$b(\lambda_n, \omega) = -\lambda_n^2 (-2\mu\kappa_{2n}^2(\omega^2) + 2\mu\lambda_n^2) + (-2\mu\kappa_{2n}^2(\omega^2) + 2\mu\lambda_n^2) (\lambda + 2\mu) \kappa_{1n}^2(\omega^2) - 8\mu^2 \lambda_n^2 \kappa_{1n}(\omega^2) \kappa_{2n}(\omega^2)$$

Đối với bài toán sóng tới là sóng phẳng điều hòa ta xác định được các giá trị chuyển vị và ứng suất.

$$w_{*n} = \frac{2ik_1 p_*}{\rho\omega^2} e^{-ik_1 z} \int_0^1 \sin(\lambda_n x) dx = \frac{2ik_1 p_*}{\rho\omega^2 \lambda_n} e^{-ik_1 z} \cos \lambda_n x \Big|_0^1 = \frac{2ip_*}{\rho\omega^2 c_1 \pi n} e^{-ik_1 z} [1 - (-1)^n] \quad (31)$$

$$\sigma_{33*n} = \frac{2p_*}{l} e^{-ik_1 z} \int_0^1 \sigma_{33*} \sin(\lambda_n x) dx = \frac{2p_*}{\pi n} e^{-ik_1 z} [1 - (-1)^n]$$

Thế (31) vào (29) và (30) giải hệ phương trình ta xác định được các hằng số tích phân $C_{11n}(\omega)$, $C_{12n}(\omega)$:

$$C_{11n}(\omega) = \frac{D_{1n}(\lambda_n, \omega)}{D_n(\lambda_n, \omega)}, C_{12n}(\omega) = -\frac{D_{2n}(\lambda_n, \omega)}{D_n(\lambda_n, \omega)} \quad (32)$$

Trong đó:

$$D_n(\lambda_n, \omega) = a_n(\lambda_n, \omega) - b_n(\lambda_n, \omega);$$

$$D_{1n}(\lambda_n, \omega) = Q_1(\lambda_n^2, \omega^2) a(\lambda_n, \omega) \frac{2ip_*}{\rho\omega c_1 \pi n} [1 - (-1)^n] - [-2\mu\kappa_{2n}^2(\omega^2) + 2\mu\lambda_n^2] \frac{2p_*}{\pi n} [1 - (-1)^n]; \quad (33)$$

$$D_{2n}(\lambda_n, \omega) = Q_1(\lambda_n^2, \omega^2) b(\lambda_n, \omega) \frac{2ip_*}{\rho\omega c_1 \pi n} [1 - (-1)^n] - [-2\mu\kappa_{2n}^2(\omega^2) + 2\mu\lambda_n^2] \frac{2p_*}{\pi n} [1 - (-1)^n]$$

Từ (32), (33) ta xác định được chuyển vị của tấm trong môi trường (2):

$$w_n^{(2)}(z, \omega) = \frac{D_{2n}(\lambda_n, \omega)}{D_n(\lambda_n, \omega)} \kappa_{1n}(\omega^2) \left[\frac{ie^{-ik_{1n}(\omega^2)z} H(k_1 - \lambda_n)}{+e^{-k_{1n}(\omega^2)z} H(\lambda_n - k_1)} \right] + \lambda_n \frac{D_{2n}(\lambda_n, \omega)}{D_n(\lambda_n, \omega)} \frac{\varepsilon_1(k_j, \lambda_n) 4\mu\lambda_n \kappa_{1n}(\omega^2)}{(-2\mu\kappa_{2n}^2(\omega^2) + 2\mu\lambda_n^2)} \left[\frac{e^{-ik_{2n}(\omega^2)z} H(k_2 - \lambda_n)}{+e^{-k_{2n}(\omega^2)z} H(\lambda_n - k_2)} \right] \quad (34)$$

Chuyển vị của tấm trong môi trường (1):

$$w_n^{(1)}(z, \omega) = \frac{D_{1n}(\lambda_n, \omega)}{D_n(\lambda_n, \omega)} \kappa_{1n}(\omega^2) \left[\frac{ie^{ik_{1n}(\omega^2)z} H(k_1 - \lambda_n)}{+e^{k_{1n}(\omega^2)z} H(\lambda_n - k_1)} \right] - \lambda_n \frac{D_{1n}(\lambda_n, \omega)}{D_n(\lambda_n, \omega)} \frac{\varepsilon_1(k_j, \lambda_n) 4\mu\lambda_n \kappa_{1n}(\omega^2)}{(-2\mu\kappa_{2n}^2(\omega^2) + 2\mu\lambda_n^2)} \left[\frac{e^{ik_{2n}(\omega^2)z} H(k_2 - \lambda_n)}{+e^{k_{2n}(\omega^2)z} H(\lambda_n - k_2)} \right] \quad (35)$$

Ứng suất của tấm trong môi trường (1):

$$\sigma_{33}^{(1)} = -\lambda \frac{D_{1n}(\lambda_n, \omega)}{D_n(\lambda_n, \omega)} \lambda_n^2 \left[e^{ik_{1n}(\omega^2)z} H(k_1 - \lambda_n) + e^{k_{1n}(\omega^2)z} H(\lambda_n - k_1) \right] + (\lambda + 2\mu) \frac{D_{1n}(\lambda_n, \omega)}{D_n(\lambda_n, \omega)} \kappa_{1n}^2(\omega^2) \left[\frac{-e^{ik_{1n}(\omega^2)z} H(k_1 - \lambda_n)}{+e^{k_{1n}(\omega^2)z} H(\lambda_n - k_1)} \right] \quad (36)$$

$$-2\mu \frac{D_{1n}(\lambda_n, \omega)}{D_n(\lambda_n, \omega)} \frac{\varepsilon_1(k_j, \lambda_n) 4\mu\lambda_n \kappa_{1n}(\omega^2)}{(-2\mu\kappa_{2n}^2(\omega^2) + 2\mu\lambda_n^2)} \lambda_n \kappa_{2n}(\omega^2) \left[\frac{ie^{ik_{2n}(\omega^2)z} H(k_2 - \lambda_n)}{+e^{k_{2n}(\omega^2)z} H(\lambda_n - k_2)} \right]$$

Ứng suất của tấm trong môi trường (2):

$$\sigma_{33}^{(2)} = \lambda \frac{D_{2n}(\lambda_n, \omega)}{D_n(\lambda_n, \omega)} \lambda_n^2 \left[e^{-ik_{1n}(\omega^2)z} H(k_1 - \lambda_n) + e^{-k_{1n}(\omega^2)z} H(\lambda_n - k_1) \right] - (\lambda + 2\mu) \frac{D_{2n}(\lambda_n, \omega)}{D_n(\lambda_n, \omega)} \kappa_{1n}^2(\omega^2) \left[\frac{e^{-ik_{1n}(\omega^2)z} H(k_1 - \lambda_n)}{+e^{-k_{1n}(\omega^2)z} H(\lambda_n - k_1)} \right] \quad (37)$$

$$+ 2\mu \frac{D_{2n}(\lambda_n, \omega)}{D_n(\lambda_n, \omega)} \frac{\varepsilon_1(k_j, \lambda_n) 4\mu\lambda_n \kappa_{1n}(\omega^2)}{(-2\mu\kappa_{2n}^2(\omega^2) + 2\mu\lambda_n^2)} \lambda_n \kappa_{2n}(\omega^2) \left[\frac{ie^{-ik_{2n}(\omega^2)z} H(k_2 - \lambda_n)}{+e^{-k_{2n}(\omega^2)z} H(\lambda_n - k_2)} \right]$$

Từ (6) chuyển vị của tấm được xác định:

$$w_n(z, \omega) = \frac{\sigma_{33}^{(1)} + \sigma_{33}^{(*)} - \sigma_{33}^{(2)}}{(-\omega^2 \rho_{11} h + D\lambda_n^4)} \quad (38)$$

Từ (13) ta có chuyển vị của tấm biểu diễn theo chuỗi lượng giác:

$$w(z, x, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} w_n(z, \omega) \sin(\lambda_n x) \quad (39)$$

Để đánh giá tính chất hấp thụ rung động của tấm, hệ số hấp thụ dao động của vật cản được tính toán là một hàm của tần số ω và tọa độ không gian x , khi η càng lớn cho thấy khả năng hấp thụ dao động của vật cản càng kém [2].

$$\eta = \left| \frac{p_2}{p^*} \right|_{z=0} \quad (40)$$

4. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

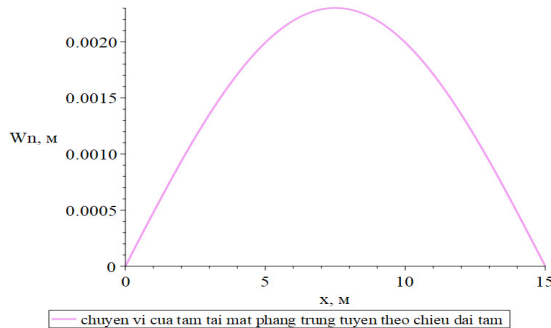
Để tính toán sự tương tác của sóng điều hòa phẳng với tấm vật cản đồng nhất trong môi trường đất chúng ta sử dụng các thông số của đất và vật cản như sau:

- Các thông số môi trường đất: Mật độ $\rho_{gr} = 1600 \text{kg/m}^3$; mô đun đàn hồi $E_{gr} = 10^9 \text{kG/m}^2$; hệ số Poisson $\nu = 0,29$.

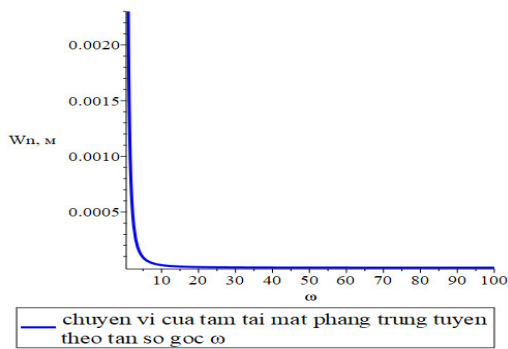
- Các thông số của tấm thép (Kirchhoff- Love): Chiều dài $L = 15 \text{m}$; bề dày $h = 70 \text{mm} = 0,07 \text{m}$; vật liệu 12X18H10T: $E = 180000 \text{MPa} = 18 \cdot 10^9 \text{kG/m}^2$, $\rho = 7900 \text{kg/m}^3$, $\nu = 0,29$

4.1. Kết quả

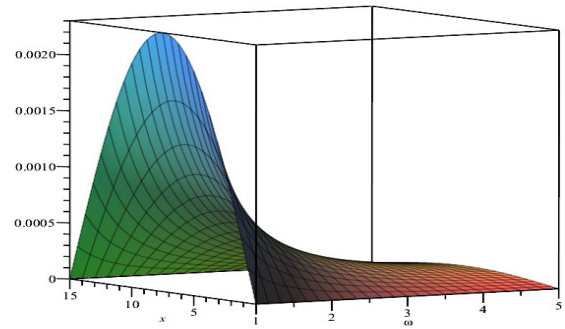
- Chuyển vị của tấm trong môi trường (2):



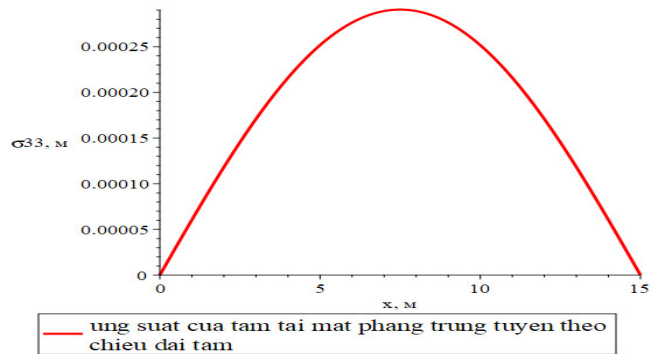
Hình 4. Chuyển vị của mặt phẳng trung tuyến của tấm ($z = 0$) theo chiều dài x khi $\omega = 1$



Hình 5. Chuyển vị của mặt phẳng trung tuyến của tấm ($z = 0$) tại $x = 7,5 \text{m}$ theo tần số góc " ω "

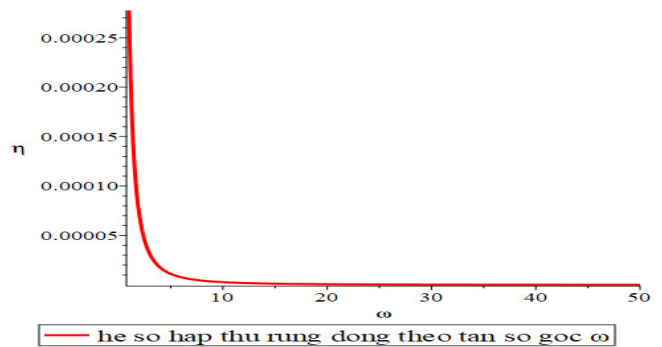


Hình 6. Mô hình 3D chuyển vị của tấm theo chiều dài và theo tần số góc " ω " - Ứng suất của tấm thép trong môi trường (2):

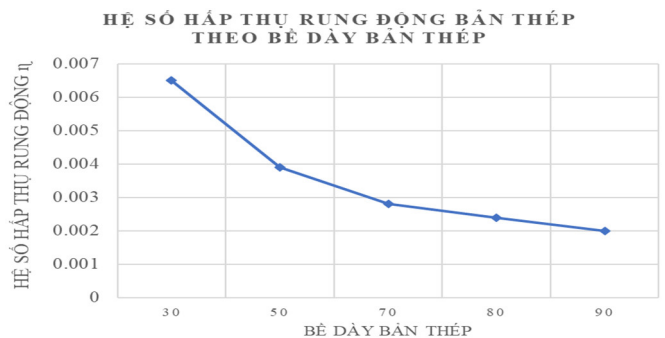


Hình 7. Ứng suất của mặt phẳng trung tuyến của tấm ($z = 0$) theo chiều dài tấm x

- Khả năng hấp thụ rung động của tấm thép trong môi trường đất:



Hình 8. Hệ số hấp thụ rung động của tấm theo tần số góc " ω " bề dày bản thép $h = 0,07 \text{m}$



Hình 9. Hệ số hấp thụ rung động của tấm khi tần số góc " $\omega = 1$ " và theo chiều dày bản thép

4.2. Thảo luận kết quả

Từ kết quả thu được ở hình 4, 5 và 6, ta thấy rằng khi tần số góc ω càng lớn chuyển vị tại mặt phẳng trung tuyến của tấm càng giảm. Điều này phù hợp với thực tế, khi vận tốc truyền sóng trong môi trường đàn hồi không đổi, tần số góc ω càng lớn, tần số dao động $f = \omega / 2\pi$ càng lớn. Do vậy bước sóng $\lambda = c_1/f$ càng nhỏ. Tác động của sóng tới vật cản theo bước sóng càng nhỏ, do vậy chuyển vị tại mặt phẳng trung tuyến của tấm càng giảm.

Hình 6, 7 là kết quả tính toán hệ số hấp thụ rung động của tấm thép theo tần số góc ω và theo chiều dày bản thép. Khi sóng truyền qua vật cản (bản thép) sóng sẽ bị hấp thụ năng lượng, hấp thụ đạo động, khả năng hấp thụ rung động của sóng phụ thuộc vào tần số góc và chiều dày vật cản. Khi tần số góc càng lớn, chuyển vị của tấm tại mặt phẳng trung tuyến của tấm càng giảm hệ số hấp thụ rung động của tấm thép càng giảm, khả năng hấp thụ rung động của tấm càng tốt. Bề dày tấm thép cũng ảnh hưởng rất lớn đến khả năng hấp thụ rung động của tấm thép. Khi tấm thép có bề dày càng lớn, hệ số hấp thụ rung động của tấm thép càng giảm do vậy khả năng hấp thụ rung động càng tốt, nhưng điều đó dẫn đến tốn kém vật liệu chế tạo, tốn kém về kinh tế. Trên cơ sở đó chúng ta có thể đưa ra được phương án kết cấu bản thép hợp lý đảm bảo về mặt kinh tế, đảm bảo khả năng hấp thụ rung động trong phạm vi cho phép.

5. KẾT LUẬN

Bài báo đã trình bày được phương pháp giải tích để xác định chuyển vị và hệ số hấp thụ rung động của tấm thép dưới tác dụng của sóng điều hòa phẳng trong môi trường đất đàn hồi. Qua bài toán về sự tương tác giữa sóng điều hòa phẳng với vật cản đồng nhất trong môi trường đất đàn hồi là bài toán với nguồn sóng đơn giản phổ biến trong cuộc sống. Chúng ta cũng có thể đưa ra các giải pháp để hấp thụ các nguồn sóng khác nhau, đó là các nguồn sóng xung kích, sóng cường bức, đặc biệt là giải pháp để bảo vệ các công trình trước những nguồn sóng lớn như động đất hoặc các dư chấn của nó. Kết quả nghiên cứu của bài báo sẽ là tài liệu tham khảo có giá trị cho các nghiên cứu trong tương lai liên quan tới kết cấu công trình ngầm để ứng dụng trong thực tế kỹ thuật.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Gorshkov A. G., Medvedsky A. L., Rabinsky L. N., Tarlakovskiy D.V., *Waves in continuous media*. M.: FIZMATLIT, 472p, 2004.
- [2]. Lokteva N. A., Ivanov S. I., "Noise-absorbing properties of a homogeneous plate with arbitrary boundary conditions under the influence of

a plane harmonic wave in an acoustic environment," in *Proceedings of MAI*, 117, 2021.

- [3]. Dmitry Olegovich Serdyuk *Study of the soundproofing properties of a three-layer plate*. Dissertation for the scientific degree of Candidate of Technical Science, 2016.

- [4]. Nguyen Duong Phung, *Study of vibration-absorbing properties of a plate under the influence of non-stationary waves of various types*. Dissertation for the scientific degree of Candidate of Technical Sciences, 2022.

- [5]. Igumnov L., Tarlakovskii D. V., Lokteva N. A., Phung N. D., "Interaction of harmonic waves of different types with the three-layer plate placed in the soil," *Advanced Structured Materials*, 137, 111-124, 2021.

- [6]. Vo Van Dai, Lokteva N. A., "Interaction of an obstacle with a flat harmonic free-float in the ground under various boundary conditions," in *Collection of proceedings of the 12th All-Russian scientific conference with international participation*, Moscow, 448-467, November 15 - 17, 2022. ISBN 978-5-00227-145-0..

- [7]. Vo Van Dai, Lokteva N. A., "Stationary problem of the interaction of an elastic medium and a homogeneous plate in it under various boundary conditions," in *Collection of proceedings of the 13th All-Russian scientific conference with international participation*, Moscow, 106-112, November 14 - 16, 2023. ISBN 978-5-00227-145-0..

- [8]. N. A. Lokteva, Vo Van Dai, "Stationary interaction of a plane wave with a vibration-absorbing screen in the ground with various methods of its fastening," *STIN*, 2, 11-14, 2024. ISSN 0869-7566.

- [9]. L. T. Tuan, N. T. Dung, D. Van Thom, P. Van Minh, A. M. Zenkour, "Propagation of non-stationary kinematic disturbances from a spherical cavity in the pseudo-elastic Cosserat medium," *Eur. Phys. J. Plus*, 136, 12, 2021. doi: 10.1140/epjp/s13360-021-02191-4.

- [10]. L. T. Tuan, N. Van Dung, P. Van Minh, B. D. Tan, D. Van Thom, A. M. Zenkour, "Analysis of the Stress-Strain State of the Elastic Moment Medium When a Spherical Cavity Diffracts the Wave," *J. Vib. Eng. Technol.*, 12, 3, 4829-4844, 2024. doi: 10.1007/s42417-023-01155-5.

AUTHORS INFORMATION

Vo Van Dai^{1,3}, Natalia Alexandrovna Lokteva^{1,2}, Nguyen Minh Tuan³, Nguyen Duong Phung³, Nguyen Thi Cam Nhung⁴

¹Department of Resistance of Materials Dynamics and Strength of Machines, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation

²Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation

³Institute of Technology, Vietnam Defence Industry, Vietnam

⁴Faculty of Mechanical Engineering, Military Technical Academy, Vietnam