

# XÁC ĐỊNH BAO VÙNG LÀM VIỆC CỦA ROBOT BẰNG PHƯƠNG PHÁP CẮT LỚP TRÊN CƠ SỞ BÀI TOÁN NGƯỢC ĐỘNG HỌC

DETERMINING ROBOT'S WORKING AREA USING LAYER CUTTING METHOD ON THE BASIS OF INVERSE KINEMATIC PROBLEM

Lê Hữu Hùng<sup>1,\*</sup>, Nguyễn Thị Trang Nhung<sup>2</sup>,  
Nguyễn Thành Công<sup>3</sup>

DOI: <http://doi.org/10.57001/huinh5804.2024.127>

## TÓM TẮT

Nghiên cứu này trình bày một phương pháp số tìm vùng làm việc của robot công nghiệp bằng phương pháp số. Robot công nghiệp có các tham số kỹ thuật cơ bản đặc trưng như bậc tự do, vùng làm việc, độ chính xác, sức nâng, tầm với, ... Trong đó vùng làm việc với các thông tin như là hệ số MTI (Motion Transmission Index) hình dáng và thể tích vùng làm việc, vị trí lỗ trống, ... là các thông tin quan trọng mà kỹ sư điều khiển cần nắm chắc để vận hành hiệu quả. Có nhiều phương pháp để bóc lộ thông tin vùng làm việc và không quá khó với các robot đơn giản có lời giải dưới dạng giải tích nhưng lại rất phức tạp với các robot chỉ có lời giải số. Phương pháp mà chúng tôi sử dụng ở đây là phương pháp cắt lớp vùng làm việc tìm bao bằng thuật toán General Reduce Gradient (GRG). Phương pháp này có ưu điểm là áp dụng được cho mọi loại robot. Nó cũng xác định được lỗ trống trong vùng khảo sát và hỗ trợ đắc lực cho việc xác định hệ số truyền công suất MTI về sau.

**Từ khóa:** Vùng làm việc, robot, GRG, bài toán động học, cắt lớp, phương pháp số.

## ABSTRACT

This study presents a numerical method to find the working area of industrial robots using numerical methods. Industrial robots have basic technical parameters such as degrees of freedom, working area, accuracy, lifting capacity, reach, etc. The working area has important information such as MTI coefficient (Motion Transmission Index), shape and volume of the working area, hole position, etc. that control engineers need to hold steadily for effective operation. There are several methods to reveal working area information and it is not too difficult for simple robots with analytical solutions but very complicated for robots with only numerical solutions. The method we use in this research is slicing the working area to find the border using the GRG algorithm. This method can be applicable to all types of robots. In addition, it also identifies the gaps in the survey area and effectively supports the determination of the later MTI power transmission coefficient.

**Keywords:** Work area, robot, GRG, kinematics problem, section, digital method.

<sup>1</sup>Trường Cao đẳng Công nghệ và Thương mại

<sup>2</sup>Trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp - Đại học Thái Nguyên

<sup>3</sup>Lớp cao học cơ khí K5, Trường Đại học Kinh tế - Công nghệ Thái Nguyên

\*Email: lehuuhungtn@gmail.com

Ngày nhận bài: 01/3/2024

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 05/4/2024

Ngày chấp nhận đăng: 25/4/2024

## 1. GIỚI THIỆU

Vùng làm việc được định nghĩa có hai loại là vùng với tới của tay máy hoặc vùng với tới và định hướng được dụng cụ. Tuy nhiên ở giai đoạn thiết kế các tay máy vạn năng, vì không gắn với các tác vụ cụ thể nên người ta chỉ lấy yếu tố với tới thay vì cả định hướng của tay máy. Liên quan đến vùng làm việc của tay máy nó cấu thành bởi nhiều thành phần, cụ thể là bao vùng làm việc hay biên giới phía ngoài của vùng, các lỗ trống là những không gian nằm trong bao nhưng robot không với tới và các điểm kỳ dị là các lỗ trống với kích thước bằng một điểm. Liên quan đến bài toán này còn phải quan tâm thêm hệ số truyền dẫn hay khả năng truyền công suất (Motion transmission Index - MTI) từ khâu dẫn đến các điểm cụ thể trong vùng làm việc. Khác với bài toán tìm vùng làm việc đơn thuần là bài toán động học, không thể xác định MTI, bài toán tìm hệ số MTI là bài toán động lực, nó có thể xác định cả vùng làm việc và phân vùng hệ số MTI đồng thời.

Trong đánh giá hiệu suất, tham số được sử dụng nhiều nhất là ma trận Jacobian, là ma trận ánh xạ vận tốc của bộ phận tác động cuối vào vectơ tốc độ khớp được kích hoạt. Sử dụng ma trận, một số chỉ số hiệu suất, chẳng hạn như số điều kiện [3, 4, 9] của ma trận Jacobian được gọi là chỉ số điều hòa cục bộ (LCI) và chỉ số điều hòa toàn cầu (GCI) [7], đã được phát triển rộng rãi và áp dụng để đánh giá hiệu suất của các bộ điều khiển song song. Tuy nhiên, một nghiên cứu gần đây [7] nhận thấy sự mâu thuẫn nghiêm trọng khi các chỉ số này được áp dụng trong thiết kế tối ưu của các tay máy song song có bậc tự do tịnh tiến và quay (DOF) kết hợp. Nghiên cứu kết luận rằng không nên sử dụng các chỉ số này trong các bộ

điều khiển song song với các loại DOF hỗn hợp (dịch chuyển và quay). Gần đây nhất, Wang và cộng sự nhận thấy rằng LCI cũng bị lỗi khi áp dụng cho bộ điều khiển song song phẳng chỉ có DOF tịnh tiến.

Như đã biết, số điều kiện của ma trận Jacobian lần đầu tiên được giới thiệu để sử dụng trong lĩnh vực robot nối tiếp. Ngay từ đầu, khái niệm này đã được mở rộng trực tiếp sang lĩnh vực tay máy song song. LCI được đề xuất để đánh giá sự khéo léo và sự gắn gũi của một tư thế với một điểm kỳ dị [3, 4] của robot (hoặc người thao tác). Tuy nhiên, không thể đưa ra một giá trị LCI xác định để cho biết nó có ý nghĩa bao xa so với điểm kỳ dị. Nói chung, không thể xác định khoảng cách toán học đến điểm kỳ dị đối với một tay máy song song. Ngoài ra, giống như ma trận Jacobian, giá trị LCI phụ thuộc vào tọa độ khung; giá trị của nó sẽ thay đổi tương ứng khi khung thay đổi. Điều này gây khó khăn cho việc phân tích và thiết kế bộ điều khiển.

Với mục đích xác định bao vùng làm việc, trong bài báo này trình bày sâu về phương pháp cắt lớp, thuật toán này cũng cho thấy khả năng nhận diện lỗ trống và điểm kỳ dị [6], tuy nhiên nó không xác định được các hệ số MTI, LCI hay GCI như các phương pháp đã nói ở trên. Tuy nhiên thế mạnh của nó là có thể áp dụng cho mọi robot kể cả robot song song hay các robot chỉ có lời giải số cho bài toán động học [1, 2].

**2. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU**

Trong phần này, nhóm tác giả sẽ làm rõ các khái niệm căn bản làm xuất phát điểm cho các nghiên cứu tiếp theo. Các khái niệm bao gồm kỹ thuật cắt lớp vùng làm việc, kỹ thuật xác định điểm thuộc bao vùng làm việc khi tìm kiếm theo hướng xác định, kỹ thuật giải số bài toán động học ngược bằng phương pháp GRG, kỹ thuật tái tạo đường bao trên mặt cắt và tái tạo toàn bộ bao vùng làm việc trong không gian.

Phần chính của nghiên cứu này là dựa vào kết quả bài toán ngược động học để chỉ ra hình dạng và kích thước vùng làm việc của robot bất kỳ cùng với các điểm hay các vùng kỳ dị phía trong của nó nếu có.

Việc làm rõ các quan hệ này được minh họa bằng cách áp dụng cho một robot chuỗi có 6 bậc tự do cùng với toàn bộ lời giải số đã chuyển sang đồ họa.

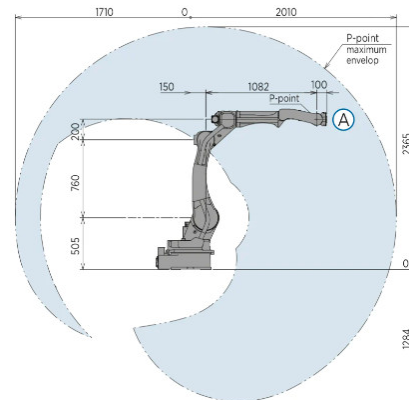
**2.1. Khái niệm liên quan**

**2.1.1. Vùng làm việc, lớp cắt và đường bao của nó**

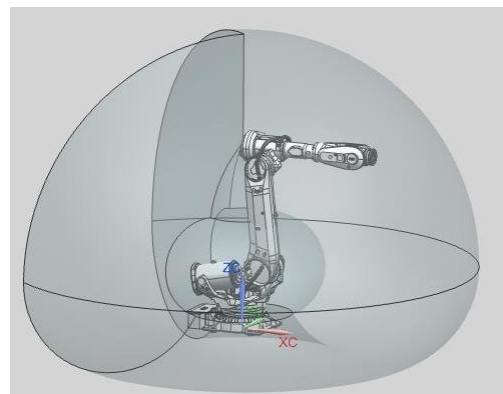
Vùng làm việc trong nghiên cứu này là vùng mà TCP (tool center point) có thể với tới được, hay nói cách khác bài toán động học ngược của robot giải tại điểm đó phải có nghiệm. Vùng làm việc là một không gian đặc trưng bởi hình dáng và thể tích của nó, có thể là một miền duy nhất nhưng cũng có thể gồm nhiều miền trong hoặc ngoài nhau. Vùng làm việc là thông số kỹ thuật luôn được thể hiện trong catalog của thiết bị bởi nhà sản xuất, tuy nhiên dữ liệu này chỉ là dạng 2 chiều (2D). Trong khi người kỹ sư khi vận hành cần một hình dung 3D để đảm bảo rằng robot không di chuyển ra ngoài vùng làm việc hoặc chọn quỹ đạo thao tác rơi vào vùng có

chỉ số MTI lớn nhất nhằm cực đại hoá hiệu suất truyền động cơ khí.

Hình 1 cho thấy một cách biểu diễn vùng làm việc thường thấy trong các catalog do nhà sản xuất cung cấp.



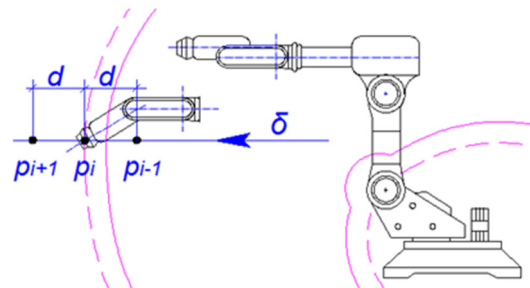
Hình 1a. Vùng làm việc dạng 2D



Hình 1b. Vùng làm việc dạng 3D

Với vùng làm việc như ở hình 1a, hình chiếu đứng của nó trùng với tiết diện đứng và tại đó diện tích cũng như chu vi bao của hình này là cực đại. Có thể quan niệm rằng toàn bộ vùng làm việc bao gồm các lát cắt như vậy chồng lên nhau, nếu các lát cắt này có thể xác định bằng cách tìm ra đường bao của từng lát và định vị trí của chúng chính xác theo hướng quan sát. Lúc này bài toán chuyển về việc tìm các điểm thuộc bao vùng làm việc trên mỗi lát cắt này.

**2.1.2. Thuật toán tìm điểm thuộc bao vùng làm việc**



Hình 2. Các bước tìm kiếm theo đường thẳng

Giả sử tại lát cắt thứ j, tại hướng tìm kiếm  $\delta$  với ba điểm khảo sát liên tiếp là  $p_{i-1}$ ,  $p_i$ ,  $p_{i+1}$  như trên hình 2. Giả sử chia lưới toàn bộ mặt phẳng khảo sát trong đó mắt lưới dạng chữ nhật với  $p_{i+1}$  và  $p_{i-1}$  là hai điểm liên tiếp thuộc cùng một cạnh

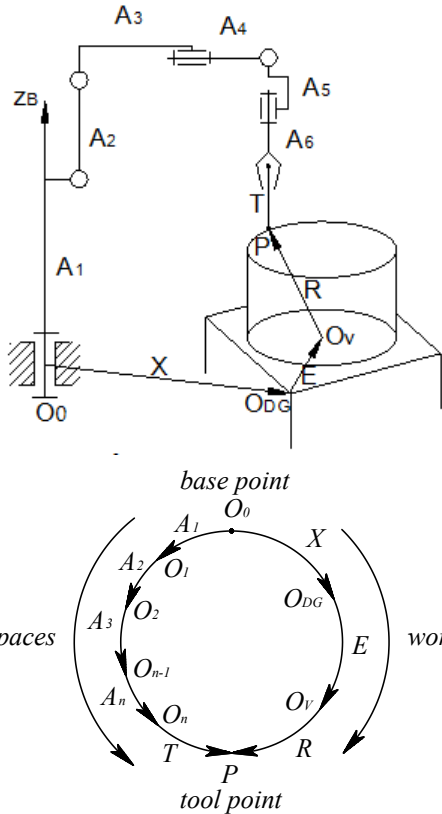
hình vuông. Nếu  $p_{i-1}$  thuộc vùng làm việc thì bài toán động học ngược tại đó phải có nghiệm, tương tự nếu  $p_{i+1}$  không còn thuộc vùng làm việc thì bài toán động học ngược tại đó là vô nghiệm. Có thể tính gần đúng rằng do đoạn  $p_{i-1}p_{i+1}$  đủ nhỏ nên  $p_i$  là trung điểm của đoạn này thuộc bao của vùng làm việc ở mặt phẳng đang khảo sát. Như vậy vấn đề đặt ra là cần có một giải thuật đủ mạnh để giải lặp lại các bài toán ngược cho toàn bộ vùng khảo sát, nội dung này sẽ được trình bày ở mục 2.2.

Toàn bộ chu vi đường bao được hình thành bằng cách nối các điểm  $p_i$  lại với nhau thành một chu tuyến khép kín. Toàn bộ bao không gian của vùng làm việc được hình thành bằng cách xếp các lớp cắt theo đúng định vị của chúng.

**2.2. Phương pháp giải bài toán động học ngược**

**2.2.1 Sự thay đổi kiểu bài toán động học**

Xét lược đồ hình 3 mô tả quan hệ định vị điểm TCP.



Hình 3. Vòng véc tơ hình thành trên robot và vòng véc tơ ảo

Có thể nhận thấy trên nguyên tắc mô hình hóa hai loại robot nói trên, bài toán động học của chúng cuối cùng đều có chung dạng véc tơ:

$$A_1 A_2 \dots A_n \cdot T = X \cdot E \cdot R \tag{1}$$

Hay dạng đồng nhất dưới dạng đại số:

$$\begin{cases} s_x = a_{12} \\ a_x = a_{13} \\ a_y = a_{23} \\ p_x = a_{14} \\ p_y = a_{24} \\ p_z = a_{34} \end{cases} \tag{2}$$

Bài toán nói trên thể hiện dưới hình thức một bài toán tối ưu:

$$\begin{cases} L = f(q_1, q_2, \dots, q_n) \rightarrow \min \\ q_i \in D; \\ i = 1 \div n \end{cases} \tag{3}$$

Đây là bài toán tối ưu, nghiệm của (3) phải là nghiệm của (2) vì vậy hàm mục tiêu được xác định theo (3) có dạng (4):

$$L = (s_x - a_{12})^2 + (a_x - a_{13})^2 + (a_y - a_{23})^2 + (p_x - a_{14})^2 + (p_y - a_{24})^2 + (p_z - a_{34})^2 \tag{4}$$

Bài toán (3) nói trên được xác định chạy ổn định với giải thuật GRG cho độ chính xác rất cao [1], phù hợp các bài toán kỹ thuật quy mô lớn.

**2.2.2. Phương pháp GRG**

Phương pháp GRG [1] được xác định là phù hợp để giải quyết các bài toán dạng (3), nó cho phép xử lý các bài toán tối ưu có đặc điểm phi tuyến, siêu việt với quy mô đến 200 biến.

Xét bài toán lỗi có ràng buộc tuyến tính sau:

$$\begin{aligned} (LC) \quad & \min f(x) \\ & \text{Sao cho } Ax = b, \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{5}$$

Các giả thuyết:

- + f là khả vi và liên tục;
- + Mỗi tập con của m cột của ma trận A cỡ m x n là độc lập tuyến tính;
- + Mỗi điểm cực trị của tập khả thi có ít nhất m phần tử dương (giả thuyết không suy biến).

Hoàn toàn chứng minh được rằng theo giả thuyết không suy biến, mỗi  $x \in \mathcal{F}$  có ít nhất m phần tử dương.

Nếu  $x \in \mathcal{F}$ , gọi một tập gồm m cột B của A là một cơ sở nếu  $x_i > 0$  thì cột i là một cột của B. Chia x thành biến cơ sở  $x_B$  và các biến không cơ sở  $x_N$  sao cho các biến cơ sở  $x_B > 0$  tương ứng với các cột của B. Chú ý rằng  $x_N$  không bắt buộc bằng 0.

Để đơn giản các ký hiệu, giả thiết rằng có thể phân chia ma trận A thành  $A = [B, N]$  và phân chia x cho phù hợp, với  $x^T = [x_B, x_N]^T$ . Do đó ta có thể viết lại  $Ax = b$  thành:

$$Bx_B + Nx_N = b \tag{6}$$

$$\text{Do đó } x_B = B^{-1}b - B^{-1}Nx_N \tag{7}$$

( $B^{-1}$  tồn tại theo giả thuyết)

Với  $x \in \mathcal{F}$ , chúng ta sẽ chọn B là các cột tương ứng với các thành phần lớn nhất m của x.

Các biến cơ sở  $x_B$  bây giờ có thể bị loại bỏ khỏi bài toán (5) để có được bài toán cực tiểu:

$$\begin{aligned} \min f_N(x_N) \\ \text{Sao cho } B^{-1}b - B^{-1}Nx_N \geq 0, \end{aligned} \tag{8}$$

$$x_N \geq 0,$$

Trong đó,  $f_N(x_N) = f(x) = f(B^{-1}b - B^{-1}Nx_N, x_N)$ .

a) Sự khởi tạo

Chọn một điểm bắt đầu  $x^0 \geq 0$  sao cho  $Ax = b$ . Để  $k = 0$

**b) Bước chính**

[1.1] Hình thành B từ những cột của A tương ứng với các thành phần lớn nhất m của  $x^k$ .

Xác định N là các cột còn lại của A, xác định  $x_B$  là các phần tử của  $x^k$  tương ứng với B, và xác định  $x_N$  tương tự.

[1.2] Tính gradient giảm r từ;

[1.3] Tính  $s_N$  từ (2.10) và  $s_B$ . Hình thành  $s^k$  từ  $s_N$  và  $s_B$ .

[1.4] Nếu  $s^k = 0$ , DỪNG LẠI ( $x^k$  là một điểm KKT)

**c) Line search**

[2.1] Tính  $\lambda_{max}$ ;

[2.2] Thực hiện thuật toán line search

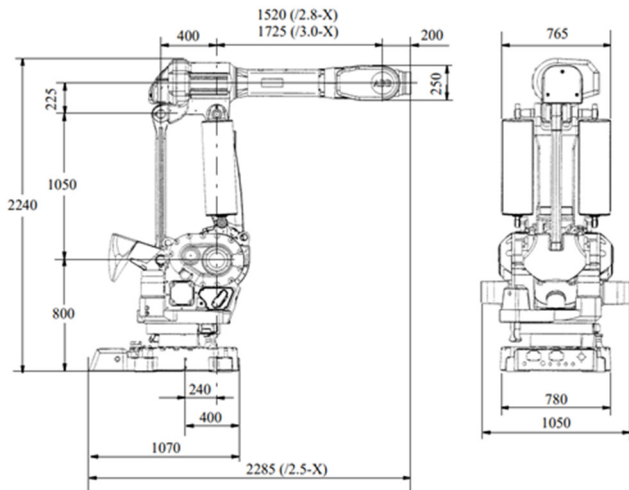
$$\lambda_k = \arg \min_{0 \leq \lambda \leq \lambda_{max}} f(x^k + \lambda s^k). \tag{9}$$

[2.3] Đặt  $x^{k+1} = x^k + \lambda_k s^k$  và thay k bằng k + 1.

[2.4] Lặp lại bước chính.

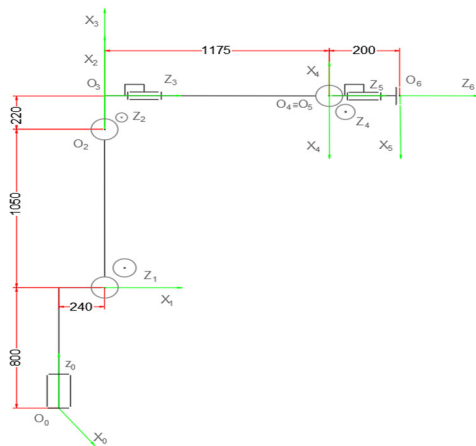
**3. KẾT QUẢ VÀ BÀN LUẬN**

Xét mô hình động học robot IRB 6400R/2.5-120 như hình 4.



Hình 4. Thông số robot IRB 6400R

Từ hình 4 ta có sơ đồ động như hình 5 dạng cấu trúc hồ tương đương.



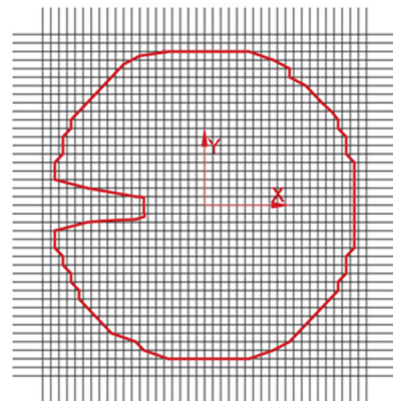
Hình 5. Sơ đồ động của robot IRB 6400R

Thông số kỹ thuật robot dạng sơ đồ cấu trúc trên hình 5 được rút ra từ sơ đồ kết cấu trên hình 4 theo catalog của hãng ABB và tiến hành lập đặt hệ trục tọa độ, xây dựng bảng D-H được tóm tắt lại như trong bảng 1.

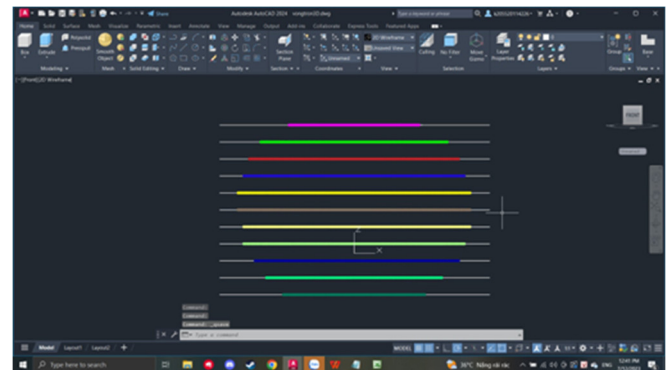
Bảng 1. Bảng thông số D-H của robot

	$R_z, \theta$	$T_z, d$	$T_x, a$	$R_x, \beta$
1	$(a_1)$	800	240	$90^\circ$
2	$(a_2)$	0	1050	$0^\circ$
3	$(a_3)$	0	225	$90^\circ$
4	$(a_4)$	1175	0	$-90^\circ$

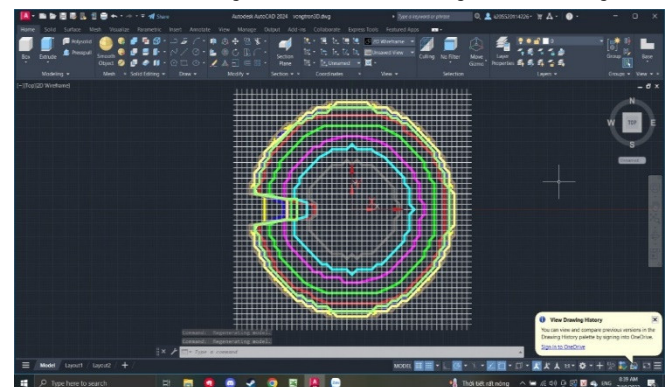
Dựa vào kết quả ta có thể xác định được vùng làm việc của robot. Với điểm ban đầu tại  $x = 2160, y = 0, z = 2000$  đi ngược chiều kim đồng hồ, cỡ mắt sàng là 120mm.



Hình 6. Vùng làm việc của robot dạng cắt lớp 2D

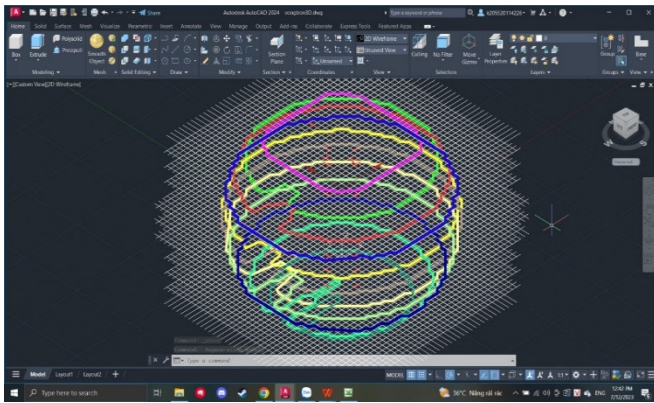


Hình 7. Hình chiếu đứng các lớp cắt khi định vị đúng thứ tự và khoảng cách



Hình 8. Hình chiếu bằng khi định vị các lớp cắt theo đúng thứ tự và khoảng cách





Hình 9. Vùng làm việc dạng cắt lớp sau khi hoàn thiện định vị dạng trực đo

Liên quan đến tính hiệu quả của giải thuật này cần biết rằng dữ liệu khảo sát vùng làm việc theo phương pháp đề xuất có dạng đám mây điểm. Để tự động hoá việc lọc dữ liệu là điều kiện quyết định thành công của giải thuật. Tác giả đã ứng dụng VBA kết hợp với Solver để tự động hoá toàn bộ quá trình này cho kết quả như trên hình 9.

#### 4. KẾT LUẬN

Xuất phát từ nhu cầu hiểu biết chính xác về đặc điểm kỹ thuật của robot bất kỳ phục vụ cho vận hành. Hình dáng và thể tích của vùng làm việc cũng như lỗ trống (hay điểm kỳ dị) là những thuộc tính cần phải biết. Thông qua kết hợp phương pháp cắt lớp vùng làm việc và bài toán động học ngược giải số với GRG tác giả đã tạo ra được dữ liệu chi tiết của vùng làm việc dạng 3D, đây cũng là mục đích của bài báo. Với phương pháp này có thể xác định được vùng làm việc của bất kỳ robot nào mô hình hoá được động học của nó một cách chính xác. Đây là tiền đề để tiếp tục thiết kế quỹ đạo của robot trong không gian công tác với hai mục đích cơ bản, tránh các điểm kỳ dị và ưu tiên các vùng có hệ số MTI (hệ số truyền lực) lớn. Đây là bài toán phải thực hiện khi muốn điều khiển một robot trong không gian công tác của nó, hầu hết các robot phức tạp không có lời giải bài toán động học ngược dưới dạng giải tích nên phương pháp mà bài báo này giới thiệu rất có ích trong trường hợp đó.

Với robot trong bài này là một robot chuỗi nên nó không có các kỳ dị trong vùng làm việc mà chỉ có các điểm kỳ dị biên dưới dạng không với tới. Nó sẽ cần chú trọng nhiều hơn ở các robot song song. Việc giải được bài toán động học ngược với dữ liệu dạng đám mây trong toàn bộ vùng làm việc như ở đây là điều kiện quan trọng để tự động hoá tính toán các hệ số truyền MTI đối với các robot song song.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Pham Thanh Long, "A New Method to Solve the Reverse Kinematic Robot Problem," *ISTS Swisotel Le Concorde*, Bangkok Thailand, 43-46, 2012.
- [2]. Li Wei Guang, Trang Thanh Trung, Pham Thanh Long, "A New Method to Solve the Kinematic Problem of Parallel Robots Using an Equivalent Structure," in *International Conference on Mechatronics and Automation Science (ICMAS 2015)*, Paris, France, 2015.
- [3]. Gosselin C., "Determination of the Works pace of 6-DOF Parallel Manipulators," *ASMEJ. Mech. Des.*, 112, 331-336, 1990.
- [4]. Merlet J. P., "Determination of 6D Workspaces of Gough-Type Parallel Manipulator and Comparison Between Different Geometries," *Int. J. Robot. Res.*, 189, 902-916, 1999.
- [5]. Pernkopf F., Husty M., "Workspace Analysis of Stewart-GoughType Parallel Manipulators," in *Proc. Inst. Mech. Eng., Part C: J. Mech. Eng. Sci.*, 2207, 1019-1032, 2006.
- [6]. Merlet J. P., "Trajectory Verification in the Workspace for Parallel Manipulator," *Int. J. Robot. Res.*, 134, 326-333, 1994.
- [7]. Nguyen Duc Sang, Nguyen Dinh Khiem, "Identifying singular points and their neighbors in the workspace of planar closed-loop mechanisms based on motion transmission index," *Journal of Marine Science and Technology*, 63, 20-24, 2020.
- [8]. N. D. Sang, Y. Takeda, D. Matsuura, Y. Sugahara, "Kinematic Design of Five-bar Parallel Robot by Kinematically Defined Performance Index for Energy Consumption," *EucoMes Mechanisms and Machine Science*, 239-247, 2018.
- [9]. J. P. Merlet, "Jacobian, Manipulability, Condition Number, and Accuracy of Parallel Robots", *Journal of Mechanical Design*, 128, 199-206, 2006.

#### AUTHORS INFORMATION

**Le Huu Hung<sup>1</sup>, Nguyen Thi Trang Nhung<sup>2</sup>, Nguyen Thanh Cong<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>College of Technology and Trade, Vietnam

<sup>2</sup>Thai Nguyen University of Technology, Vietnam

<sup>3</sup>Mechanical graduate class K5, Thai Nguyen University of Economics and Technology, Vietnam