

NGHIÊN CỨU SO SÁNH CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC NGƯỢC ROBOT SONG SONG DELTA

A COMPARATIVE STUDY OF SOLUTION TECHNIQUES FOR PROBLEMS OF INVERSE DYNAMICS BASED ON DELTA SPATIAL PARALLEL ROBOT

Nguyễn Đình Dũng^{1,*}

DOI: <https://doi.org/10.57001/huih5804.2024.039>

TÓM TẮT

Về mặt cơ học, robot song song là một hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng nên phương trình động lực học thường phải sử dụng tọa độ suy rộng dư. Bài toán động lực học ngược là một vấn đề phức tạp nhưng có ý nghĩa khoa học vì robot song song có những lợi thế nhất định so với robot chuỗi. Bài báo này đề xuất hai phương pháp giải bài toán động lực học ngược cho robot song song. Tiếp theo là mô phỏng số bài toán này với một bộ số liệu cụ thể cho robot song song Delta không gian. Các kết quả này được so sánh với một công trình khác đã công bố bằng phương pháp công ảo. Việc đi sâu nghiên cứu, tính toán bài toán động lực học ngược có ý nghĩa trong việc thiết lập các luật điều khiển và nâng cao chất lượng làm việc của robot song song.

Từ khóa: Động lực học ngược, Lagrange, robot song song, phương pháp số.

ABSTRACT

In aspect of mechanics, parallel robots are a multi-body system with a close loop structure; thus, their dynamics equations typically use redundant generalized coordinates. In addition, The inverse dynamics problem is complex but scientifically significant because parallel robots have certain advantages over serial robots. This research proposes two methods to solve the inverse dynamics problem of parallel robots. The next step is simulating this problem with a specific spatial Delta parallel robot data set. These results are compared with another published work by virtual work method. Deeply researching and calculating the inverse dynamics problem is meaningful in establishing control laws and improving the working quality of parallel robots.

Keywords: Inverse dynamics, Lagrange, parallel robot, numerical method.

¹Trường Đại học Phenikaa

*Email: dung.nguyendinh@phenikaa-uni.edu.vn

Ngày nhận bài: 10/6/2023

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 14/9/2023

Ngày chấp nhận đăng: 20/01/2024

1. GIỚI THIỆU

Khái niệm robot có cấu trúc song song được Gough và Whitehall đưa ra vào năm 1962 [1]. Robot song song có độ cứng vững cao và khả năng chịu tải từ các thiết bị truyền động hoạt động song song để hỗ trợ tải. Độ chính xác vị trí của robot song song cao vì các sai số được bù trung bình từ

sai số của từng chân do cấu trúc song song mà không bị tích lũy như robot chuỗi. Trong khi các chuỗi động học tạo ra các ràng buộc và giới hạn về không gian làm việc, các thiết kế điển hình có đặc tính quán tính thấp. Các lĩnh vực ứng dụng robot song song bao gồm: Máy CNC, máy chính xác cao, máy móc tự động hóa trong bán dẫn và công nghiệp lắp ráp điện tử tốc độ và gia tốc cao.

Về mặt cơ học, robot song song là hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng. Tính toán động lực học là bài toán cần thiết để thiết kế và nâng cao chất lượng điều khiển của robot song song. Các phương pháp thiết lập phương trình động lực học của hệ nhiều vật cấu trúc mạch vòng được đề cập khá kỹ trong các tài liệu [2, 3]. Sau đó bài toán động học, động lực học được đề cập cụ thể hơn trong các tài liệu về robot song song [4].

Các vấn đề động học, động lực học của hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng được tác giả Nguyễn Văn Khang đề cập khá kỹ trong [5]. Trong các tài liệu này, tác giả đưa ra cách thức thiết lập các phương trình động lực học của hệ nhiều vật có cấu trúc cây bằng các phương trình Lagrange loại 2. Với các robot song song tác giả sử dụng phương pháp tách cấu trúc và phương pháp Lagrange dạng nhân tử để thiết lập phương trình chuyển động của robot. Tác giả đã trình bày hai phương pháp số giải bài toán động lực học ngược robot song song [6, 7]. Đó là phương pháp dựa trên các phương trình Lagrange dạng nhân tử và phương pháp dựa trên các phương trình vi phân thu gọn về các tọa độ tối thiểu. Đặc biệt phương pháp thứ hai rất thuận tiện cho bài toán điều khiển robot. Các vấn đề về xây dựng mô hình động lực học, ảnh hưởng của mô hình đến độ chính xác của bài toán cũng được nghiên cứu trong các công trình gần đây [8-10].

Bài báo này tính toán động lực học ngược của robot song song không gian Delta bằng phương pháp giải trực tiếp từ phương trình Lagrange dạng nhân tử và phương pháp khử các nhân tử Lagrange. Sau đó tiến hành mô phỏng số bài toán này bằng hai phương pháp kể trên và so sánh với một công trình khác tương ứng với cùng bộ số liệu để đánh giá, đối sánh kết quả.

2. PHƯƠNG PHÁP SỐ GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC NGƯỢC ROBOT SONG SONG

2.1. Phương pháp giải trực tiếp từ phương trình Lagrange dạng nhân tử

Phương trình chuyển động tổng quát của robot có dạng như sau:

$$\mathbf{M}(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{s}} + \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{s}} + \mathbf{g}(\mathbf{s}) + \Phi_s^T(\mathbf{s})\lambda = \boldsymbol{\tau} \tag{1}$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{s}) = \mathbf{0} \tag{2}$$

Gọi $\mathbf{q}_a \in \mathbb{R}^f$ là véc tơ các tọa độ khớp chủ động, $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^r$ là véc tơ các tọa độ suy rộng dư (bao gồm các tọa độ khớp bị động và tọa độ thao tác). Ký hiệu:

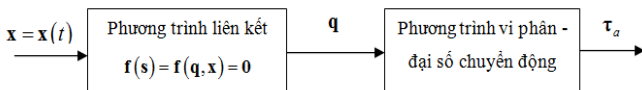
$$\mathbf{s} = [\mathbf{q}_a^T, \mathbf{z}^T]^T, \mathbf{s} \in \mathbb{R}^n, n = f + r$$

Trong các phương trình (1) và (2) ta có:

$$\mathbf{M}(\mathbf{s}) \in \mathbb{R}^{n \times n}, \mathbf{f} \in \mathbb{R}^r, \Phi_s^T(\mathbf{s}) \in \mathbb{R}^{n \times r}, \boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^r,$$

$$\Phi_s = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{s}}, \mathbf{g}(\mathbf{s}) \in \mathbb{R}^n, \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \in \mathbb{R}^{n \times n}, \boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^n$$

Bài toán động lực học ngược của robot song song được phát biểu như sau: Cho biết hệ phương trình chuyển động của robot dạng (1), (2), cho biết quy luật chuyển động của khâu thao tác $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$. Xác định mô men/ lực của các khâu dẫn động $\boldsymbol{\tau}_a \in \mathbb{R}^f$ cần thiết để tạo ra chuyển động mong muốn của khâu thao tác. Sơ đồ khối của bài toán động lực học ngược như sau:



Hình 1. Sơ đồ khối bài toán động lực học ngược

2.2. Giải bài toán động lực học ngược bằng phương pháp khử các nhân tử Lagrange

Phương pháp này sẽ không giải trực tiếp phương trình (1) mà tìm cách khử nhân tử Lagrange $\boldsymbol{\lambda}$, biến đổi hệ phương trình vi phân - đại số (1), (2) về hệ phương trình chỉ có các ẩn là mô men khớp chủ động $\boldsymbol{\tau}_a$.

Ta phân tập các tọa độ vật lý s_1, \dots, s_n thành hai tập con: Tập các tọa độ suy rộng độc lập q_1, \dots, q_f và tập các tọa độ suy rộng phụ thuộc z_1, \dots, z_r . Chú ý rằng $f + r = n$. Số lượng các tọa độ suy rộng phụ thuộc bằng số lượng các phương trình liên kết bổ sung. Ma trận Φ_s có dạng:

Để biến đổi, ta sẽ sử dụng các ký hiệu

$$\Phi_z = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial z_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial z_r} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_r}{\partial z_1} & \dots & \frac{\partial f_r}{\partial z_r} \end{bmatrix}, \Phi_q = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial q_f} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_r}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_r}{\partial q_f} \end{bmatrix} \tag{3}$$

Bây giờ ta đưa vào ký hiệu:

$$\mathbf{R}(\mathbf{q}, \mathbf{z}) = \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ -\Phi_z^{-1} \Phi_q \end{bmatrix} \tag{4}$$

trong đó, \mathbf{E} là ma trận đơn vị cỡ $f \times f$.

Theo tài liệu [5, 11], giữa ma trận \mathbf{R} và ma trận Φ_s có hệ thức liên hệ

$$\mathbf{R}^T \Phi_s^T = \mathbf{0} \tag{5}$$

Nhân hai vế phương trình (1) với ma trận $\mathbf{R}^T(\mathbf{s})$ ta được:

$$\mathbf{R}^T(\mathbf{s})(\mathbf{M}(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{s}} + \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{s}} + \mathbf{g}(\mathbf{s}) + \Phi_s^T(\mathbf{s})\boldsymbol{\lambda}) = \mathbf{R}^T \boldsymbol{\tau} \tag{6}$$

Véc tơ $\boldsymbol{\tau}$ được biểu diễn dưới dạng sau:

$$\boldsymbol{\tau} = [\boldsymbol{\tau}_a^T \quad \mathbf{0}^T]^T \tag{7}$$

trong đó $\boldsymbol{\tau}_a \in \mathbb{R}^f$ là véc tơ mô men/ lực tác động lên các khâu dẫn.

Chú ý đến công thức (5), (6) ta suy ra:

$$\mathbf{R}^T(\mathbf{s})\mathbf{M}(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{s}} + \mathbf{R}^T(\mathbf{s})\mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{s}} + \mathbf{R}^T(\mathbf{s})\mathbf{g}(\mathbf{s}) = \boldsymbol{\tau}_a \tag{8}$$

Các đại lượng ở vế trái của phương trình (8) đã được biết từ kết quả của bài toán động lực học ngược. Do vậy, các mô men khớp chủ động được tính theo phương trình này và đặc biệt phương trình này rất thuận tiện trong bài toán tìm mô men điều khiển cho robot song song.

Các bước giải bài toán động lực học ngược theo phương pháp này:

Bước 1: Giải bài toán động lực học ngược. Cho biết $\mathbf{x}(t)$ và $\mathbf{f}(\mathbf{q}, \mathbf{x}) = \mathbf{0}$.

Tính $\mathbf{s}(t)$, $\dot{\mathbf{s}}(t)$, $\ddot{\mathbf{s}}(t)$

Bước 2: Tính các ma trận

$$\Phi_z(\mathbf{s}), \Phi_q(\mathbf{s}), \Phi_z^{-1}(\mathbf{s}), \mathbf{R}(\mathbf{s}), \mathbf{M}(\mathbf{s}), \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}), \mathbf{g}(\mathbf{s})$$

Bước 3: Tính các mô men (lực) các khâu dẫn theo công thức (8).

2.3 So sánh hai phương pháp giải bài toán động lực học ngược

Phương pháp giải trực tiếp khá đơn giản vì sau khi giải được kết quả bài toán động lực học ngược thay các kết quả này trực tiếp vào phương trình Lagrange dạng nhân tử sẽ thu được hệ phương trình đại số tuyến tính với ẩn là mô men dẫn động $\boldsymbol{\tau}_a$ và các nhân tử Lagrange $\boldsymbol{\lambda}$. Giải hệ phương trình đại số tuyến tính này và tách kết quả sẽ thu được các mô men dẫn động cần tìm của bài toán.

Phương pháp khử nhân tử Lagrange sau khi giải bài toán động lực học ngược, để tính mô men dẫn động theo công thức (8) phải tính ma trận trung gian theo công thức (4). Trong ma trận này có chứa ma trận nghịch đảo, đôi khi trong tính toán sẽ gặp phải trường hợp ma trận bị suy biến không mong muốn. Thêm việc phải thực hiện một số phép biến đổi mới dẫn đến phương trình (8) khiến cho phương pháp này phức tạp hơn phương pháp giải trực tiếp. Tuy nhiên phương pháp này cho phép tính được mô men dẫn động một cách tường minh theo công thức (8) sẽ thuận tiện trong bài toán điều khiển.

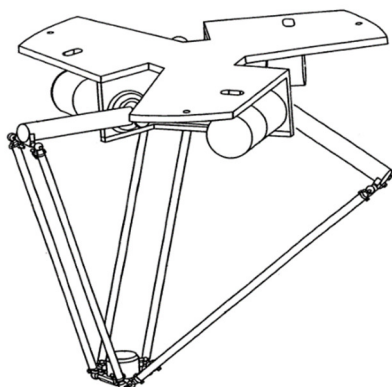
Từ phân tích hai phương pháp ở trên, nếu bài toán chỉ dừng lại ở việc giải bài toán động lực học ngược thì phương pháp giải trực tiếp sẽ có ưu thế hơn vì tính đơn giản của nó. Tuy nhiên, nếu việc tính toán động lực học ngược để thực hiện việc điều khiển thì phương pháp khử nhân tử Lagrange sẽ rất thuận tiện.

3. MÔ PHỎNG SỐ BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC NGƯỢC ROBOT SONG SONG DELTA KHÔNG GIAN

Để đánh giá sự đúng đắn của các hai phương pháp mà bài báo đề cập, bài toán động lực học ngược robot song song Delta không gian như hình 2 được tính với bộ số liệu các tham số của các tác giả Y. Li và Q. Xu [12] và sử dụng mô hình tương tự cho trong bảng 1.

Bảng 1. Các tham số robot theo tài liệu [12]

L ₁	L ₂	R	r	α ₁	α ₂	α ₃	m ₁	m ₂	m _p
0,2 (m)	0,2 (m)	0,16 (m)	0,12 (m)	0 (rad)	π/2 (rad)	π (rad)	0,3 (kg)	0,1 (kg)	0,4 (kg)

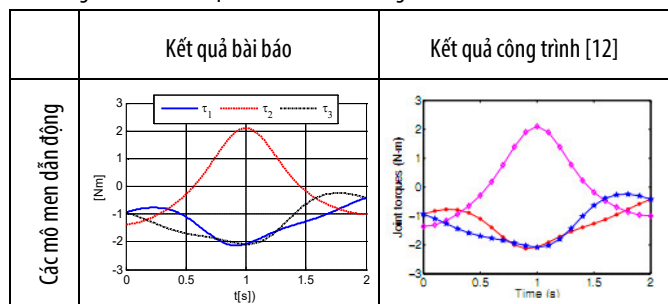


Hình 2. Robot Delta

Quy luật chuyển động của khâu thao tác (tâm P của bàn máy động):

$$x_p = -0,1\sin(\pi t); y_p = 0,1\cos(\pi t); z_p = -0,29 + 0,05\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) \text{ (m)}$$

Bảng 2. So sánh kết quả của bài báo và công trình [12]



Nhận xét: Từ bảng 2, kết quả của bài báo này khi tính toán bằng hai phương pháp là như nhau và đặc biệt kết quả này cũng trùng khớp với kết quả của công trình [12]. Trong đó công trình [12] giải bằng phương pháp công ảo (virtual work) cũng là khử nhân tử Lagrange. Như vậy cả hai phương pháp khác nhau và kết quả của bài báo đều như nhau. Điều đó cho thấy kết quả của bài toán động lực học ngược được tính toán trong bài báo là chính xác và tin cậy được.

4. KẾT LUẬN

Robot song song có một số lợi thế nhất định so với robot chuỗi nên thu hút sự quan tâm nghiên cứu của các nhà khoa học. Động lực học ngược robot song song không gian là vấn đề khoa học phức tạp và cần cần thiết đi sâu nghiên cứu. Bài báo này đi sâu phân tích và mô phỏng số hai phương pháp giải bài toán động lực học ngược robot song song. Phương pháp thứ hai rất thuận tiện trong việc tính toán mô men điều khiển cho robot. Các kết quả mô phỏng này cũng được so sánh với công trình khác và kết quả hoàn toàn tương đồng về mặt đồ thị. Ý nghĩa của bài toán ngoài việc tính toán các mô men dẫn động để xác định công suất của động cơ dẫn động còn có ý nghĩa trong việc thiết lập các luật điều khiển bằng mô men tính toán khi sử dụng phương pháp thứ hai.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. V. E. Gough, S. G. Whitehall, "Universal Type Test Machine," in *Proceedings of 9th International Congress FISITA*, 117-137, 1962.
- [2]. A. A. Shabana, *Dynamics of Multibody Systems (3rd Edition)*. Cambridge University Press, New York, 2005.
- [3]. J. Wittenburg, *Dynamics of Multibody Systems (2nd Edition)*. Springer-Verlag, Berlin, 2008.
- [4]. Qisheng Zhang, Ruiqin Li, Yinli Tian, "Dynamic Performance Analysis of 3-Delta Type Parallel Robot," in *Proceedings of the 14th IFTOMM World Congress*, Taipei, Taiwan, 222-226, 2015.
- [5]. Nguyen Van Khang, *Dong luc hoc he nhieu vat (2nd Edition)*. Science and Technics Publishing House, Hanoi, 2017.
- [6]. Nguyen Van Khang, Nguyen Thanh Cong, "On two methods for calculating inverse dynamics of parallel manipulator," in *Vietnam Conference on Mechatronics - VCM 2012*, 574-583, 2012.
- [7]. Nguyen Van Khang, Tran Xuan Tien, Nguyen Van Quyen, "Compute the inverse dynamics of a Stewart-Gough parallel robot using the structural separation method," in *The 3rd National Scientific Conference on Mechanical Engineering*, Hanoi, 1244-1253, 2013.
- [8]. Nguyen Quang Hoang, Nguyen Van Khang, Nguyen Dinh Dung, "Influence of models on computed torque of delta spatial parallel robot," in *Proceedings of the 16th Asia Pacific Vibration Conference*, Hanoi, 791-798, 2015.
- [9]. Nguyen Van Khang, Nguyen Dinh Dung, "About a new form of equations of motion of parallel robots," in *The 2nd Vietnam International Conference and Exhibition on Control and Automation - VCCA-2013*, Danang, 457-466, 2013.
- [10]. Nguyen Van Khang, Nguyen Quang Hoang, Nguyen Dinh Dung, Mai Trong Dung, "Building a mechanical model for the spatial Delta parallel robot 3PUS," in *National Conference on Mechanics*, Danang, 398-406, 2015.
- [11]. Nguyen Quang Hoang, *Co so Robotics: Co hoc va dieu khien*. Bach Khoa Publishing House, Hanoi, 2021.
- [12]. Y. Li, Q. Xu, "Dynamic analysis of a modified Delta parallel Robot for Cardiopulmonary Resuscitation," in *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robotics and Systems*, Canada, 233-238, 2005.

AUTHOR INFORMATION

Nguyen Dinh Dzung
Phenikaa University, Vietnam