

GIẢI PHÁP HÌNH HỌC GIẢI TÍCH CHO BÀI TOÁN ĐỘNG HỌC ÁP DỤNG TRONG ĐIỀU KHIỂN ROBOT SONG SONG 3 BẬC TỰ DO

ANALYTIC GEOMETRICAL SOLUTION FOR KINEMATIC PROBLEM
APPLY IN 3 DEGREES OF FREEDOM PARALLEL ROBOT CONTROL

Hoàng Duy¹, Phạm Ngọc Thành^{1,*}

DOI: <https://doi.org/10.57001/huih5804.2023.161>

TÓM TẮT

Bài báo trình bày về cách tiếp cận theo hướng hình học giải tích để giải bài toán động học trong điều khiển robot song song 3 bậc tự do. Từ phương trình liên kết thể hiện mối quan hệ giữa chuyển động các góc khớp Robot với chuyển động của khâu tác động cuối, chúng tôi sẽ phát biểu lại bài toán động học dưới dạng hình học và đưa ra lời giải dựa trên lý thuyết về hình học giải tích. Sự chính xác của phương pháp đề xuất sẽ được kiểm chứng thông qua so sánh với các kết quả đã được công bố. Hơn nữa, lời giải hình học giải tích cho bài toán động học cũng sẽ được sử dụng để thực hiện một cấu trúc điều khiển hoàn chỉnh cho robot song song 3 bậc tự do, sự hiệu quả khi ghép nối bài toán động học với bộ điều khiển sẽ được mô tả qua các kết quả mô phỏng trên Matlab Simulink.

Từ khóa: Mô hình hóa động học, hình học giải tích, giải pháp hình học, robot song song, robot Delta.

ABSTRACT

This paper presents an analytic geometrical approach to solve kinematic problems in three degrees of freedom (3-DOF) parallel robot control. From the linkage equations that describe the relationship between the motion of the robot joints and the motion of the end effector, we will restate the kinematics problem in geometric form and provide a solution based on the theory of analytic geometry. The accuracy of the proposed method will be verified through comparison with published results. Furthermore, the analytic geometrical solution for the kinematics problem will also be used to implement a complete control structure for 3-DOF parallel robot, the efficiency of combining the kinematics problem with the controller will be described through simulation results on Matlab Simulink.

Keywords: Kinematic modeling, analytic geometry, geometrical solution, parallel robot, Delta robot.

¹Trường Quốc tế, Đại học Quốc gia Hà Nội

*Email: pnthanh@vnu.edu.vn

Ngày nhận bài: 01/7/2023

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 21/7/2023

Ngày chấp nhận đăng: 15/10/2023

1. GIỚI THIỆU

Robot được sử dụng rộng rãi trong sản xuất công nghiệp với ưu thế về tốc độ hoàn thành công việc nhanh và độ chính

xác cao [1]. Các nhiệm vụ chủ yếu mà robot đảm nhận có thể kể tới lắp đặt vật liệu, gia công linh kiện, chuẩn đoán và loại bỏ sản phẩm lỗi,... [1]. Dựa theo cấu hình robot công nghiệp có thể được chia làm hai loại: robot nối tiếp và robot song song. Với cấu hình nối tiếp, các khớp robot sẽ được kết nối tuần tự từ bộ cố định cho tới khâu tác động cuối [2]. Trong khi đó, với cấu hình song song, sẽ có hai bộ song song với nhau được liên kết với nhau bởi các khớp nối, một bộ được giữ cố định trong khi bộ còn lại sẽ di chuyển để đưa khâu tác động cuối tới vị trí cần thao tác [1].

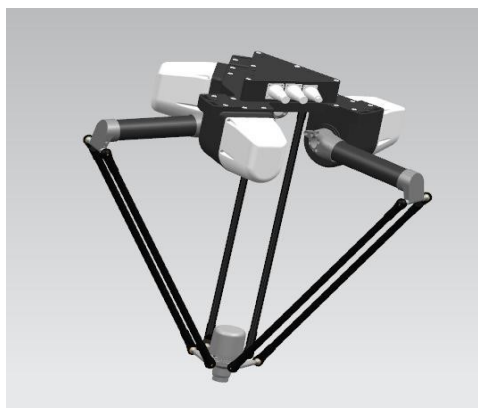
Robot song song với cơ cấu động học khép kín có thể cung cấp một tốc độ làm việc cao và khả năng chịu tải tốt hơn robot nối tiếp, tuy nhiên vì cấu hình phức tạp, việc phân tích chuyển động của robot song song so với robot nối tiếp là một nhiệm vụ khó khăn hơn nhiều. Bài toán động học thuận cho cấu hình nối tiếp có thể được xử lý thông qua phương pháp Denavit-Hartenberg (D-H) [2] với mọi robot nối tiếp tuy nhiên với cấu hình song song, lời giải bài toán động học đưa ra thường chỉ áp dụng cho một nhóm robot song song cụ thể chứ không mang tính tổng quát cao như vai trò của D-H trong robot nối tiếp. Cụ thể với cấu hình song song 3 bậc tự do (hay còn gọi là robot Delta) - một đại diện tiêu biểu của Robot song song, phương pháp số đưa ra để giải quyết bài toán động học robot cần sử dụng ma trận Jaccobi trong quá trình tính toán [3, 4]. Khi đó, mối quan hệ giữa góc quay các khớp và cơ cấu tác động cuối sẽ không được biểu diễn trực tiếp, mà gián tiếp thông qua mối quan hệ giữa vận tốc góc các khớp và vận tốc chuyển động của khâu tác động cuối. Ngoài ra, việc xác định ma trận Jaccobi cũng không phải bài toán dễ khi số biến trạng thái là không nhỏ.

Nhằm khắc phục điểm bất lợi của phương pháp số khi phân tích động học robot song song 3 bậc tự do, trong bài báo này nhóm tác giả đề xuất sử dụng cách tiếp cận hình học giải tích để tính toán chuyển động của robot. Mối quan hệ giữa chuyển động góc khớp robot và khâu tác động cuối sẽ được đưa về bài toán hình học giải tích và xử lý chi tiết thông qua các phương trình đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Sự chính xác của phương pháp đề xuất sẽ được đối chiếu với kết quả trong [4] và được sử dụng để xây

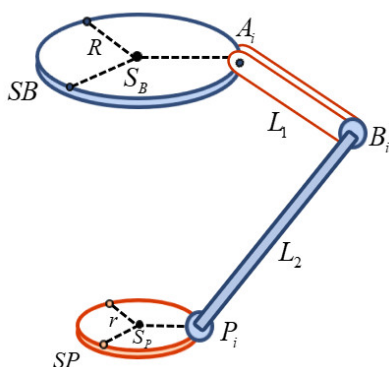
dụng cấu trúc điều khiển với bộ điều khiển được thiết kế từ [3]. Hoạt động hiệu quả của phương pháp hình học giải tích cho bài toán động học sẽ là cơ sở để sử dụng phương pháp này trong các cấu trúc điều khiển phức tạp hơn cho cấu hình song song 3 bậc tự do như phương pháp học lập thích nghi bền vững [5] hay phương pháp thích nghi bền vững sử dụng mạng nơ-ron nhân tạo [6].

2. PHƯƠNG TRÌNH LIÊN KẾT CHUYỂN ĐỘNG CỦA ROBOT SONG SONG 3 BẬC

Cấu trúc robot song song 3 bậc tự do được đề cập trong bài báo mô tả như hình 1, trong đó bao gồm 1 đế cố định bên trên, 3 cánh tay, 3 cẳng tay, các khớp nối giữa các phần với nhau và một bộ động gắn với cơ cấu tác động cuối ở dưới.



Hình 1. Cấu trúc Robot Delta 3-R2S2S



Hình 2. Mô hình hình học của Robot Delta

Để phân tích chuyển động của robot, ta đặt lên cấu hình các hệ trục tọa độ cùng các điểm đặc trưng cho chuyển động. Một cánh tay của robot song song 3 bậc dưới dạng mô hình hình học đơn giản có thể được vẽ lại như hình 2 với các ký hiệu được cho bởi bảng 1, hai cánh tay còn lại có thể được thể hiện tương tự.

Bảng 1. Các ký hiệu và tham số Robot

Ký hiệu	Ý nghĩa
SB	Mặt phẳng đế cố định.
SP	Mặt phẳng bộ động.
$s_p = [0, 0, 0]^T$	Tọa độ trọng tâm đế cố định (tọa độ tham chiếu).

$s_p = [x, y, z]^T$	Tọa độ trọng tâm bộ động.
R	Khoảng cách từ trọng tâm đế cố định đến các khớp quay của cánh tay
r	Khoảng cách từ trọng tâm bộ động đến vị trí liên kết với cẳng tay
L_1	Chiều dài giữa hai khớp liên kết ở hai đầu của cánh tay
L_2	Chiều dài giữa khớp liên kết cánh tay và khớp liên kết bộ động
A_i	Vị trí tọa độ khớp quay tương ứng của cánh tay ($i = 1, 2, 3$)
B_i	Vị trí tọa độ các khớp liên kết giữa cánh tay và cẳng tay ($i = 1, 2, 3$)
P_i	Vị trí tọa độ các khớp liên kết giữa cẳng tay và bộ động ($i = 1, 2, 3$)
θ_i	Góc của cánh tay với mặt phẳng đế cố định (góc bằng 0 khi cánh tay song song với mặt phẳng đế cố định) (với $i = 1, 2, 3$)
$s_a = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$	Vecto trạng thái chuyển động của 3 góc khớp cánh tay

Từ [3] ta đã có các phương trình liên kết chuyển động của robot như sau:

$$\begin{cases} f_1 = L_1^2 - (L_1 \sin \theta_1 + z)^2 - (\cos \varphi_1 (R-r) + L_1 \cos \varphi_1 \cos \theta_1 - x)^2 - (\sin \varphi_1 (R-r) + L_1 \sin \varphi_1 \cos \theta_1 - y)^2 = 0 \\ f_2 = L_2^2 - (L_1 \sin \theta_2 + z)^2 - (\cos \varphi_2 (R-r) + L_1 \cos \varphi_2 \cos \theta_2 - x)^2 - (\sin \varphi_2 (R-r) + L_1 \sin \varphi_2 \cos \theta_2 - y)^2 = 0 \\ f_3 = L_2^2 - (L_1 \sin \theta_3 + z)^2 - (\cos \varphi_3 (R-r) + L_1 \cos \varphi_3 \cos \theta_3 - x)^2 - (\sin \varphi_3 (R-r) + L_1 \sin \varphi_3 \cos \theta_3 - y)^2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Và nếu kí hiệu $f = [f_1 \quad f_2 \quad f_3]^T$ ta sẽ thu được vecto biểu diễn sự liên kết chuyển động của robot. Nhiệm vụ của bài toán động học cho robot song song 3 bậc từ các phương trình liên kết, với biến đầu vào là ba góc chuyển động của các khớp, ta phải tính được tọa độ khâu tác động cuối và ngược lại, khi biết trước tọa độ của khâu tác động cuối, ta cũng phải tính được góc chuyển động của ba khớp robot.

3. GIẢI PHÁP HÌNH HỌC GIẢI TÍCH CHO BÀI TOÁN ĐỘNG HỌC ROBOT SONG SONG 3 BẬC

3.1. Bài toán động học thuận

Với bài toán động học thuận, từ ba góc $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ biết trước của khớp quay ta cần tìm vị trí tọa độ của đầu mút $P = s_p = [x, y, z]^T$ hay $P(x, y, z)$ tương ứng. Vai trò của bài toán động học thuận được thể hiện trong trường hợp việc trực tiếp xác định của tọa độ khâu tác động cuối robot là khó thực hiện. Khi đó, bằng cách đo góc quay ba khớp gắn với bộ cố định của robot (điều dễ dàng thực hiện được bởi encoder do góc), ta có thể gián xác định được tọa độ của P.

Từ các phương trình liên kết chuyển động (1), ta kí hiệu

$$\begin{aligned} x_1 &= \cos \varphi_1 (R-r) + L_1 \cos \varphi_1 \cos \theta_1, \\ y_1 &= \sin \varphi_1 (R-r) + L_1 \sin \varphi_1 \cos \theta_1, z_1 = -L_1 \sin \theta_1 \\ x_2 &= \cos \varphi_2 (R-r) + L_1 \cos \varphi_2 \cos \theta_2, \\ y_2 &= \sin \varphi_2 (R-r) + L_1 \sin \varphi_2 \cos \theta_2, z_2 = -L_1 \sin \theta_2 \\ x_3 &= \cos \varphi_3 (R-r) + L_1 \cos \varphi_3 \cos \theta_3, \\ y_3 &= \sin \varphi_3 (R-r) + L_1 \sin \varphi_3 \cos \theta_3, z_3 = -L_1 \sin \theta_3 \end{aligned}$$

và thu được:

$$\begin{aligned} (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2 &= L_2^2 \\ (x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2 &= L_2^2 \\ (x-x_3)^2 + (y-y_3)^2 + (z-z_3)^2 &= L_2^2 \end{aligned} \tag{2}$$

Trong đó, x_i, y_i và $z_i (i = 1, 2, 3)$ là biết trước do $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ đã biết. Từ (2) ta có thể thấy rằng bài toán động học thuận cho robot song song 3 bậc tương đương với Bài toán 1 được phát biểu như sau:

Bài toán: Cho tọa độ 3 điểm $D_1(x_1, y_1, z_1), D_2(x_2, y_2, z_2)$ và $D_3(x_3, y_3, z_3)$ không thẳng hàng. Tìm tọa độ điểm $P(x, y, z)$ sao cho P cách đều D_1, D_2, D_3 một đoạn L_2 .

Sau đây, bài toán 1 sẽ được giải một cách chi tiết bằng phương pháp hình học giải tích. Đầu tiên, ta sẽ xác định tọa độ điểm $O_D(x_0, y_0, z_0)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $D_1D_2D_3$. Điểm O_D sẽ là giao điểm của 3 mặt phẳng:

- Mặt phẳng đi qua trung điểm D_1D_2 và vuông góc với D_1D_2 ;
- Mặt phẳng đi qua trung điểm D_1D_3 và vuông góc với D_1D_3 ;
- Mặt phẳng chứa D_1, D_2, D_3 .

Ta sẽ lần lượt viết phương trình từng mặt phẳng.

a) Với mặt phẳng đi qua trung điểm D_1D_2 và vuông góc với D_1D_2 , gọi là mặt phẳng (S_1) . Mặt phẳng (S_1) vuông góc D_1D_2 , do đó vecto pháp tuyến của (S_1) sẽ là vecto chỉ phương của D_1D_2

$$\vec{n}_{S_1} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1) = (a_1, b_1, c_1) \tag{3}$$

Mặt phẳng (S_1) đi qua trung điểm M_{12} của D_1D_2 có tọa độ $M_{12} \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2} \right)$. Như vậy, ta thu được phương trình của (S_1) như sau:

$$(S_1): a_1 \left(x - \frac{x_1+x_2}{2} \right) + b_1 \left(y - \frac{y_1+y_2}{2} \right) + c_1 \left(z - \frac{z_1+z_2}{2} \right) = 0 \tag{4}$$

b) Với mặt phẳng (S_2) đi qua trung điểm D_1D_3 và vuông góc với D_1D_3 , thực hiện tương tự (S_2) , ta có:

$$\vec{n}_{S_2} = (x_3 - x_1, y_3 - y_1, z_3 - z_1) = (a_2, b_2, c_2) \tag{5}$$

Và

$$(S_2): a_2 \left(x - \frac{x_1+x_3}{2} \right) + b_2 \left(y - \frac{y_1+y_3}{2} \right) + c_2 \left(z - \frac{z_1+z_3}{2} \right) = 0 \tag{6}$$

c) Với mặt phẳng (S_3) chứa D_1, D_2, D_3 , ta sẽ xác định vecto chỉ phương của D_1D_2 và D_1D_3

$$\vec{u}_{D_1D_2} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1) = (a_1, b_1, c_1) \tag{7}$$

$$\vec{u}_{D_1D_3} = (x_3 - x_1, y_3 - y_1, z_3 - z_1) = (a_2, b_2, c_2) \tag{8}$$

Sau đó, vecto pháp tuyến của (S_3) xác định bởi tích có hướng của $\vec{u}_{D_1D_2}$ và $\vec{u}_{D_1D_3}$

$$\vec{n}_{S_3} = [\vec{u}_{D_1D_2}, \vec{u}_{D_1D_3}] = (a_3, b_3, c_3) \tag{9}$$

Và (S_3) đi qua $D_2(x_2, y_2, z_2)$, do đó, phương trình của (S_3) là:

$$(S_3): a_3(x - x_2) + b_3(y - y_2) + c_3(z - z_2) = 0 \tag{10}$$

Như vậy, ta đã có phương trình của ba mặt phẳng chứa điểm $O_D(x_0, y_0, z_0)$, từ (4), (6) và (10) ta xác định được tọa độ của $O_D(x_0, y_0, z_0)$ thông qua hệ phương trình tuyến tính:

$$\begin{cases} a_1 \left(x_0 - \frac{x_1+x_2}{2} \right) + b_1 \left(y_0 - \frac{y_1+y_2}{2} \right) + c_1 \left(z_0 - \frac{z_1+z_2}{2} \right) = 0 \\ a_2 \left(x_0 - \frac{x_1+x_3}{2} \right) + b_2 \left(y_0 - \frac{y_1+y_3}{2} \right) + c_2 \left(z_0 - \frac{z_1+z_3}{2} \right) = 0 \\ a_3(x_0 - x_2) + b_3(y_0 - y_2) + c_3(z_0 - z_2) = 0 \end{cases} \tag{11}$$

Với việc P và O_D cách đều D_1, D_2, D_3 , ta có đường thẳng PO_D sẽ vuông góc mặt phẳng (S_3) tại O_D , dẫn đến vecto chỉ phương của PO_D chính là vecto pháp tuyến \vec{n}_{S_3} của (S_3) . Từ đây tọa độ của $P(x, y, z)$ thỏa mãn:

$$x = x_0 + a_3 t_p, y = y_0 + b_3 t_p, z = z_0 + c_3 t_p \tag{12}$$

Trong đó, t_p là tham số cần tìm để $PD_1 = L_2$, điều này sẽ kéo theo $PD_2 = PD_3 = L_2$. Sau đây ta sẽ xác định t_p . Ta có:

$$\begin{aligned} PO_D^2 &= L_2^2 - O_D D_1^2 \\ &= L_2^2 - (x_0 - x_1)^2 - (y_0 - y_1)^2 - (z_0 - z_1)^2 = L^2 \end{aligned} \tag{13}$$

$$PO_D^2 = t_p^2 (a_3^2 + b_3^2 + c_3^2)$$

$$\text{Suy ra } t_p^2 (a_3^2 + b_3^2 + c_3^2) = L^2$$

$$\text{dẫn đến } t_p = t_{p1} = \sqrt{\frac{L^2}{a_3^2 + b_3^2 + c_3^2}}$$

$$\text{hoặc } t_p = t_{p2} = -\sqrt{\frac{L^2}{a_3^2 + b_3^2 + c_3^2}} \tag{14}$$

Như vậy ta thu được 2 tọa độ điểm P thỏa mãn Bài toán 1, tuy nhiên từ cấu hình robot, tọa độ của khâu tác động cuối luôn nằm dưới tọa độ của B_1 theo trục z. Do đó ta sẽ so sánh tọa độ theo trục z của P và B_1 , nghiệm t_p nào thỏa mãn làm P nằm dưới B_1 sẽ là nghiệm cần tìm và tọa độ điểm P sẽ được xác định một cách chính xác.

Nhận xét: Phương pháp tiếp cận theo hướng hình học giải tích cung cấp một lời giải trực quan kèm theo điều kiện chính xác cho việc xác định tọa độ khâu tác động cuối P, từ sự thay đổi vị trí của P, Matlab sẽ cung cấp công cụ có sẵn để tính toán vận tốc và gia tốc của P. Khác với phương pháp số [3], cách tiếp cận hình học giải tích không cần xác định ma

trận Jaccobi để thể thiết lập quan hệ giữa $\dot{\mathbf{s}}_a$ và $\dot{\mathbf{s}}_p$, từ đó đơn giản hóa quá trình tính toán.

3.2. Bài toán động học nghịch

Mục đích của việc tính toán động học nghịch là tìm ra góc quay của các khớp θ_i để cơ cấu cuối P có thể đến được tọa độ đặt trước. Tức là ta đã có $\mathbf{P} = \mathbf{s}_p = [x, y, z]^T$, nhiệm vụ của bài toán động học nghịch là tìm $\mathbf{s}_a = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$. Từ phương trình đầu tiên trong hệ phương trình (1), ta viết lại thành:

$$E_1 \cos \theta_1 + F_1 \sin \theta_1 + G_1 = 0 \tag{15}$$

Với

$$\begin{aligned} E_1 &= 2L_1(R-r-x\cos\varphi_1-y\sin\varphi_1) \\ F_1 &= 2L_1z \\ G_1 &= L_2^2 - L_1^2 - z^2 - (\cos\varphi_1(R-r)-x)^2 - (\sin\varphi_1(R-r)-y)^2 \end{aligned} \tag{16}$$

Lời giải cho (15) có thể được tìm thấy ở [2] trong đó θ_1 được xác định bởi:

$$\theta_1 = \text{Atan2}\left(\sqrt{E_1^2 + F_1^2 - G_1^2}, G_1\right) + \text{Atan2}(F_1, E_1) \tag{17}$$

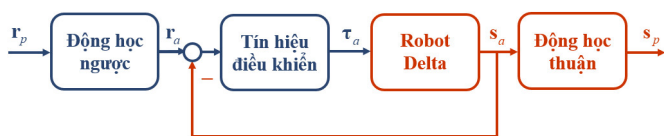
Tương tự với θ_2 và θ_3 ta sẽ xác định được đầy đủ $\mathbf{s}_a = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$ và bài toán động học nghịch đã được hoàn thiện.

4. TÍCH HỢP BÀI TOÁN ĐỘNG HỌC TRONG CẤU TRÚC ĐIỀU KHIỂN ROBOT

Trong phần này, vai trò của bài toán động học trong sơ đồ điều khiển của robot song song 3 bậc sẽ được trình bày. Vì mục tiêu chính của bài báo là đưa ra lời giải cho bài toán động học, quá trình thiết kế bộ điều khiển sẽ không được trình bày một cách chi tiết, để có thể hiểu rõ hơn về phương pháp thiết kế bộ điều khiển, người đọc có thể tham khảo tài liệu [3].

4.1. Sơ đồ cấu trúc điều khiển robot song song 3 bậc (robot delta)

Sơ đồ điều khiển cho robot được trình bày như hình 3.



Hình 3. Sơ đồ điều khiển robot delta

Trong đó, từ quỹ đạo đặt cho khâu tác động cuối $\mathbf{r}_p = [x_d, y_d, z_d]^T$ ta sẽ tính toán quỹ đạo đặt cho từng góc quay của ba chân trên robot $\mathbf{r}_a = [\theta_{1d}, \theta_{2d}, \theta_{3d}]^T$ thông qua bài toán động học nghịch. Tín hiệu này sau đó sẽ được sử dụng để tính toán tín hiệu điều khiển $\boldsymbol{\tau}_a$. Tín hiệu điều khiển sẽ được đưa vào điều khiển robot. Dưới sự tác động của $\boldsymbol{\tau}_a$ robot sẽ chuyển động và sự chuyển động này được mô tả qua trạng thái đầu ra là các góc quay ba chân trên của robot

$\mathbf{s}_a = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$. Giá trị này sau đó sẽ được phản hồi lại để cập nhật cho tín hiệu điều khiển, đồng thời được sử dụng làm đầu vào bài toán động học thuận để xác định đáp ứng chuyển động của cơ cấu tác động cuối $\mathbf{s}_p = [x, y, z]^T$.

4.2. Thiết kế bộ điều khiển

Phương pháp thiết kế bộ điều khiển cho robot song song 3 bậc đã được trình bày tại [3] và sau đây chúng tôi sẽ mô tả lại một cách ngắn gọn quá trình này. Đầu tiên, phương trình động lực học dưới dạng ma trận của robot được cho bởi:

$$\mathbf{M}(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{s}} + \mathbf{g}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) + \boldsymbol{\Phi}_s^T(\mathbf{s})\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\tau} \tag{18}$$

Trong đó $\mathbf{s} = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, x, y, z]^T$ là vecto trạng thái của hệ thống, ma trận đối xứng xác định dương $\mathbf{M} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ là ma trận khối lượng suy rộng, vecto $\mathbf{g} \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$ là vecto tổng hợp của thành phần tương hỗ, ly tâm và thành phần trọng trường. Ma trận $\boldsymbol{\Phi}_s \in \mathbf{R}^{3 \times 6}$ là ma trận Jaccobi của các phương trình liên kết được tính bởi công thức:

$$\boldsymbol{\Phi}_s = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial s_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial s_6} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_3}{\partial s_1} & \dots & \frac{\partial f_3}{\partial s_6} \end{bmatrix}$$

với $[s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6] = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, x, y, z]$

với f_1, f_2, f_3 là các phương trình liên kết động học đã được trình bày ở mục 2 và $\boldsymbol{\lambda}$ là vecto các nhân tử Lagrange.

Nhiệm vụ của bài toán điều khiển robot là kiểm soát sự chuyển động của cơ cấu cuối bám theo một quỹ đạo cho trước tức là làm cho $\mathbf{s}_p = [x, y, z]^T$ tiến tới vị trí đặt $\mathbf{r}_p = [x_d, y_d, z_d]^T$ bằng cách tác động vecto tín hiệu điều khiển $\boldsymbol{\tau}$ lên hệ thống. Trong đó, $\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_a \\ \Theta_{3 \times 1} \end{bmatrix}$ với $\boldsymbol{\tau}_a = [\tau_1, \tau_2, \tau_3]^T$ là vecto thể hiện moment lực sinh ra bởi ba động cơ gắn với ba khớp robot và $\Theta_{3 \times 1}$ là vecto 3 hàng 1 cột chứa toàn phần tử không.

Kí hiệu $\boldsymbol{\Phi}_a$ là ma trận Jaccobi ứng với biến chủ động $\mathbf{s}_a = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$ và $\boldsymbol{\Phi}_p$ là ma trận Jaccobi ứng với biến bị động $\mathbf{s}_p = [x, y, z]^T$, khi đó:

$$\boldsymbol{\Phi}_a = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial f_3}{\partial \theta_3} \end{bmatrix} \text{ và } \boldsymbol{\Phi}_p = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_1}{\partial z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} & \frac{\partial f_2}{\partial z} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x} & \frac{\partial f_3}{\partial y} & \frac{\partial f_3}{\partial z} \end{bmatrix}$$

Đặt $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 \\ -\Phi_p^{-1} \Phi_a \end{bmatrix}$ với \mathbf{I}_3 là ma trận đơn vị kích thước 3×3 và nhân \mathbf{R} vào 2 vế của phương trình (18) ta thu được:

$$\mathbf{R}^T (\mathbf{M}(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{s}} + \mathbf{g}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) + \Phi_s^T(\mathbf{s})\boldsymbol{\lambda}) = \mathbf{R}^T \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_a \quad (19)$$

Suy ra:

$$\mathbf{R}^T (\mathbf{M}(\mathbf{s})(\mathbf{R}\ddot{\mathbf{s}}_a + \dot{\mathbf{R}}\dot{\mathbf{s}}_a) + \mathbf{g}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) + \Phi_s^T(\mathbf{s})\boldsymbol{\lambda}) = \boldsymbol{\tau}_a \quad (20)$$

Vi $\mathbf{R}^T \Phi_s^T = \mathbf{0}$ nên (20) có thể được viết lại thành:

$$\mathbf{R}^T \mathbf{M}(\mathbf{s})\mathbf{R}\ddot{\mathbf{s}}_a + \mathbf{R}^T \mathbf{g}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) = \boldsymbol{\tau}_a \quad (21)$$

Đặt $\bar{\mathbf{M}} = \mathbf{R}^T \mathbf{M}(\mathbf{s})\mathbf{R}$ và $\bar{\mathbf{g}} = \mathbf{R}^T \mathbf{g}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})$, phương trình động lực học robot viết lại thành:

$$\bar{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{s}}_a + \bar{\mathbf{g}} = \boldsymbol{\tau}_a \quad (22)$$

Và bộ điều khiển để xuất được xác định như sau:

$$\boldsymbol{\tau}_a = \bar{\mathbf{M}}(\ddot{\mathbf{r}}_a + \mathbf{K}_p \mathbf{e}_a + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{e}}_a) + \bar{\mathbf{g}} \quad (23)$$

Trong đó, \mathbf{K}_p và \mathbf{K}_D được chọn sao cho $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 \\ -\mathbf{K}_p & -\mathbf{K}_D \end{bmatrix}$

là Hurwitz.

Về tính ổn định cũng như lý do lựa chọn tham số điều khiển, người đọc có thể tham khảo [3]. Bộ điều khiển (23) sẽ được sử dụng kết hợp với các kết quả của bài toán động học robot song song 3 bậc để mô phỏng chuyển động cơ cấu cuối của robot trong phần tiếp theo.

5. MÔ PHỎNG VÀ ĐÁNH GIÁ

Trong phần này, chúng tôi sẽ tập trung vào hai vấn đề mô phỏng chính nhằm kiểm chứng sự đúng đắn của giải pháp đề xuất cho bài toán toán động học Robot song song 3 bậc cũng như khả năng kết hợp với bộ điều khiển trong cấu trúc điều khiển Robot.

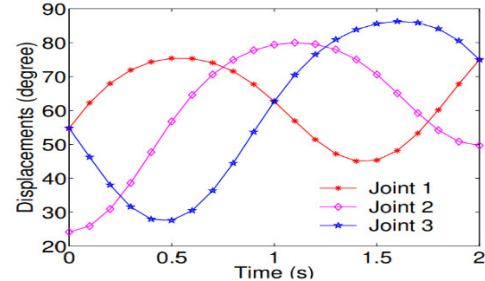
5.1. Đánh giá hiệu quả phương pháp hình học giải tích cho bài toán động học

Để kiểm chứng sự hiệu quả trong lời giải cho bài toán động học robot, ta sẽ thiết lập một quỹ đạo đặt cho chuyển động khâu tác động cuối sau đó đưa vào khối động học nghịch. Khối động học nghịch sẽ tính toán đầu ra tương ứng là ba góc quay các khớp Robot. Các góc quay này ngay lập tức sẽ trở thành đầu vào của khối động học thuận để tính toán ngược lại tọa độ tương ứng của khâu tác động cuối. Nếu đầu ra của khối động học thuận khớp với đầu vào quỹ đạo đặt, ta thu được lời giải chính xác cho bài toán động học. Quỹ đạo đặt sẽ được chọn theo tài liệu [4], cho bởi (24) để thực hiện so sánh và đối chiếu.

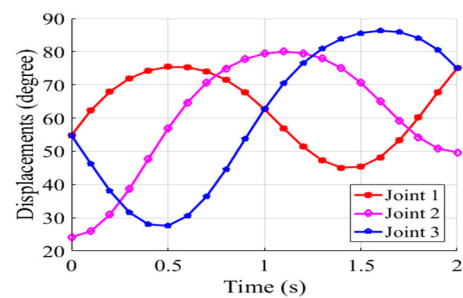
$$\begin{aligned} x &= -0,1\sin(\pi t), y = 0,1\cos(\pi t), \\ z &= -0,29 + 0,05\cos(0,5\pi t) \end{aligned} \quad (24)$$

Kết quả đầu ra của bài toán động học thuận theo [4] và theo phương pháp đề xuất được mô tả qua hình 4 và 5. Có thể thấy rằng dù không xử dụng để ma trận Jaccobi trong tính toán, phương pháp hình học giải tích vẫn cho kết quả đúng như đầu ra đã được tính toán bởi [4]. Đầu ra của bài toán động học thuận so sánh với đầu vào quỹ đạo đặt được

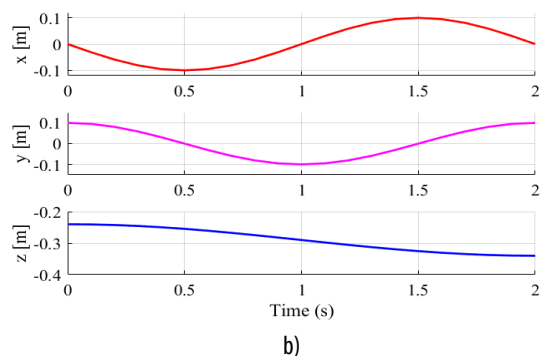
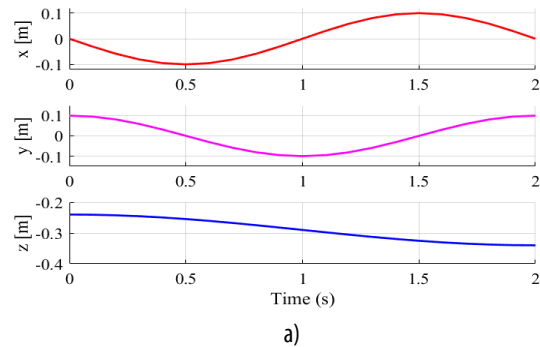
thể hiện qua hình 6. Với việc hai quỹ đạo này trùng nhau có thể kết luận rằng phương pháp hình học giải tích đề xuất đã đưa ra kết quả chính xác cho bài toán động học robot, từ đó được đưa vào sử dụng để mô phỏng cấu trúc điều khiển Robot sẽ được trình bày ở phần tiếp theo.



Hình 4. Đầu ra bài toán động học ngược theo [4]



Hình 5. Đầu ra bài toán động học ngược theo phương pháp đề xuất



Hình 6. Kết quả đối chiếu giữa quỹ đạo đặt ban đầu (a) và quỹ đạo ra tương ứng của bài toán động học thuận (b)

5.2. Đánh giá hiệu quả phương pháp hình học trong cấu trúc điều khiển robot

Ở phần này, chúng tôi sẽ thực hiện mô phỏng chuyển động của Robot song song 3 bậc với thông số được lấy từ [3]

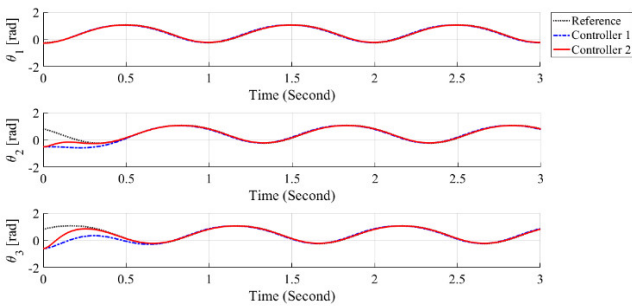
theo cấu trúc điều khiển hình 3 với quỹ đạo đặt hình tròn với phương trình quỹ đạo cho bởi:

$$x_d = 0,3 \cos(2\pi t), y_d = 0,3 \sin(2\pi t), z_d = -0,7 \quad (25)$$

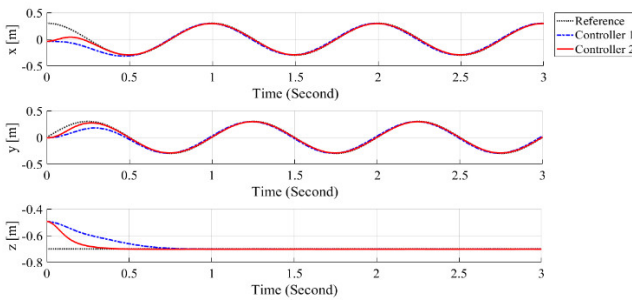
Hai bộ điều khiển được sử dụng để điều khiển Robot được xây dựng theo công thức (23) với tham số lần lượt là:

- Controller 1: $K_p = 64I_3$ và $K_D = 16I_3$
- Controller 2: $K_p = 256I_3$ và $K_D = 32I_3$

Đáp ứng đầu ra của Robot trong không gian biến khớp và trong không gian làm việc lần lượt được thể hiện qua hình 7 và 8, trong đó các trạng thái hệ thống đều nhanh chóng bám theo giá trị đặt. Điều này phù hợp với chất lượng của bộ điều khiển đã được kiểm chứng tại [3] từ đó cho thấy hai bài toán động học đều được giải một cách chính xác và hoạt động hiệu quả khi ghép với bộ điều khiển.

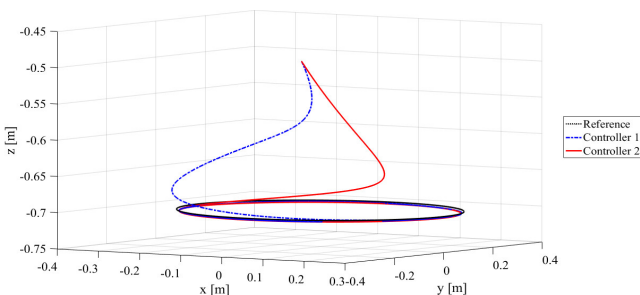


Hình 7. Đáp ứng đầu ra trong không gian biến khớp

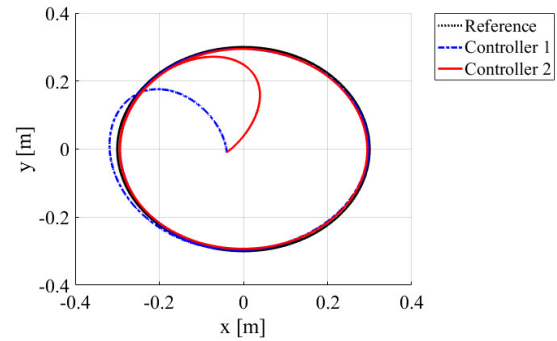


Hình 8. Đáp ứng đầu ra trong không gian làm việc

Sự chuyển động của khâu tác động cuối trong không gian 3D và 2D cũng được mô tả trong hình 9 và 10 nhờ các kết quả đầu ra bài toán động học thuận. Với việc chuyển động khâu tác động cuối của Robot bám theo quỹ đạo đặt hình tròn, phương pháp tính toán hình học giải tích để xuất đã cho thấy khả năng tính toán và mô phỏng chính xác chuyển động của Robot.



Hình 9. Đáp ứng quỹ đạo khâu tác động cuối trong không gian 3D



Hình 10. Đáp ứng quỹ đạo khâu tác động cuối trong không gian 2D

6. KẾT LUẬN

Bài báo đã trình bày một giải pháp cho bài toán động học robot song song 3 bậc tự do theo hướng hình học giải tích dựa trên các lý thuyết về phương trình đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Kết quả mô phỏng cho thấy so với phương pháp số, phương pháp hình học giải tích cho kết quả hoàn toàn tương đồng và chính xác dù không cần phải xác định ma trận Jaccobi. Vai trò của bài toán động học trong điều khiển robot cũng đã được trình bày và một cấu trúc điều khiển được mô phỏng cho thấy phương pháp hình học giải tích hoạt động hiệu quả cho bài toán động học khi các hình ảnh chuyển động của robot được vẽ lại đúng như chất lượng mà bộ điều khiển đưa ra. Với phương pháp hình học giải tích, bài toán động học hoàn toàn có thể được áp dụng trong nhiều cấu trúc điều khiển khác nhau cho robot, từ đó đem lại lợi thế về tốc độ tính toán trong điều khiển.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Aguilar-Mejia O., Escorcía-Hernandez J. M., Tapia-Olvera R., Minor-Popocatl H., Valderrabano-Gonzalez A., 2019. *Adaptive control of 3-DOF Delta parallel robot*. In 2019 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC), pp. 1-6.
- [2]. De Wit C. C., Siciliano B., Bastin G., 2012. *Theory of robot control*. Springer Science & Business Media.
- [3]. Dung D. N., 2018. *Inverse dynamics and motion control of spatial delta parallel robots*. Doctoral Thesis, Vietnam Academy of Science and Technology.
- [4]. Xu Q., Li Y., 2005. *Dynamic Analysis of a Modified DELTA Parallel Robot for Cardiopulmonary Resuscitation*. In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 233-238.
- [5]. Boudjedir C. E., Boukhetala D., 2021. *Adaptive robust iterative learning control with application to a Delta robot*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, vol. 235, no. 2, pp. 207-221.
- [6]. Pham P. C., Kuo Y. L., 2022. *Robust adaptive finite-time synergetic tracking control of delta robot based on radial basis function neural networks*. Applied Sciences, vol. 12, no. 21, pp. 10861.

AUTHORS INFORMATION

Hoang Duy, Pham Ngoc Thanh

International School, Vietnam National University, Hanoi