

TỔNG HỢP BỘ ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT ĐẦU CUỐI NHANH CHO HỆ TRUYỀN ĐỘNG BĂNG VẬT LIỆU ĐÀN HỒI

DESIGN FAST TERMINAL SLIDING MODE CONTROLLER OF WINDING SYSTEMS FOR ELASTIC WEBS

Trần Xuân Tình^{1,*}, Phạm Tuấn Thành²

DOI: <https://doi.org/10.57001/huih5804.82>

TÓM TẮT

Bài báo trình bày kết quả tổng hợp bộ điều khiển trượt đầu cuối nhanh trên cơ sở bất đẳng thức ma trận tuyến tính kết hợp bộ quan sát hệ số khuếch đại cao cho hệ truyền động băng vật liệu đàn hồi. Các kết quả được khảo sát đánh giá bằng mô phỏng trên phần mềm Matlab-Simulink cho thấy bộ điều khiển này đảm bảo được các yêu cầu chất lượng ngay cả khi hệ thống chịu ảnh hưởng của các yếu tố phi tuyến tác động.

Từ khóa: Nhiều động cơ, điều khiển trượt đầu cuối, bất đẳng thức ma trận.

ABSTRACT

The paper presents the results of fast terminal sliding mode controller based on linear matrix inequality with high gain observer winding systems for elastic webs. The results surveyed and evaluated by simulation on Matlab-Simulink software show that the controller ensures the quality requirements in the system under the influence of nonlinear factors as causing the mechanical structure.

Keywords: Backstepping controller, Receding Horizon Optimal, aircraft, altitude, flight path angle.

¹Học viện Phòng không - Không quân

²Học viện Kỹ thuật Quân sự

*Email: tinhpk79@gmail.com

Ngày nhận bài: 05/10/2022

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 15/12/2022

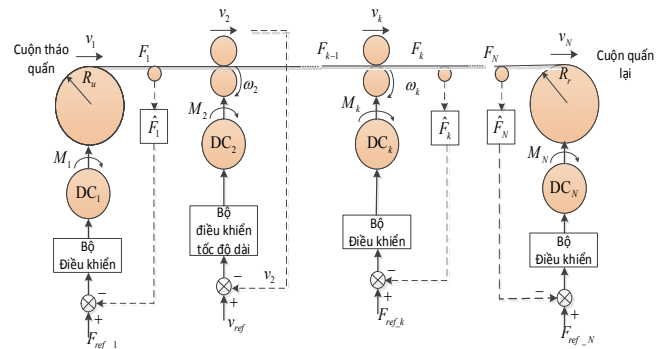
Ngày chấp nhận đăng: 23/12/2022

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Hệ truyền động (HTĐ) nhiều động cơ ứng dụng trong các dây chuyền công nghiệp và quốc phòng là hệ động lực học phi tuyến, chứa các liên hệ chéo; các mối liên hệ này làm cho mô hình của đối tượng điều khiển trở nên phi tuyến. Trong điều khiển HTĐ vật liệu đàn hồi nhiều động cơ, việc kiểm soát lực căng trên băng vật liệu là một vấn đề khó. Các bộ điều khiển (BĐK) này liên tục được nghiên cứu phát triển từ đơn giản như PID đến phức tạp như logic mờ [6], mạng nơ ron [7], điều khiển tối ưu, và điều khiển bền vững [8]. Tuy nhiên để tăng năng suất, cải thiện về chất lượng sản phẩm vẫn cần có bộ điều khiển bền vững với nhiễu. BĐK trượt đầu cuối nhanh trên cơ sở bất đẳng thức ma trận tuyến tính LMI-FTSM (Linear matrix inequalities-Fast Terminal Sliding Mode) kết hợp bộ quan sát HGO (High gain observer) đã cho chất lượng tốt, hạn chế được các tác động của nhiễu.

2. XÂY DỰNG MÔ HÌNH CƠ HỆ

Xét một mô hình hệ truyền động băng vật liệu đàn hồi gồm N động cơ dẫn động, vừa bám theo tốc độ dài của động cơ chính vừa đảm bảo lực căng trên dải băng theo yêu cầu công nghệ như hình 1. Ở đây lò dẫn 2 đặt tốc độ dài cho cả hệ thống, các lò dẫn khác đảm bảo lực căng và bám theo tốc độ dài đã được đặt.



Hình 1. Mô hình cơ hệ đàn hồi hai động cơ

Ở đây, M_{mk} , M_k là mômen động cơ và lò dẫn; ω_{mk} , ω_k là tốc độ góc trục động cơ và lò dẫn; F_k là lực căng của dải vật liệu; v_k là tốc độ dài của dải vật liệu chạy qua. Chỉ số k tương ứng của trục truyền động thứ k trong hệ. Theo [1] giữa động cơ và lò dẫn có đàn hồi và ma sát, mômen xoắn được xác định:

$$M_{sk} = c(\varphi_{mk} - \varphi_k) + b(\omega_{mk} - \omega_k) \tag{1}$$

Đạo hàm hai vế của (1) và trên thực tế, các khớp nối từ động cơ đến tải có hệ số ma sát nhớt không đáng kể nên có thể bỏ qua ($b \approx 0$) nên ta có:

$$\dot{M}_{sk} = c(\omega_{mk} - \omega_k) \tag{2}$$

Từ [2] có hệ phương trình trạng thái của động cơ thứ k trên hệ truyền động băng vật liệu:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_{mk} = -\frac{R_{mk}}{J_{mk}} M_{sk} + \frac{R_{mk}}{J_{mk}} M_{mk} \\ \dot{M}_{sk} = \frac{c}{R_{mk}} v_{mk} - \frac{c}{R_{mk}} v_k \\ \dot{v}_k = -\frac{B_k}{J_k} v_k + \frac{R_k}{J_k} M_{sk} + \frac{R_k^2}{J_k} (F_k - F_{k-1}) \\ \dot{F}_k = \frac{ES}{L_k} v_k - \frac{ES}{L_k} v_{k+1} \end{cases} \tag{3}$$

Trong đó: R_k, R_{mk} là bán kính trục lô và trục động cơ; L_k là khoảng cách giữa hai trục thứ k và $k+1$; J_k, J_{mk} là mômen quán tính của lô và động cơ; B_k là hệ số ma sát trượt; E là hằng số đàn hồi của vật liệu; S là tiết diện ngang của băng vật liệu.

3. TỔNG HỢP BỘ QUAN SÁT LỰC CĂNG HGO

Việc đo lực căng trên dải băng vật liệu có thể dùng cảm biến Load cell. Trong trường hợp việc đo lực căng gặp khó khăn hoặc tiết kiệm chi phí có thể sử dụng bộ quan sát HGO để ước lượng. Theo [3] với hệ phi tuyến:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{u}, \mathbf{x}) + \boldsymbol{\varepsilon} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} \quad (4)$$

Với $\boldsymbol{\varepsilon}$ là một hàm bị chặn, phụ thuộc vào các tham số bất định. Bộ quan sát HGO cho hệ (2) được xác định như sau:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\mathbf{u}, \hat{\mathbf{x}}) - \theta \Lambda^+(\hat{\mathbf{x}}) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{C}(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}) \quad (5)$$

Trong đó: $\Delta_\theta = \text{blockdiag}(I_{p_k}, \frac{1}{\theta} I_{p_k}, \frac{1}{\theta^2} I_{p_k})$ với $\theta > 0$ là một số thực biểu thị tham số thiết kế của bộ quan sát. $\Lambda^+(\hat{\mathbf{x}})$ là nghịch đảo trái của khối ma trận đường chéo $\Lambda(\hat{\mathbf{x}})$ với:

$$\Lambda(\hat{\mathbf{x}}) = \text{blockdiag}\left(I_{p_k}, \frac{\partial f_1(\mathbf{u}, \hat{x}_1, \hat{x}_2)}{\partial \hat{x}_2}\right) \quad (6)$$

Ở đây, S là nghiệm dương của phương trình đại số Lyapunov

$$S + \mathbf{A}^T S + S \mathbf{A} - \mathbf{C}^T \mathbf{C} = 0 \quad (7)$$

Ta có:

$$\theta \Lambda^+(\hat{\mathbf{x}}) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} \mathbf{C}^T = \begin{pmatrix} \theta C_2^1 I_{p_k} \\ \theta^2 C_2^2 \left[\frac{\partial f_1}{\partial \hat{x}_2}(\mathbf{u}, \mathbf{x}) \right]^+ \end{pmatrix} \quad (8)$$

Với $S(i, j) = (-1)^{i+j} C_{i+j-2, p_k}^{j-1}$ trong đó $C_j^i = \frac{j!}{i!(j-i)!}; 1 \leq i, j \leq 3$.

Đặt: $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [v_{mk} \ M_k \ v_k \ F_k]^T; u_k = M_{mk}$ và đưa về dạng ma trận có:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{mk}}{J_{mk}} x_2 + \frac{R_{mk}}{J_{mk}} u_k \\ \frac{c}{R_{mk}} x_1 - \frac{c}{R_{mk}} x_3 \\ \frac{R_k}{J_k} x_2 - \frac{B_k}{J_k} x_3 + \frac{R_k^2}{J_k} x_4 - \frac{R_k^2}{J_k} F_{k-1} \\ \frac{ES}{L_k} x_3 - \frac{ES}{L_k} v_{k+1} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\varepsilon} \\ \mathbf{y} = [0 \ 0 \ 0 \ 1] \mathbf{x} \end{cases} \quad (9)$$

Theo (3) và (6) có:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{mk}}{J_{mk}} \hat{x}_2 + \frac{R_{mk}}{J_{mk}} u_k \\ \frac{c}{R_{mk}} \hat{x}_1 - \frac{c}{R_{mk}} \hat{x}_3 \\ \frac{R_k}{J_k} \hat{x}_2 - \frac{B_k}{J_k} \hat{x}_3 + \frac{R_k^2}{J_k} \hat{x}_4 - \frac{R_k^2}{J_k} F_{k-1} \\ \frac{ES}{L_k} \hat{x}_3 - \frac{ES}{L_k} v_{k+1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_4^1 \theta I_{p_k} \mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}} \\ C_4^2 \theta^2 \frac{\partial \left(-\frac{R_{mk}}{J_{mk}} \hat{x}_2 + \frac{R_{mk}}{J_{mk}} u_k \right)}{\partial \hat{x}_2} \mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}} \\ C_4^3 \theta^3 \frac{\partial \left(\frac{c}{R_{mk}} \hat{x}_1 - \frac{c}{R_{mk}} \hat{x}_3 \right)}{\partial \hat{x}_3} \mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}} \\ C_4^4 \theta^4 \frac{\partial \left(\frac{R_k}{J_k} \hat{x}_2 - \frac{B_k}{J_k} \hat{x}_3 + \frac{R_k^2}{J_k} \hat{x}_4 - \frac{R_k^2}{J_k} F_{k-1} \right)}{\partial \hat{x}_4} \mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Từ (8) có:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = -\frac{R_{mk}}{J_{mk}} \hat{x}_2 + \frac{R_{mk}}{J_{mk}} u_k - 4\theta \tilde{x}_4 \\ \dot{\hat{x}}_2 = \frac{c}{R_{mk}} \hat{x}_1 - \frac{c}{R_{mk}} \hat{x}_3 + 6\theta^2 \frac{R_{mk}}{J_{mk}} \tilde{x}_4 \\ \dot{\hat{x}}_3 = \frac{R_k}{J_k} \hat{x}_2 - \frac{B_k}{J_k} \hat{x}_3 + \frac{R_k^2}{J_k} \hat{x}_4 - \frac{R_k^2}{J_k} F_{k-1} + 4\theta^3 \frac{c}{R_{mk}} \tilde{x}_4 \\ \dot{\hat{x}}_4 = \frac{ES}{L_k} \hat{x}_3 - \frac{ES}{L_k} v_{k+1} + \theta^4 \frac{R_k^2}{J_k} \tilde{x}_4 \end{cases} \quad (11)$$

Từ (9) có bộ quan sát lực căng:

$$\dot{\hat{x}}_4 = \frac{ES}{L_k} \left(-\frac{J_k}{B_k} \dot{\hat{x}}_3 + \frac{R_k}{B_k} \left[\frac{J_{mk}}{R_{mk}} \left(-\dot{\hat{x}}_1 + \frac{R_{mk}}{J_{mk}} u_k - 4\theta \tilde{x}_4 \right) \right] \right) + \frac{R_k^2}{B_k} \hat{x}_4 - \frac{R_k^2}{B_k} F_{k-1} + 4\theta^3 \frac{c J_k}{B_k R_{mk}} \tilde{x}_4 - \frac{ES}{L_k} v_{k+1} + \theta^4 \frac{R_k^2}{J_k} \tilde{x}_4 \quad (12)$$

4. TỔNG HỢP BỘ ĐIỀU KHIỂN LMI-FTSM

Hệ thống (1) với x_1, x_3 có thể đo được và x_4 ước lượng thông qua bộ quan sát HGO được về dạng sau:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{\hat{x}}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{R_{mk}}{J_{mk}} & 0 & 0 \\ \frac{c}{R_{mk}} & 0 & -\frac{c}{R_{mk}} & 0 \\ 0 & \frac{R_k}{J_k} & -\frac{B_k}{J_k} & \frac{R_k^2}{J_k} \\ 0 & 0 & \frac{ES}{L_k} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \hat{x}_4 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{R_{mk}}{J_{mk}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{d}(t) \quad (13)$$

$$\text{Với } \mathbf{d}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{R_k^2}{J_k} F_{k-1} \\ -\frac{ES}{L_k} v_{k+1} \end{bmatrix}; \mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{R_{mk}}{J_{mk}} & 0 \\ \frac{c}{R_{mk}} & 0 & -\frac{c}{R_{mk}} \\ 0 & \frac{R_k}{J_k} & -\frac{B_k}{J_k} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{R_k^2}{J_k} \end{bmatrix}; \mathbf{A}_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{ES}{L_k} \end{bmatrix}; \mathbf{A}_{22} = 0;$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{R_{mk}}{J_{mk}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{C} = [0 \ 0 \ 0 \ 1];$$

$$\text{Đặt } \mathbf{z}_1 = [x_1 \ x_2 \ x_3]; \mathbf{z}_2 = \hat{x}_4 \quad (14)$$

Hệ thống (1) được viết lại thành:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}_1 = \mathbf{A}_{11}\mathbf{z}_1 + \mathbf{A}_{12}\mathbf{z}_2 \\ \dot{\mathbf{z}}_2 = \mathbf{A}_{21}\mathbf{z}_1 + \mathbf{A}_{22}\mathbf{z}_2 + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{d}(t) \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{z} \end{cases} \quad (15)$$

Đặt $\mathbf{e} = \mathbf{z} - \mathbf{z}_{ref}$ khi đó chọn mặt trượt:

$$S(\mathbf{e}) = \mathbf{\Pi}\mathbf{e} - \mathbf{A}_{12}^T \mathbf{P}\mathbf{v}(\mathbf{e}_1) \quad (16)$$

Trong đó, $\mathbf{\Pi} = [\mathbf{H} \ \mathbf{I}]$ với \mathbf{H} là ma trận 3x1, \mathbf{I} là ma trận 3x3 $v(\mathbf{e}_1) = -\rho|\mathbf{e}_1|^{\eta-1}$

Xét hệ (15) và giả sử rằng \bar{c} và k là các hằng số dương, trong đó $\|f(t)\| \leq \bar{c}$; $\|\mathbf{e}\| \geq k$. Nếu có các số $\rho > 0$, $\mu_1 > 0$ và $\mu_2 > 0$ và các ma trận $\mathbf{X} > 0$, $\mathbf{Q} > 0$, $\mathbf{W} > 0$, $\mathbf{G} > 0$ và \mathbf{Y} với kích thước phù hợp để đáp ứng các điều kiện LMI tiếp theo:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11}\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{A}_{11}^T - \mathbf{A}_{12}\mathbf{Y} - \mathbf{Y}^T\mathbf{A}_{12}^T + \mathbf{Q} & \mathbf{X} \\ \mathbf{X} & -\mathbf{W} \end{bmatrix} < 0 \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} -2\rho\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{12}^T & \mathbf{X} \\ \mathbf{X} & \mathbf{G} \end{bmatrix} < 0; \quad \mu_1 \mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{Q} < 0; \mu_2 \mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{W} > 0;$$

$$\mu_1 - \frac{\bar{c}}{k^2} \mu_2 > 0 \quad (18)$$

Thì hệ (15) sẽ ổn định tiệm cận với thời gian hữu hạn và sai lệch $\|\mathbf{e}_1(t)\| \geq k$

Chứng minh:

Đặt $\mathbf{P} = \mathbf{X}^{-1}$ và $\mathbf{H} = \mathbf{Y}\mathbf{X}^{-1}$, \mathbf{P} là ma trận đối xứng xác định dương. Chọn hàm ứng viên Lyapunov như sau:

$$V_1(\mathbf{e}_1) = \mathbf{e}_1^T \mathbf{P}\mathbf{e}_1 \Rightarrow \dot{V}_1(\mathbf{e}_1) = \mathbf{e}_1^T \dot{\mathbf{P}}\mathbf{e}_1 + \dot{\mathbf{e}}_1^T \mathbf{P}\mathbf{e}_1 \quad (19)$$

Từ (15) có:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_1 &= \mathbf{A}_{11}\mathbf{z}_1 + \mathbf{A}_{12}\mathbf{z}_2 \Rightarrow \dot{\mathbf{e}}_1 - \dot{\mathbf{z}}_{ref1} = \mathbf{A}_{11}\mathbf{z}_1 + \mathbf{A}_{12}\mathbf{z}_2 \\ \Leftrightarrow \dot{\mathbf{e}}_1 &= \mathbf{e}_1(\mathbf{A}_{11} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{12}) + \mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{12}^T \mathbf{P}\mathbf{v}(\mathbf{e}_1) + \zeta(t) \end{aligned} \quad (20)$$

Trong đó: $\zeta(t) = \mathbf{A}_{11}\mathbf{z}_{ref1} + \mathbf{A}_{12}\mathbf{z}_{ref2} - \dot{\mathbf{z}}_{ref1}$

Thay (20) vào (19) ta có:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\mathbf{e}_1) &= \mathbf{e}_1^T \mathbf{P}[\mathbf{e}_1(\mathbf{A}_{11} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{12}) + \mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{12}^T \mathbf{P}\mathbf{v}(\mathbf{e}_1)] \\ &+ [\mathbf{e}_1(\mathbf{A}_{11} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{12}) + \mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{12}^T \mathbf{P}\mathbf{v}(\mathbf{e}_1)]^T \mathbf{P}\mathbf{e}_1 \\ &+ \mathbf{e}_1^T \mathbf{P}\zeta(t) + \zeta^T(t) \mathbf{P}\mathbf{e}_1 \end{aligned} \quad (21)$$

Dựa trên Bổ đề 1 [4], thu được các bất đẳng thức sau:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1^T(t) \mathbf{P}\zeta(t) + \zeta^T(t) \mathbf{P}\mathbf{e}_1(t) &\leq \mathbf{e}_1^T(t) \mathbf{P}\mathbf{Q}\mathbf{P}\mathbf{e}_1(t) + \zeta^T(t) \mathbf{Q}^{-1} \zeta(t) \\ &\leq \mathbf{e}_1^T(t) \mathbf{P}\mathbf{Q}\mathbf{P}\mathbf{e}_1(t) + \bar{c}^2 \lambda_{\max}(\mathbf{Q}^{-1}) \end{aligned} \quad (22)$$

Trong đó, \mathbf{Q} là ma trận xác định dương tùy ý và $\lambda_{\max}(\mathbf{Q}^{-1})$ là giá trị riêng lớn nhất của \mathbf{Q}^{-1} . Thay thế (22) vào (21) theo đó:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\mathbf{e}_1) &\leq \mathbf{e}_1^T (\mathbf{P}(\mathbf{A}_{11} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{12}) + (\mathbf{A}_{11} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{12})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{Q}\mathbf{P}) \mathbf{e}_1 \\ &+ \mathbf{e}_1^T \mathbf{P}\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{12}^T \mathbf{P}\mathbf{v}(\mathbf{e}_1) + \mathbf{v}^T(\mathbf{e}_1) \mathbf{P}\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{12}^T \mathbf{P}\mathbf{e}_1 + \bar{c}^2 \lambda_{\max}(\mathbf{Q}^{-1}) \end{aligned} \quad (23)$$

Với $\|\mathbf{e}_1\| \geq k \Rightarrow \frac{\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1}{k^2} \geq 1$ và $\mathbf{v}(\mathbf{e}_1) = -\rho|\mathbf{e}_1|^{\eta-1}$ thì (23) có thể viết lại:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\mathbf{e}_1) &\leq \mathbf{e}_1^T \times \left(\mathbf{P}\mathbf{A}_{11} - \mathbf{P}\mathbf{A}_{12}\mathbf{H} + \mathbf{A}_{11}^T \mathbf{P} - (\mathbf{H}\mathbf{A}_{12})^T \mathbf{P} \right) \mathbf{e}_1 \\ &+ \left(\mathbf{P}\mathbf{Q}\mathbf{P} + \frac{\bar{c}^2}{\rho^2} \lambda_{\max}(\mathbf{Q}^{-1}) \mathbf{I} \right) \mathbf{e}_1 \\ &- \mathbf{e}_1^T \mathbf{P}\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{12}^T \mathbf{P}\rho|\mathbf{e}_1|^{\eta-1} + \left(\rho|\mathbf{e}_1|^{\eta-1} \right)^T \mathbf{P}\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{12}^T \mathbf{P}\mathbf{e}_1 \end{aligned} \quad (24)$$

Giả sử rằng các bất đẳng thức sau đây được thỏa mãn:

$$\begin{aligned} 2\rho\mathbf{P}\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{12}^T \mathbf{P} > \mathbf{\Phi}^{-1} > 0; \\ \mathbf{P}(\mathbf{A}_{11} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{12}) + (\mathbf{A}_{11} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{12})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{Q}\mathbf{P} &\leq -\mathbf{W}^{-1} \end{aligned} \quad (25)$$

Khi đó (24) có thể viết:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\mathbf{e}_1) &\leq \mathbf{e}_1^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_1^T + \frac{\bar{c}^2}{k^2} \lambda_{\max}(\mathbf{Q}^{-1}) \|\mathbf{e}_1\|^{\eta-1} - \mathbf{e}_1^T \mathbf{\Phi}^{-1} \|\mathbf{e}_1\|^{\eta-1} \\ &\leq - \left(\lambda_{\min}(\mathbf{W}^{-1}) - \frac{\bar{c}^2}{k^2} \lambda_{\max}(\mathbf{Q}^{-1}) \right) \|\mathbf{e}_1\|^{\eta} - \lambda_{\min}(\mathbf{\Phi}^{-1}) \|\mathbf{e}_1\|^{\eta} \end{aligned} \quad (26)$$

Trong đó $\lambda_{\min}(\cdot)$ là giá trị riêng nhỏ nhất. Khi đó (26) có thể viết lại như sau:

$$\dot{V}_1(\mathbf{e}_1) \leq -\alpha_1 V_1(\mathbf{e}_1) - \beta_1 V_1^{\eta_1}(\mathbf{e}_1) \quad (27)$$

$$\text{Với } \alpha_1 = \frac{\lambda_{\min}(\mathbf{W}^{-1}) - \left(\frac{\bar{c}^2}{\rho^2} \right) \lambda_{\max}(\mathbf{Q}^{-1})}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})}; \beta_1 = \lambda_{\min}(\mathbf{\Phi}^{-1}) \left(\frac{1}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})} \right)^{\eta_1};$$

$$\eta_1 = \frac{\eta}{2}$$

Kết hợp với (6) có:

$$\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - \frac{\bar{c}^2}{k^2} \lambda_{\max}(\mathbf{W}) > 0 \Leftrightarrow \lambda_{\min}(\mathbf{W}^{-1}) - \frac{\bar{c}^2}{k^2} \lambda_{\max}(\mathbf{Q}^{-1}) > 0$$

Suy ra $\alpha_1 > 0$. Giả sử $\mathbf{X} = \mathbf{P}^{-1}$ và nhân \mathbf{X} vào trước và sau các số hạng của (25) ta được:

$$\mathbf{A}_{11}\mathbf{X} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{12}\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{A}_{11}^T - (\mathbf{H}\mathbf{A}_{12}\mathbf{X})^T + \mathbf{Q} \leq -\mathbf{X}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{X} \quad (28)$$

Đặt $\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X}$ khi đó từ (22) suy ra được (5) và nếu có điều kiện LMI (6) thì (18) thỏa mãn. Từ (21) cho thấy nếu $\|\mathbf{e}_1\| \geq k$ thì $\dot{V}_1(\mathbf{e}_1) \leq 0$ khi đó sai lệch $\mathbf{e}_1(t)$ sẽ tiệm cận về 0, nằm trong vùng không gian $\Omega_1 = \{\mathbf{e}_1(t) : \|\mathbf{e}_1(t)\| \leq k\}$ với thời gian hữu hạn t_{r1} , theo Bổ đề 2 [5] là:

$$t_{r1} = \frac{1}{\alpha_1(1-\eta_1)} \ln \frac{\alpha_1 V_1^{1-\eta_1}(t_0) + \beta_1}{\beta_1} \quad (29)$$

Kết luận: Nếu BDK thỏa mãn điều kiện LMI đã đặt ra thì sai lệch $\mathbf{e}_1(t)$ sẽ tiệm cận về 0 trong thời gian hữu hạn.

Cũng có thể rút ra từ (16) rằng $\mathbf{e}_2(t)$ sẽ tiến tới vùng lân cận 0 $\Omega_2 = \{\mathbf{e}_2(t) : \|\mathbf{e}_2(t)\| \leq \|\mathbf{H}\|r + \rho\|\mathbf{A}_{12}^T\mathbf{P}\|k^{\eta-1}\}$ trong thời gian hữu hạn t_{r2} . Để thực hiện điều đó, tiến hành chọn luật điều khiển như sau:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_n(t) - \mathbf{B}^{-1}\mathbf{u}_s(t) \quad (30)$$

$$\mathbf{u}_n(t) = -\mathbf{B}^{-1} \left(\mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{z} - \mathbf{A}_{12}^T\mathbf{P} \frac{d\mathbf{v}(\mathbf{e}_1)}{dt} - \mathbf{P}\mathbf{z}_{ref} \right); \quad (31)$$

$$\mathbf{u}_s(t) = \bar{d} \text{sgn}(\mathbf{S}(\mathbf{e})) + \sigma \text{sgn}(\mathbf{S}(\mathbf{e})) \|\mathbf{S}(\mathbf{e})\|^{\eta} + \gamma \mathbf{S}(\mathbf{e}) \quad (32)$$

Với σ, γ là các hằng số dương; $\bar{d} \geq (\mathbf{d}(t))_{\max}$ là giá trị chặn trên của hàm $\mathbf{d}(t)$

Chứng minh: Chúng ta đi chứng minh với luật điều khiển đã chỉ ra hệ thống sẽ tiến về mặt trượt (16) và nằm trên đó trong thời gian hữu hạn.

Xét hàm xác định dương sau:

$$V_2(\mathbf{S}(\mathbf{e})) = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T(\mathbf{e})\mathbf{S}(\mathbf{e})$$

$$\dot{V}_2(\mathbf{S}(\mathbf{e})) = \mathbf{S}^T(\mathbf{e})\dot{\mathbf{S}}(\mathbf{e})$$

$$\begin{aligned} &= \mathbf{S}^T(\mathbf{e}) \left(\mathbf{H}\dot{\mathbf{z}}_1 - \mathbf{A}_{12}^T\mathbf{P} \frac{d\mathbf{v}(\mathbf{e}_1)}{dt} + \mathbf{A}_{21}\mathbf{z}_1 \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{A}_{22}\mathbf{z}_2 + \mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{H}\dot{\mathbf{z}}_{1ref} - \dot{\mathbf{z}}_{2ref} + \mathbf{d}(t) \right) \\ &= \mathbf{S}^T(\mathbf{e}) \left(\mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{z} - \mathbf{A}_{12}^T\mathbf{P} \frac{d\mathbf{v}(\mathbf{e}_1)}{dt} + \mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{P}\mathbf{z}_{ref} + \mathbf{d}(t) \right) \end{aligned} \quad (33)$$

Thay (30) đến (32) vào (33) ta được:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(\mathbf{S}(\mathbf{e})) &= \mathbf{S}^T(\mathbf{e}) \sigma \text{sgn}(\mathbf{S}(\mathbf{e})) \|\mathbf{S}(\mathbf{e})\|^{\eta} \\ &\quad - \mathbf{S}^T(\mathbf{e}) \gamma \mathbf{S}(\mathbf{e}) - \mathbf{S}^T(\mathbf{e}) \bar{d} \text{sgn}(\mathbf{S}(\mathbf{e})) + \mathbf{S}^T(\mathbf{e}) \mathbf{d}(t) \end{aligned}$$

Vi rằng $\bar{d} \geq (\mathbf{d}(t))_{\max}$ nên có:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(\mathbf{S}(\mathbf{e})) &\leq -\lambda_{\min}(\gamma) \|\mathbf{S}(\mathbf{e})\|^{\eta+1} - \lambda_{\min}(\sigma) \|\mathbf{S}(\mathbf{e})\|^{\eta+1} \\ &= -\alpha_2 V_2(\mathbf{S}(\mathbf{e})) - \beta_2 V_2^{\eta_2}(\mathbf{S}(\mathbf{e})) \end{aligned}$$

Chọn $\alpha_2 = 2\lambda_{\min}(\gamma) > 0, \beta_2 = 2^{(\eta+1)/2} \lambda_{\min}(\sigma) > 0, \eta_2 = (\eta+1)/2 < 1$. Theo Bổ đề 2 [5] hệ thống sẽ tiến về mặt trượt trong thời gian hữu hạn t_{r2} được xác định như sau:

$$t_{r2} = \frac{1}{\alpha_2(1-\eta_2)} \ln \frac{\alpha_2 V_2(\mathbf{S}(\mathbf{e}(t_0)))^{1-\eta_2} + \beta_2}{\beta_2}$$

$$\text{Với } V_2(\mathbf{S}(\mathbf{e}(t_0))) = (1/2) \mathbf{S}^T(\mathbf{e}(t_0))\mathbf{S}(\mathbf{e}(t_0))$$

Kết luận: Từ các kết quả chứng minh trên cho thấy các sai lệch $\mathbf{e}_1(t), \mathbf{e}_2(t)$ sẽ chuyển động tiệm cận về vùng lân cận gốc 0 trong khoảng thời gian hữu hạn $t_r = t_{r1} + t_{r2}$.

5. MÔ PHỎNG VÀ ĐÁNH GIÁ KẾT QUẢ

5.1. Tham số mô phỏng

Bán kính trục động cơ $R_{mk} = 0,1\text{m}$ bán kính lô $R_k = 0,15\text{m}$; độ cứng trục động cơ $c = 10^6\text{Nm}$, mômen quán tính lô $J_k = 50\text{kg/m}^2\text{s}$; chiều dài dải băng vật liệu $l = 1\text{m}$; diện tích ngang của băng vật liệu $S = 2.10^{-5}\text{m}^2$; hằng số đàn hồi của băng vật liệu $E = 1,6.10^5\text{N/m}^2$; hệ số ma sát trượt $B = 0,412\text{N.m.s}$

Dựa trên thông số thực tế của HTĐ hai động cơ tiến hành chọn: $\bar{d} = 5, \gamma = 20; \sigma = 200; \bar{c} = 0,2; k = 0,05; \eta = 0,6$.

Tính toán các ma trận $\mathbf{A}_{11}, \mathbf{A}_{12}, \mathbf{A}_{21}, \mathbf{A}_{22}$ và \mathbf{B} .

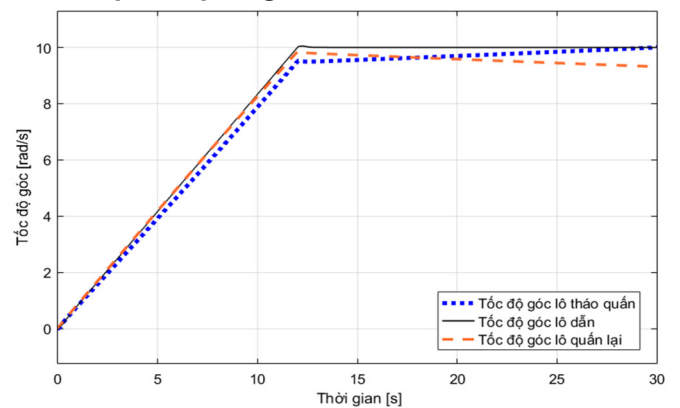
Giải điều kiện (17, 18) bằng LMI toolbox của Matlab xác định được:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0,04 & 0,04 & 0,04 \\ 0,04 & 0,114 & 0,04 \\ 0,04 & 0,04 & 0,108 \end{bmatrix}; \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1,0013 & 0 & 0 \\ 0 & 1,03 & 0 \\ 0 & 0 & 1,03 \end{bmatrix};$$

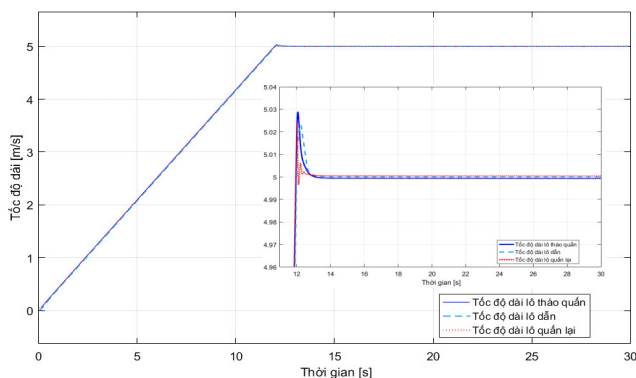
$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1,03 & 0 & 0 \\ 0 & 1,03 & 0 \\ 0 & 0 & 1,03 \end{bmatrix}; Y = 1,0e+07 * [0 \quad -4,4963 \quad 0];$$

Qua đó xác định được luật điều khiển u cho hệ điều khiển lực căng của động cơ thứ k .

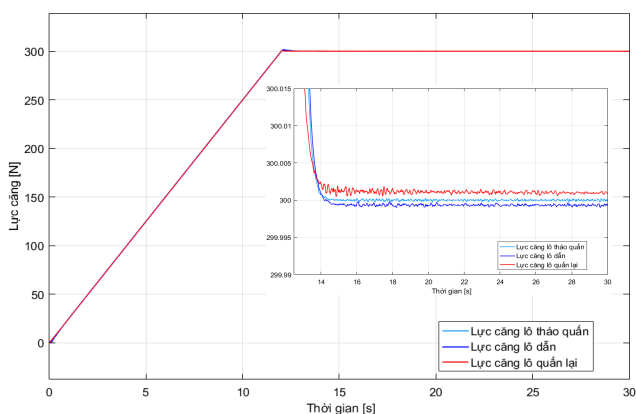
5.2. Kết quả mô phỏng



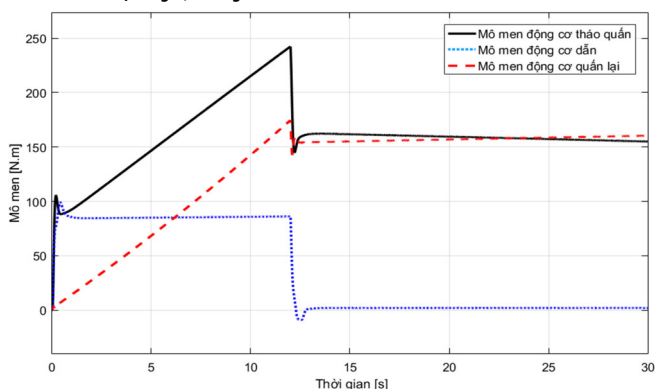
Hình 2. Đáp ứng tốc độ góc



Hình 3. Đáp ứng tốc dài



Hình 4. Đáp ứng lực căng



Hình 5. Đáp ứng mô men động cơ

Đặt tốc độ dài của băng vật liệu là 5m/s; lực căng trên băng là 300N. Tốc độ thay đổi lực căng được giới hạn bên trong ở mức 25N/s nên cần 12 giây để đạt 300N. Kết quả mô phỏng cho 3 động cơ: Động cơ tháo cuộn; động cơ dẫn; động cơ cuốn lại thể hiện trên hình 2 - 5.

Nhận xét:

- Kết quả mô phỏng cho thấy tốc độ góc của lô tháo cuộn tăng dần khi bán kính nhỏ lại, tốc độ góc lô quấn lại giảm dần khi bán kính tăng lên để đảm bảo tốc độ dài của băng vật liệu ổn định; trong khi đó tốc độ góc lô dẫn được giữ nguyên.

- Tốc độ dài và lực căng của băng vật liệu đúng bằng giá trị đặt với sai số rất nhỏ, đảm bảo được ổn định, giúp nâng cao chất lượng hoạt động của hệ thống.

- Mô men của động cơ tháo cuộn ban đầu lớn do khối lượng vật liệu sau đó giảm dần, mô men động cơ quấn lại tăng dần.

5. KẾT LUẬN

Bài báo đã trình bày kết quả tổng hợp bộ điều khiển LMI-FTSM cho hệ cơ điện truyền động băng vật liệu đàn hồi nhiều động cơ. Phần trình bày được bắt đầu từ việc xây dựng mô hình cơ hệ, đặt điều kiện LMI, chứng minh điều kiện, xây dựng mô hình mô phỏng, kiểm nghiệm bằng phần mềm Matlab-Simulink. Qua kiểm tra cho thấy BDK đã nâng cao được chất lượng của hệ thống thông qua các tiêu chí đánh giá, đó là: tính bền vững với nhiễu, đảm bảo chính xác tốc độ dài, lực căng của băng vật liệu.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Tong Thi Ly, Nguyen Quang Dich, Ai J Q, 2019. *Tension Regulation of Roll-to-roll Systems with Flexible Couplings*. International Conference on System Science and Engineering (ICSSE)

[2]. Chen Chong, Liu Xingqiao. 2010. *Application of Fuzzy Control in Multi-motor Tension Control System*. International Conference on Intelligent System Design and Engineering Application.

[3]. Khalil.2008. *High-Gain Observers in Nonlinear Feedback Control*. In Proc. International Conference on Control, Automation and System, Seoul, Korea, pp. 10-16.

[4]. C. Scherer, S. Weiland. 2005. *Linear Matrix Inequalities in Control*. Dutch Institute of Systems and Control (DISC), The Netherlands.

[5]. J. Zhang. 2016. *Solving Linear Matrix Inequality (LMI) Problems*. Advances in Industrial Control, Springer International Publishing Switzerland, PP 203-224.

[6]. Fawzan Salem, E.H.E. Bayoumi. 2011. *Robust fuzzy-PID control of three-motor drive system using simulated annealing optimization*. Journal of Electrical Engineering.

[7]. Li Jinmei, Liu Xingqiao. 2008. *Application of an Adaptive Controller with a Single Neuron in Control of Multi-motor Synchronous System*. IEEE.

[8]. H. Koc, D. Knittel, M. D. Mathelin. 2000. *Robust gain-scheduled control of winding systems*. IEEE Conf. Decision and Control, Sidney, Australia.

AUTHORS INFORMATION

Tran Xuan Tinh¹, Pham Tuan Thanh²

¹Air Defense-Air Force Academy

²Military Technology Academy