

# XÂY DỰNG BỘ ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT TRÊN CƠ SỞ BẤT ĐẲNG THỨC MA TRẬN TUYẾN TÍNH CHO HỆ TRUYỀN ĐỘNG PHÁO PHÒNG KHÔNG

SYNTHESIS OF SLIDING CONTROLLER ON BASIS LINEAR MATRIX INEQUALITIES FOR AIR-ROD DRIVE SYSTEM

Nguyễn Ngọc Tuấn<sup>1</sup>, Tăng Thanh Lâm<sup>1</sup>,  
Trần Xuân Tình<sup>2,\*</sup>, Nguyễn Tuấn Anh<sup>2</sup>

## TÓM TẮT

Bài báo trình bày kết quả xây dựng bộ điều khiển trượt thời gian hữu hạn trên cơ sở bất đẳng thức ma trận tuyến tính LMI (Linear Matrix Inequalities) cho hệ truyền động pháo phòng không 57mm. Các kết quả kiểm nghiệm bằng mô phỏng trên phần mềm Matlab-Simulink cho thấy bộ điều khiển này đảm bảo được độ chính xác bám; ổn định tốc độ động cơ, tải; khử được dao động trong điều kiện hệ thống chịu ảnh hưởng của các yếu tố phi tuyến do cấu trúc phần cơ và xung lực khi bắn gây ra.

**Từ khóa:** Bộ điều khiển trượt, bất đẳng thức ma trận tuyến tính, hệ truyền động pháo phòng không.

## ABSTRACT

The paper presents the results of constructing finite time sliding controller on the basis of Linear Matrix Inequalities (LMI) for 57mm anti-aircraft gun drive system. The simulation test results on Matlab-Simulink software show that this controller ensures the grip accuracy; stabilize engine speed, load; eliminates vibrations under system conditions influenced by nonlinear factors caused by mechanical structure and firing impulses.

**Keywords:** Sliding controller, Linear Matrix Inequalities, anti-aircraft gun drive system.

<sup>1</sup>Học viện Kỹ thuật Quân sự

<sup>2</sup>Học viện Phòng không Không quân

\*Email: tinhpk79@gmail.com

Ngày nhận bài: 09/10/2020

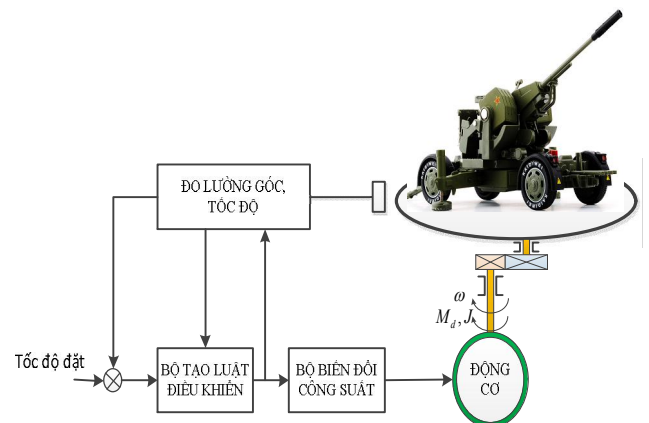
Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 10/11/2020

Ngày chấp nhận đăng: 23/12/2020

## 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Hiện nay, đối với tác chiến hiện đại, pháo phòng không vẫn là bộ phận không thể thiếu tạo nên lưới lửa phòng không tầm thấp hiệu quả, số lượng pháo 57mm trong biên chế lực lượng phòng không Việt Nam là tương đối lớn, vì vậy yêu cầu đặt ra là cần nâng cấp, hiện đại hóa pháo phòng không 57mm để đáp ứng tốt hơn những yêu cầu của chiến

tranh công nghệ cao. Hướng nghiên cứu chính là tập trung vào việc khắc phục những nhược điểm của bộ điều khiển hiện có, đó là tính tác động nhanh, độ ổn định tốc độ quay của pháo khi có nhiễu tác động. Để đáp ứng điều đó cần có bộ điều khiển có tính bền vững cao. Qua khảo sát cho thấy bộ điều khiển trượt nhanh LMI cho kết quả tốt ngay cả khi có các yếu tố phi tuyến tác động [3, 4, 5].



Hình 1. Sơ đồ khối chức năng hệ truyền động pháo phòng không bám sát góc quay hướng

## 2. XÂY DỰNG MÔ HÌNH CƠ HỆ

Phương trình mô tả chuyển động của đối tượng điều khiển có dạng:

$$M_{dc} = J_{eq} \frac{d\omega}{dt} + M_c \tag{1}$$

Trong đó:  $M_{dc}$ : Mô men động cơ (N.m)

$M_c$ : Mô men cản (N.m)

$J_{eq}$ : Mô men quán tính của động cơ (Kg.m<sup>2</sup>)

Lực ma sát trên ổ khớp và phần quay có thể quy đổi về mô men cản tác động lên trục quay phía tải:

$$M_{ms} = (M_{c0} \text{sign}\phi + M_{c1} \frac{d\phi}{dt}) \tag{2}$$

Trong đó:  $M_{c0}$ : Hệ số ma sát tĩnh, dấu phụ thuộc vào chiều chuyển động;

$M_{c1}$ : Hệ số ma sát động phụ thuộc vào tốc độ chuyển động.

Nếu hệ truyền động ứng dụng trên các hệ thống vũ khí, thì khi bắn sẽ sinh ra các xung lực (phản lực) tác động lên phần quay. Thành phần này xuất hiện có tính ngẫu nhiên, đột biến, và có giá trị giới hạn, ta ký hiệu  $M_{cxl}$ . Như vậy các thành phần cản trở chuyển động của cơ cấu góc quay là:

$$M_c = M_{ms} + M_{cxl} \tag{3}$$

Phương trình mô men điện từ sinh ra bởi động cơ chấp hành kích từ độc lập có dạng:

$$M_{dc} = K_i i_u \tag{4}$$

Vòng dòng điện phản ứng có phương trình:

$$u = R_u i_u + L_u \frac{di_u}{dt} + e_b \tag{5}$$

$$e_b = K_b \frac{d\theta}{dt} \tag{6}$$

$$L_u \frac{di_u}{dt} = -R_u i_u - K_b \omega + u \tag{7}$$

Đặt các biến trạng thái:

- Tốc độ góc  $x_1 = \frac{d\phi}{dt} = \omega$

- Dòng điện phản ứng của động cơ  $x_2 = i_u$ .

Hệ phương trình trạng thái của cơ hệ:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{1}{J_{eq}} M_{c1} x_1 + \frac{K_i}{J_{eq}} x_2 - \frac{1}{J_{eq}} (M_{c0} \text{sign}\phi - M_{cxl}) \\ \dot{x}_2 = -\frac{K_b}{L_u} x_1 - \frac{R_u}{L_u} x_2 + \frac{1}{L_u} u \end{cases} \tag{8}$$

Đặt ma trận:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J_{eq}} M_{c1} & \frac{K_i}{J_{eq}} \\ \frac{K_b}{L_u} & -\frac{R_u}{L_u} \end{bmatrix}; \tag{9}$$

$$B = [B_{11} \ B_{12}]^T = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L_u} \end{bmatrix}^T \tag{9}$$

$$f(x, t) = -\frac{1}{J_{eq}} (M_{c0} \text{sign}\phi - M_{cxl}) \tag{10}$$

Phương trình trạng thái dạng tổng quát:

$$\dot{x} = A.x + B.u + f(x, t) \tag{11}$$

với  $x = [x_1 \ x_2]^T$

Chọn mặt trượt có dạng:

$$s(e) = \Lambda e \tag{12}$$

Trong đó,  $\Lambda = [F, g]$  và  $e = [e_1 \ e_2]^T$  với  $e_1 = x_1 - x_{m1}; e_2 = x_2 - x_{m2}$  (13)

$x_{m1}; x_{m2}$  là quỹ đạo mong muốn, F là vecto hệ số khuếch đại, g là hằng số.

Khi đạt đến điều kiện trượt  $s(e) = 0$  ta có:

$$e_2 = -g^{-1} F e_1 \tag{14}$$

Sai số của hệ thống theo (11), (13), (14) có:

$$\dot{e}_1 = (A_{11} - A_{12} g^{-1} F) e_1 + A_{11} x_{m1} + A_{12} x_{m2} - \dot{x}_{m1} \tag{15}$$

Giả thiết rằng luật điều khiển  $u_m$  đảm bảo cho:

$$\dot{x}_{m1} = A_{11} x_{m1} + A_{12} x_{m2} \tag{16}$$

Từ (15) và (16) có sai số của hệ kín:

$$\dot{e}_1 = (A_{11} - A_{12} g^{-1} F) e_1 \tag{17}$$

Sử dụng bất đẳng thức ma trận tuyến tính LMI để thiết kế mặt trượt. Theo [2] với  $g > 0$  và ma trận X, Y, W > 0 nếu bất đẳng thức LMI sau thỏa mãn thì hệ thống sẽ ổn định:

$$\begin{pmatrix} A_{11}X - A_{12}Y + XA_{11} - Y^T A_{12} & X \\ X & -W \end{pmatrix} < 0 \tag{18}$$

Trong đó, các ma trận X, Y, W là các ma trận điều kiện của bất đẳng thức ma trận LMI, sẽ được tìm dựa vào ma trận A, B và điều kiện (18).

Với P là ma trận xác định dương  $P = X^{-1}; F = gYX^{-1}$  thì sai số của hệ thống sẽ tiến tới lân cận gốc 0.

Chứng minh: Chọn hàm Lyapunov của hệ thống dạng:

$$V_1(e_1) = e_1^T P e_1 \tag{19}$$

Theo (15)

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(e_1) &= e_1^T \dot{P} e_1 + \dot{e}_1^T P e_1 \\ &= e_1^T P (A_{11} - A_{12} g^{-1} F) e_1 + e_1^T (A_{11} - A_{12} g^{-1} F)^T P e_1 \end{aligned}$$

Giả sử bất đẳng thức sau thỏa mãn:

$$\begin{aligned} P(A_{11} - A_{12} g^{-1} F) + (A_{11} - A_{12} g^{-1} F)^T P &\leq -W^{-1} \\ \Rightarrow \dot{V}_1(e_1) &\leq -e_1^T W^{-1} e_1 \leq -\lambda_{\min}(W^{-1}) \|e_1\|^2 \\ \Rightarrow \dot{V}_1(e_1) &\leq -\alpha_1 V_1(e_1) \end{aligned} \tag{20}$$

Trong đó:  $\alpha_1 = \frac{\lambda_{\min}(W^{-1})}{\lambda_{\max}(P)}$

Như vậy với  $X = P^{-1}$

$$A_{11}X - A_{12}g^{-1}FX + XA_{11} - (A_{12}g^{-1}FX)^T \leq -XW^{-1}X$$

Thay  $Y = g^{-1}FX$  thì điều kiện của bất đẳng thức LMI được chứng minh.

Từ (14) có thể kết luận rằng khi chế độ trượt  $s(e) = 0$  được thỏa mãn, thì  $e_2(t)$  cũng sẽ hội tụ về vùng tiệm cận 0.

Chọn luật điều khiển để sai số trạng thái tiến đến mặt trượt trong thời gian hữu hạn.

$$u_{dk} = -(gB)^{-1} (\Lambda Ax - \Lambda \dot{x}_m + Q \operatorname{sgn}(s) + \gamma s + \sigma \operatorname{sgn}(s) |s|^\eta) \quad (21)$$

Trong đó,  $\sigma$  và  $\gamma$  là các hằng số dương.  $Q$  là vecto các giá trị chặn trên của  $g(f(x,t))$ .

Chứng minh: Chọn hàm xác định dương

$$V_2(s) = \frac{1}{2} s^T s \quad (22)$$

Đạo hàm (22) và qua biến đổi có:

$$\dot{V}_2(s) = s^T \dot{s} = s^T (\Lambda Ax + gBu + gf(x,t) - \Lambda \dot{x}_m) \quad (23)$$

Thay (21) vào (23) có:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(s) = s^T \dot{s} = & -s^T \sigma \operatorname{sgn}(s) |s|^\eta - s^T \gamma s \\ & - s^T Q \operatorname{sgn}(s) + s^T gf(x,t) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \dot{V}_2(s) \leq & -\lambda_{\min}(\gamma) (\|s\|)^2 - \lambda_{\min}(\sigma) (\|s\|)^{\eta+1} \\ = & -\alpha V_2(s) - \beta (V_2(s))^{\eta_2} \end{aligned} \quad (25)$$

Trong đó,  $\alpha = 2\lambda_{\min}(\gamma) > 0$ ,  $\beta = 2^{(\eta+1)/2} \lambda_{\min}(\sigma) > 0$  và  $\eta_2 = (\eta+1)/2 < 1$

Theo [1, 5] trạng thái của hệ thống sẽ tiến về mặt trượt trong thời gian hữu hạn:

$$t_r = \frac{1}{\alpha(1-\eta_2)} \ln \left( \frac{\alpha V_2(s(e(t_0)))^{1-\eta_2} + \beta}{\beta} \right) \quad (26)$$

### 3. MÔ PHỎNG VÀ ĐÁNH GIÁ KẾT QUẢ

#### 3.1. Tham số mô phỏng

Mô hình mô phỏng xét hệ truyền động quay có bán kính quay  $r_1 = 1m$ , vật nặng đặt tại điểm cuối có trọng lượng  $m_1 = 1700kg$ . Động cơ chấp hành một chiều kích từ nam châm vĩnh cửu có các tham số  $R_u = 5\Omega$ ,  $L_u = 0,2H$ ,  $K_b = 0,1V$ ,  $K_t = 0,1Nm/A$ , tỷ số truyền của hộp đổi tốc  $\frac{n_1}{n_2} = 1/1076$ , mô men quán tính của rô to  $J_{rotor} = 2.10^{-3} Kg m^2$ .

Thế các giá trị đã cho vào (9) ta tìm được ma trận các hệ số:

$$A = \begin{bmatrix} -6.10^5 & 50 \\ -0,5 & 25 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Dựa trên thông số thực tế của hệ truyền động tiến hành chọn:  $g = 5$ ;  $\gamma = 20$ ;  $\sigma = 200$ ;  $\eta = 0,6$ .

Giải điều kiện (5,6) bằng LMI toolbox của Matlab xác định được:

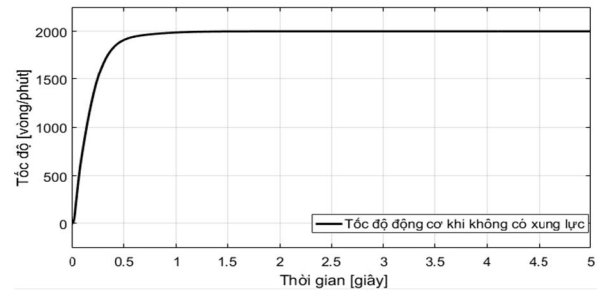
$$P = X^{-1} = \begin{bmatrix} 2,1 & -0,17 \\ -1,35 & 2,1 \end{bmatrix}; F = gYX^{-1} = \begin{bmatrix} 10,5 & -0,85 \\ -6,75 & 10,5 \end{bmatrix}$$

Qua đó xác định được luật điều khiển  $u_{dk}$ .

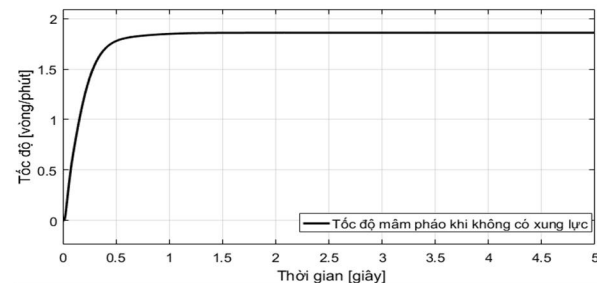
#### 3.2. Kết quả mô phỏng

Tiến hành đánh giá chất lượng của bộ điều khiển thông qua đáp ứng tốc độ của hệ truyền động trong các trường hợp khác nhau. Đặt tốc độ động cơ là 2000 [vòng/phút]. Trong trường hợp không có xung lực khi bắn, tốc độ động

cơ ổn định, sai lệch tĩnh bằng không (hình 2). Tốc độ quay của mâm pháo là 1,85 [vòng/phút] (hình 3).

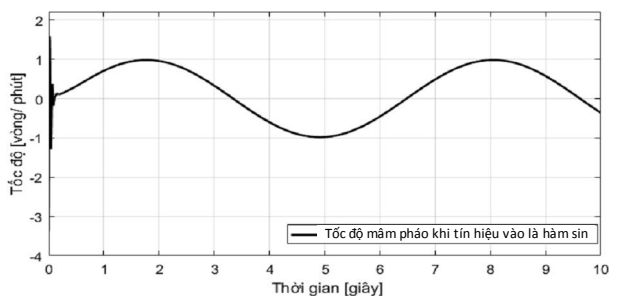


Hình 2. Tốc độ động cơ khi không có xung lực



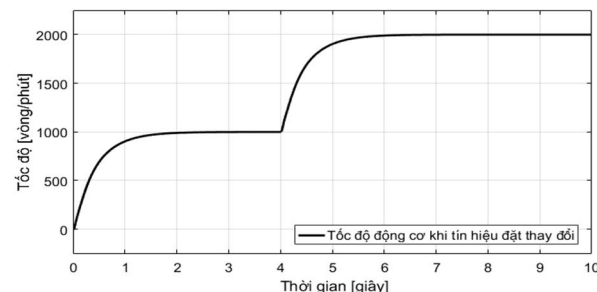
Hình 3. Tốc độ mâm pháo khi không có xung lực

Hình 4 là đáp ứng tốc độ của mâm pháo khi tín hiệu đặt vào là hàm sin.



Hình 4. Tốc độ mâm pháo khi tín hiệu đặt là hàm sin

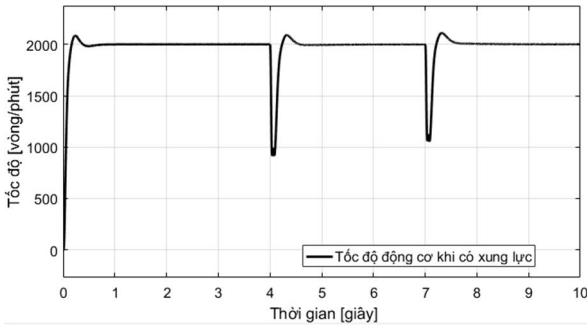
Hình 5 là đáp ứng tốc độ của động cơ khi tín hiệu đặt vào là hàm bậc bậc.



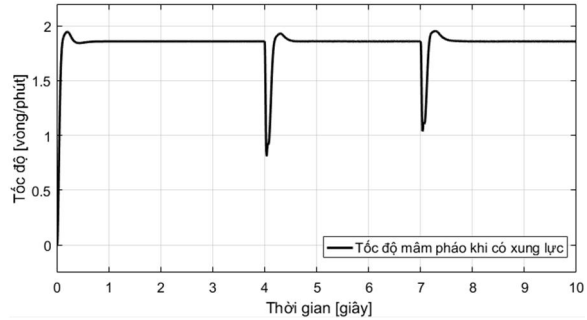
Hình 5. Tốc độ động cơ khi tín hiệu vào là hàm bậc bậc

Qua hai trường hợp trên cho thấy tốc độ mâm pháo ổn định, không dao động, thời gian quá độ nhỏ, đáp ứng yêu cầu về tính tác động nhanh của hệ thống.

Trường hợp có tác động của xung lực khi bắn: tại thời điểm 4 giây và 7 giây cho tác động xung lực  $M_{cd} = 1000Nm$  và  $900Nm$  thì đáp ứng đầu ra của tốc độ động cơ và mâm pháo như hình 6 và 7.



Hình 6. Tốc độ động cơ khi có xung lực tác động tại thời điểm 4 giây và 7 giây



Hình 7. Tốc độ mìn pháo khi có xung lực tác động tại thời điểm 4 giây và 7 giây

Bảng 1. Độ quá chỉnh và thời gian xác lập trong các trường hợp

TT	$\omega$ [vòng/phút]	$M_{đl}$ [Nm]	Độ quá chỉnh	Thời gian quá độ
1	2000	0	0	0,6
2	$\omega$ là hàm sin	-	-	-
3	$\omega$ là hàm bậc thang	-	0	1
4	2000	1000 và 900	7%	0,3

### 3.3. Nhận xét kết quả

Từ các kết quả mô phỏng thấy rằng bộ điều khiển trượt LMI cho hệ truyền động pháo 57mm có tính đến xung lực khi bắn có chất lượng tốt, đáp ứng được yêu cầu của hệ thống. Trong điều kiện chịu ảnh hưởng của các yếu tố phi tuyến như: mô men ma sát, mô men quán tính trên tải, xung lực khi xạ kích hệ thống vẫn đảm bảo được độ chính xác trong cả chế độ động và chế độ tĩnh, sai số tĩnh luôn về 0 trong các trường hợp khác nhau. Dao động trong quá trình điều khiển rất nhỏ, thời gian quá độ ngắn giúp nâng cao tính chính xác khi bắn, tăng xác suất tiêu diệt mục tiêu.

### 4. KẾT LUẬN

Bài báo đã trình bày kết quả xây dựng bộ điều khiển trượt thời gian hữu hạn trên cơ sở bất đẳng thức ma trận tuyến tính LMI cho hệ cơ điện pháo phòng không 57mm. Phần trình bày được bắt đầu từ việc xây dựng mô hình cơ hệ, tổng hợp bộ điều khiển trượt LMI, mô phỏng bằng phần mềm Matlab-Simulink. Các kết quả kiểm nghiệm cho thấy:

- Thứ nhất, việc sử dụng bộ trượt LMI làm tăng tính tác động nhanh của hệ thống, mà vẫn đảm bảo độ quá chỉnh trong ngưỡng cho phép.

- Thứ hai, phương pháp này đảm bảo được độ chính xác bám, giảm tối đa sai số và hiện tượng dao động trong điều kiện hệ thống chịu ảnh hưởng của các yếu tố phi tuyến do cấu trúc phức tạp phần cơ gây ra.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Trần Xuân Tình, Phạm Tuấn Thành, Trần Văn Tuyên, Đào Sỹ Luật, 2020. Tổng hợp bộ điều khiển trượt đầu cuối nhanh cho hệ truyền động nhiều động cơ có liên hệ khe hở, ma sát, đàn hồi. Tạp chí nghiên cứu khoa học và công nghệ quân sự, số 66.

[2]. Chun Yin, YangQuan Chen, Shou-ming Zhong, 2013. LMI based design of a sliding mode controller for a class of uncertain fractional-order nonlinear systems. 2013 American Control Conference (ACC), Washington, DC, USA.

[3]. Viet Quoc Leu, Han Ho Choi, Jin-Woo Jung, 2012. LMI-based Sliding Mode Speed Tracking Control Design for Surface-mounted Permanent Magnet Synchronous Motors. Journal of Electrical Engineering & Technology Vol. 7, No. 4, pp. 513~523.

[4]. Saleh Mobayen, 2015. Design of LMI-based Global Sliding Mode Controller for Uncertain Nonlinear Systems with Application to Genesio's Chaotic System. Complexity, Volume 21, Issue 1, p. 94-98.

[5]. Han Ho Choi, 1999. An LMI Approach to Sliding Mode Control Design Class of Uncertain Time-delay Systems. 1999 European Control Conference (ECC), Karlsruhe, Germany.

### AUTHORS INFORMATION

Nguyen Ngoc Tuan<sup>1</sup>, Tang Thanh Lam<sup>1</sup>, Tran Xuan Tinh<sup>2</sup>,  
Nguyen Tuan Anh<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Military Technical Academy

<sup>2</sup>Air Defence - Air Force Academy