

NGHIÊN CỨU PHÁT TRIỂN PHƯƠNG PHÁP TẠO ẢNH ĐỘ ĐÀN HỒI VÀ ĐỘ NHỚT SỬ DỤNG SÓNG TRƯỢT VÀ MÔ HÌNH FDTD/AHI

AN IMPROVED ELASTIC AND VISCOSITY IMAGING METHOD USING SHEAR WAVE AND FDTD/AHI MODEL

Trần Quang Huy¹, Trần Đức Tân^{2,*}

TÓM TẮT

Tạo ảnh siêu âm đàn hồi là một mô hình tạo ảnh nhanh chóng và thuận tiện để thu thập hình ảnh của các mô. Đặc tính cơ của mô mềm (độ đàn hồi, độ nhớt) được thể hiện thông qua tham số mô đun biến dạng phức CSM - một thông tin hữu ích cho việc chẩn đoán tình trạng bệnh lý của mô. Trong bài báo này, chúng tôi xây dựng mô hình truyền sóng trượt trong môi trường 2D áp dụng phương pháp sai phân hữu hạn trong miền thời gian (FDTD); sau đó áp dụng bộ lọc thông dải đã được đề xuất áp dụng để giảm nhiễu vận tốc hạt đo được của sóng trượt; cuối cùng là sử dụng thuật toán Biến đổi ngược đại số Helmholtz để ước lượng trực tiếp CSM. Kết quả mô phỏng số đã chứng tỏ tính hiệu quả của giải thuật đề xuất.

Từ khóa: Tạo ảnh siêu âm sóng biến dạng, mô đun biến dạng phức (CSM), độ nhớt, độ đàn hồi, mô hình FDTD.

ABSTRACT

Shearwave viscoelasticity imaging is a quick and convenient imaging model for collecting images of tissues. The mechanical properties of soft tissues (elasticity, viscosity) are expressed through the complex shearwave modulus (CSM) parameter, which is a useful information for tissue pathological diagnosis. In this paper, we construct a shearwave propagation model in 2D environment using the finite-difference time-domain (FDTD) method; then apply the proposed bandpass filter to reduce the measured particle velocity noise of the shearwave; Finally, we use the algebraic Helmholtz inversion (AHI) algorithm to directly estimate CSM. The results of numerical simulation have proved the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: Shearwave viscoelasticity imaging, complex shearwave modulus (CSM), viscosity, elasticity, FDTD model.

¹Khoa Vật lý, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội 2

²Khoa Điện - Điện tử, Trường Đại học Phenikaa

*Email: tan.tranduc@phenikaa-uni.edu.vn

Ngày nhận bài: 10/4/2020

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 10/6/2020

Ngày chấp nhận đăng: 24/6/2020

1. GIỚI THIỆU

Một trong những phương pháp lâu đời nhất được các bác sĩ sử dụng để phát hiện khối u và các bệnh lý khác trong các mô là sờ nắn. Bằng cách áp dụng một áp lực nhẹ bằng tay, các bác sĩ sẽ cảm nhận được độ cứng của mô cần

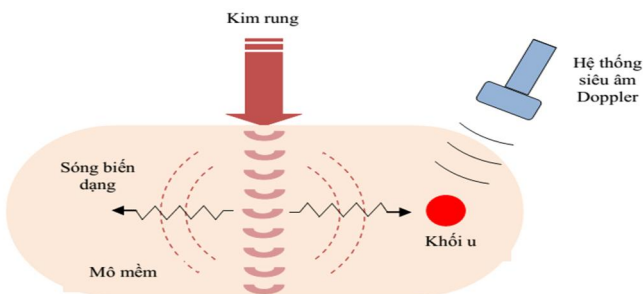
kiểm tra. Một khu vực cứng trong mô mềm sẽ thu hút sự chú ý của bác sĩ. Thông thường, một vùng bị bệnh lý được đặc trưng bởi độ đàn hồi khác biệt so với mô mềm bình thường. Sarvazyan đã giới thiệu về kỹ thuật tạo ảnh đàn hồi sóng biến dạng (SWEI) dùng trong chẩn đoán y tế vào năm 1998 [1]. Năm 2004, Chen và các cộng sự đã đưa ra công thức cho thấy vận tốc truyền sóng biến dạng có liên quan đến độ đàn hồi và độ nhớt của môi trường [2]. Theo đó, họ đề xuất phương pháp định lượng độ đàn hồi và độ nhớt mô thông qua việc đo vận tốc sóng biến dạng. Năm 2010, Orescanin Marko và các cộng sự đã áp dụng lọc tổ hợp hợp lệ cực đại (MLEF) để ước lượng các tham số mô đun biến dạng phức (CSM - Complex Shear Modulus) cho môi trường đồng nhất dựa trên mô hình Kelvin - Voigt [3]. Ở Việt Nam, từ năm 2013, nhóm nghiên cứu của chúng tôi đã có những nghiên cứu ban đầu về ước lượng CSM sử dụng MLEF cho môi trường không đồng nhất [4]. Nhược điểm của MLEF là khối lượng tính toán lớn và vì thế không phù hợp cho định hướng tới các thiết bị tạo ảnh CSM thời gian thực. Cho đến nay, nghiên cứu về ước lượng CSM và tạo ảnh siêu âm sóng biến dạng vẫn đang thu hút được sự quan tâm rất lớn của các nhóm nghiên cứu khác nhau [5 - 9].

Sự lan truyền sóng trượt trong mô mềm sinh học được mô hình hóa bằng phương trình truyền sóng cơ bản, nó cho thấy giá trị vận tốc hạt của sóng trượt là một hàm có liên quan đến giá trị vận tốc hạt sóng trượt trong quá khứ. Tuy nhiên, mô hình này chỉ thực sự phù hợp với một môi trường đồng nhất. Trong môi trường không đồng nhất (như trong mô mềm sinh học), giá trị vận tốc của sóng trượt ngoài phụ thuộc giá trị trong quá khứ của nó còn bị ảnh hưởng bởi giá trị tại vị trí ngay trước vị trí khảo sát. Chính vì vậy, trong bài báo này, chúng tôi đã áp dụng phương pháp sai phân hữu hạn trong miền thời gian (FDTD) để mô hình hóa sự truyền sóng trượt trong mô mềm sinh học (môi trường không đồng nhất phức tạp). Phương pháp này cho thấy giá trị vận tốc hạt của sóng trượt là một hàm có ảnh hưởng bởi cả hai yếu tố không gian và thời gian. Dữ liệu vận tốc hạt của sóng trượt đo được bao gồm nhiều quá trình đo. Do đó, một bộ lọc thông dải được đề xuất áp dụng để giảm nhiễu dữ liệu vận tốc đo được. Cuối cùng, chúng tôi áp dụng thuật toán biến đổi ngược đại số Helmholtz

(AHI) để ước lượng trực tiếp CSM (độ đàn hồi và độ nhớt). Từ đó, ta có thể biểu diễn được ảnh 1D hoặc 2D về độ đàn hồi và độ nhớt của mô. Ta biết rằng, tần số kích hoạt hệ thống tạo ảnh siêu âm đàn hồi là tần số đơn, trước đây, để giảm sự biến động tần số và nhiễu đo lường, bộ lọc thông thấp đã được đề xuất [11], tuy nhiên, nhiễu đo lường không được loại bỏ triệt để. Nhằm thu nhận tín hiệu xung quanh tần số kích hoạt, bộ lọc thông dải đã được đề xuất áp dụng. Kết quả mô phỏng số đã cho thấy tham số lỗi chuẩn hóa giảm đáng kể so với nghiên cứu trước áp dụng bộ lọc thông thấp. Hơn nữa, giải thuật đề xuất không cần dùng phương pháp lọc tối ưu, hay lọc thích nghi như những nghiên cứu trước [10]. Do đó, độ phức tạp của hệ thống tạo ảnh sẽ thấp hơn và thuận lợi cho việc ứng dụng cho tạo ảnh thời gian thực.

2. PHƯƠNG PHÁP LUẬN

Trong hệ thống tạo ảnh siêu âm đàn hồi, một cây kim được dao động ở một tần số xác định dọc theo trục Z, sau đó sóng biến dạng lan truyền trên mặt phẳng X-Y (hình 1). Ta có thể thu thập vận tốc hạt sử dụng thiết bị siêu âm Doppler [12].



Hình 1. Hệ thống kích thích và đo sóng biến dạng

Phương pháp FDTD được sử dụng với sự giả định rằng sự lan truyền sóng biến dạng trượt dọc trục xuyên tâm và bỏ qua sự hấp thụ của môi trường. Mối quan hệ giữa vectơ vận tốc hạt v_z theo hướng lan truyền sóng x trong hệ tọa độ Đề-các và tensor nén σ_{zx} có thể được mô tả bởi các phương trình (1) và (2) [13]:

$$\rho \partial_t v_z = \partial_x \sigma_{zx}, \tag{1}$$

$$\partial_t \sigma_{zx} = (\mu + \eta \partial_t) \partial_x v_z, \tag{2}$$

Trong đó, ∂_t là toán tử đạo hàm riêng $\partial/\partial t$ áp dụng với giá trị bên phải của ký hiệu, ∂_x là toán tử đạo hàm riêng $\partial/\partial x$ áp dụng với giá trị bên phải của ký hiệu, ρ là mật độ của mô, μ và η tương ứng là độ đàn hồi và độ nhớt của mô.

Mô hình Kelvin-Voigt được sử dụng để biểu diễn mô đun biến dạng phức CSM $G(x, \omega)$, đại lượng này phụ thuộc vào tần số góc ω như sau:

$$G(x, \omega) = \mu(x) - i\omega\eta(x) \tag{3}$$

Trong đó, μ là độ đàn hồi và η là độ nhớt cần được ước tính. Để rời rạc phương trình (1) và (2), các ký hiệu sau đây được sử dụng:

$$v_z(x, t) = v_z(i\Delta x, n\Delta t) = v_z^n|_i \tag{4}$$

$$\sigma_{zx}(x, t) = \sigma_{zx}(i\Delta x, n\Delta t) = \sigma_{zx}^n|_i \tag{5}$$

Trong đó, Δx là khoảng cách giữa các vị trí không gian liên tiếp, Δt là chu kỳ lấy mẫu, chỉ số i là bước không gian, và chỉ số n là bước thời gian.

Bằng việc sử dụng phương pháp FDTD, (1) và (2) được mô tả như sau:

$$v_z^{n+1}|_i = v_z^n|_i + \frac{\Delta t}{\rho\Delta x} \left(\sigma_{zx}^{n+\frac{1}{2}}|_{i+\frac{1}{2}} - \sigma_{zx}^{n+\frac{1}{2}}|_{i-\frac{1}{2}} \right) \tag{6}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{zx}^{n+\frac{1}{2}}|_{i+\frac{1}{2}} &= \sigma_{zx}^{n-\frac{1}{2}}|_{i+\frac{1}{2}} + \frac{\mu\Delta t}{\Delta x} (v_z^{n+1}|_{i+1} - v_z^{n+1}|_i) \\ &+ \frac{\eta}{\Delta x} (v_z^{n+1}|_{i+1} - v_z^{n+1}|_i) - \frac{\eta}{\Delta x} (v_z^n|_{i+1} - v_z^n|_i) \end{aligned} \tag{7}$$

Vận tốc hạt v_z^n có thể bị ảnh hưởng bởi nhiễu như nhiễu đo đạc, phản xạ,... Một bộ lọc hiệu quả cần được sử dụng để tăng cường tín hiệu trước khi áp dụng phương pháp AHI để ước tính trực tiếp CSM. Trong bài báo này, chúng tôi thiết kế bộ lọc thông dải để giảm nhiễu từ vận tốc hạt có nhiễu mà thu thập từ hệ siêu âm Doppler. Trong [11], ảnh hưởng của nhiễu đã được giảm thiểu bằng cách áp dụng bộ lọc thông thấp. Bộ lọc này chỉ có thể loại bỏ được nhiễu tần số cao. Trong bài báo này, chúng tôi chỉ giữ lại dải tần số mà có chứa tần số kích thích.

Tín hiệu vận tốc hạt, được biểu diễn là $v_z(n)$, được phát vào trong mô và bị ảnh hưởng bởi nhiễu, biểu diễn là $z(n)$. Cùng với nhau, chúng tạo thành tín hiệu nhiễu $v_z(n)$ được mô tả bởi:

$$v(n) = v_z(n) + z(n) \tag{8}$$

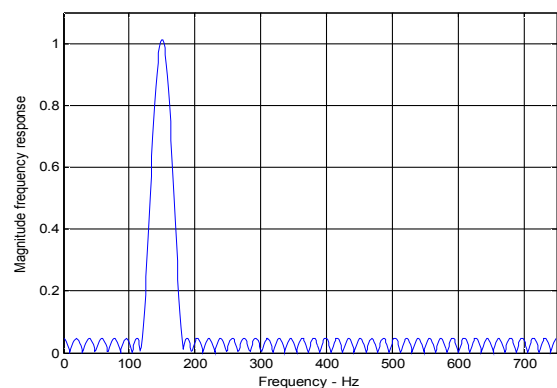
Tín hiệu có nhiễu này $v(n)$ được áp dụng như là đầu vào của bộ lọc thông dải để trích xuất ước tính tín hiệu mong muốn $v_z(n)$. Đầu ra bộ lọc thông dải hay tín hiệu được lọc $\hat{v}_z(n)$. Tín hiệu nhiễu được lấy mẫu và tạo thành vectơ chứa N mẫu:

$$v(n) = [v_z(0) \ v_z(1) \ \dots \ v_z(N-1)], \tag{9}$$

và các hệ số của bộ lọc được biểu diễn như sau:

$$\omega(n) = [\omega(0) \ \omega(1) \ \dots \ \omega(L)] \tag{10}$$

trong đó, L là bậc của bộ lọc. Các hệ số bộ lọc, cũng được gọi là trọng số $\omega(n)$. Đáp ứng tần số của bộ lọc thiết kế được thể hiện ở hình 2.



Hình 2. Đáp ứng tần số của bộ lọc thiết kế

Sau khi giảm nhiễu từ vận tốc hạt thu được, giải thuật AHI 0 được sử dụng để tính toán CSM. Với thể tích nhỏ, giả sử rằng, tính chất đàn hồi nhớt của mô là đẳng hướng. Chúng tôi kết hợp (1) và (2) để thu được:

$$\rho \frac{\partial^2 v_z}{\partial t^2} = G'(x, t) \nabla^2 v_z \tag{11}$$

Trong đó, $G'(x, t)$ là CSM trong miền thời gian và $\nabla^2 v_z$ là toán tử Laplace của v_z được định nghĩa là $\nabla^2 v_z = \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2}$.

Giải thuật AHI được sử dụng để giải (11), sau đó trở thành phương trình Helmholtz:

$$\left(\frac{G(x, \omega)}{\rho} \nabla^2 + \omega^2 \right) V_z(x, \omega) |_{\omega=\omega_0} = 0 \tag{12}$$

Trong đó, $G(x, \omega)$ là CSM trong miền tần số và được định nghĩa trong (3), $V_z(x, \omega)$ là biến đổi Fourier theo thời gian của vận tốc hạt $v_z(x, t)$, $V_z(x, \omega) = F_t\{v_z(x, t)\}$, và ω_0 là tần số góc $\omega_0 = 2\pi f_0$. Từ (12), ta có thể thấy rằng CSM có thể được ước tính trực tiếp như sau:

$$\begin{aligned} \mu(x) &= \Re \left\{ \frac{-\rho \omega_0^2 V_z(x, \omega_0)}{\nabla^2 V_z(x, \omega_0)} \right\} \\ \eta(x) &= \Im \left\{ \frac{-\rho \omega_0^2 V_z(x, \omega_0)}{\nabla^2 V_z(x, \omega_0)} \right\} \end{aligned} \tag{13}$$

Trong đó, $V_z(x, \omega_0)$ được tính toán sử dụng biến đổi Fourier tại tần số góc xác định ω_0 ; $\nabla^2 V_z(x, \omega_0)$ được tính toán sử dụng hàm Laplace rời rạc (The MathWorks) $del2(V_z(x, \omega_0))$ trả về xấp xỉ rời rạc của toán tử vi phân Laplace áp dụng với $V_z(x, \omega_0)$.

Giải thuật đề xuất cho ước tính CSM được tóm tắt ở Giải thuật 1.

Giải thuật 1. Giải thuật đề xuất ước lượng CSM

- Bước 1. Thiết lập kịch bản mô phỏng.
 - Bước 2. Lựa chọn tần số kích thích $f_0 = 150\text{Hz}$.
 - Bước 3. Phát sóng biến dạng bởi dao động kim.
 - Bước 4. Thu thập vận tốc hạt có nhiễu ở 120x120 vị trí không gian.
 - Bước 5. Lọc nhiễu sử dụng bộ lọc thông dải.
 - Bước 7. Bỏ các phần tạm thời (transient) của tín hiệu lọc.
 - Bước 8. Tính toán biến đổi Fourier nhanh (FFT) của tín hiệu lọc.
 - Bước 9. Ước tính mỗi CSM ở các vị trí không gian sử dụng (13).
 - Bước 10. Đánh giá hiệu suất ước tính.
- Kết thúc.

3. KẾT QUẢ MÔ PHỎNG SỐ VÀ THẢO LUẬN

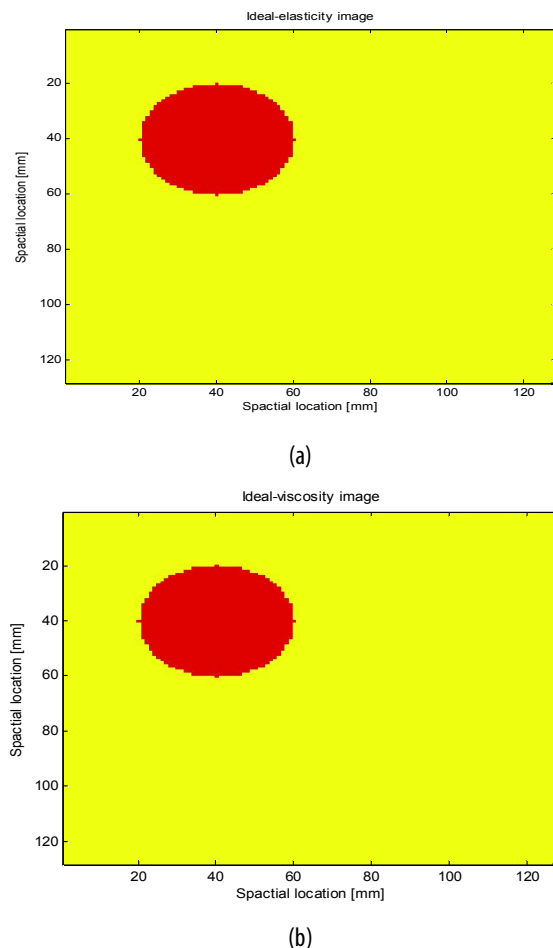
Tham số mô phỏng: Môi trường 2D có kích thước 120x120mm, chứa mô có tọa độ (40mm, 40mm), bán kính mô là 20mm. Độ đàn hồi và độ nhớt của môi trường lần lượt là $\mu_1 = 6000\text{Pa}$ và $\eta_1 = 1 \text{ Pa.s}$, độ đàn hồi và độ nhớt của mô lần lượt là $\mu_2 = 9000\text{Pa}$ và $\eta_2 = 18 \text{ Pa.s}$, tần số rung của kim $f = 200\text{Hz}$, mật độ khối của môi trường $\rho = 1000\text{kg/m}^3$, biên

độ của kim rung 5 mm. Các ảnh độ đàn hồi và độ nhớt lý tưởng được thể hiện ở hình 3.

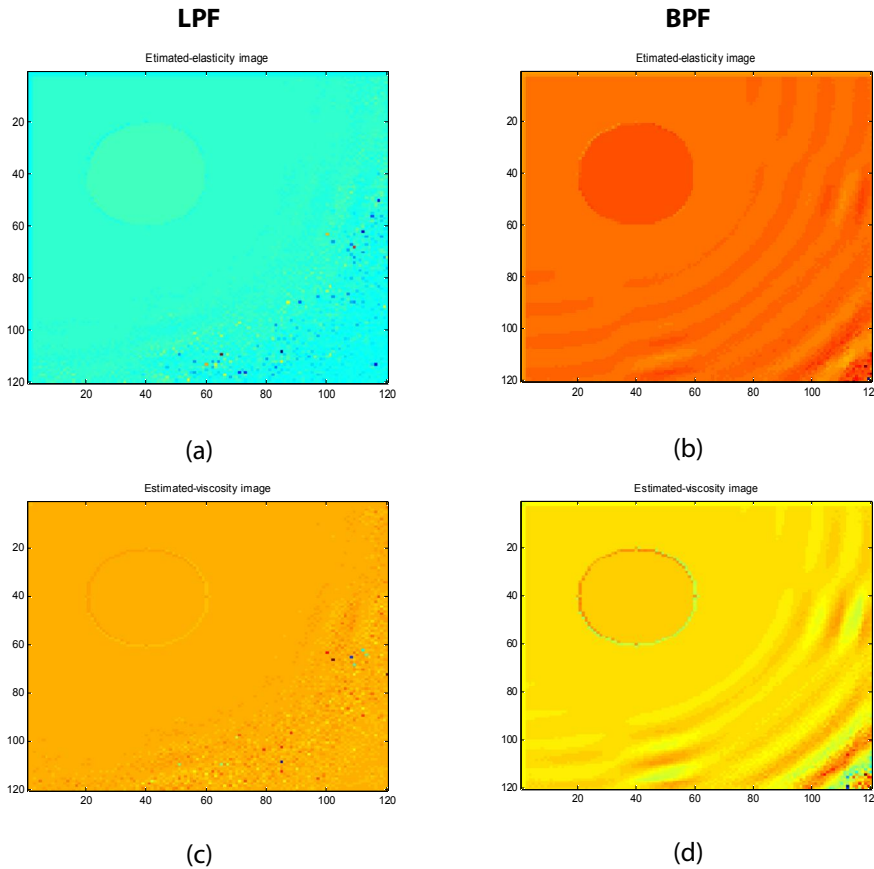
Lỗi chuẩn hóa độ đàn hồi và độ nhớt của các phương pháp ước tính khi thay đổi bước thời gian được trình bày ở bảng 1. Tương ứng với các bước thời gian 500, 750, 1000, 1250, lỗi chuẩn hóa của độ đàn hồi ước lượng bởi phương pháp đề xuất giảm tương ứng là 13,24%, 39,04%, 16,90%, 19,65%, so với phương pháp truyền thống. Tương tự như vậy, tương ứng với các bước thời gian 500, 750, 1000, 1250, lỗi chuẩn hóa của độ nhớt ước lượng bởi phương pháp đề xuất giảm tương ứng là 13%, 9,02%, 8,15%, 8,41%, so với phương pháp truyền thống. Như vậy, chất lượng ảnh ước lượng bởi phương pháp đề xuất (cả độ đàn hồi và độ nhớt) khi sử dụng bộ lọc thông dải được cải thiện đáng kể so với giải pháp sử dụng bộ lọc thông thấp.

Bảng 1. Lỗi chuẩn hóa độ đàn hồi và độ nhớt của các phương pháp ước tính khi thay đổi bước thời gian

Phương pháp	Bước thời gian	500	750	1000	1250
FDTD-BPF-AHI	Độ đàn hồi ước lượng	0,0710	0,0292	0,0284	0,0229
	Độ nhớt ước lượng	0,5100	0,2406	0,1889	0,1451
FDTD-LPF-AHI	Độ đàn hồi ước lượng	0,0616	0,0178	0,0236	0,0184
	Độ nhớt ước lượng	0,4437	0,2189	0,1735	0,1329



Hình 3. Ảnh lý tưởng khởi tạo: (a) Độ đàn hồi; (b) Độ nhớt



Hình 4. Ảnh khôi phục bởi phương pháp truyền thống và đề xuất (bước thời gian 1500)

Như được thể hiện trong các hình 4 (a)-(d), chất lượng khôi phục khá tốt nếu các điểm không gian ở gần kim rung. Ta thấy rằng, việc ước lượng tốt ở vùng diện tích của một phần tư vòng tròn bán kính 120x120mm có tâm ở xung quanh vị trí kim rung. Tại các điểm không gian bên ngoài khu vực này, ước tính không được tốt, vận tốc hạt bị suy giảm nhanh chóng. Có thể thấy rằng, cách tiếp cận của chúng tôi cho phép ước tính tốt hơn so với phương pháp truyền thống trong cả hai trường hợp này (bên trong và bên ngoài vùng diện tích của một phần tư vòng tròn có bán kính 120x120mm).

Nghiên cứu của chúng tôi cho thấy rằng, bằng cách lọc nhiễu với bộ lọc thông dải (BPF), chất lượng đã được cải thiện tốt và sai số ước tính là 1,85% cho độ đàn hồi và 13,29% cho độ nhớt. Chúng tôi có thể so sánh trực tiếp với một nghiên cứu hiện tại [11] với cùng điều kiện mô phỏng: Sai số ước tính là 2,28% cho độ đàn hồi và 14,64% cho độ nhớt. Trong [11], tác động của nhiễu đã được giảm thiểu bằng cách áp dụng bộ lọc thông thấp. Nó có nghĩa là, phương pháp này chỉ có thể loại bỏ nhiễu ở tần số cao. Theo cách tiếp cận của chúng tôi, chúng tôi chỉ giữ dải tần số bao gồm tần số kích thích.

Cách tiếp cận của chúng tôi cũng khắc phục nghiên cứu gần đây được báo cáo trong [15] về mức độ phức tạp tính toán. Trong [15], các tác giả đã áp dụng bộ lọc bình phương trung bình tối thiểu (LMS) để giảm nhiễu từ vận tốc hạt đo

được. Tuy nhiên, các thuật toán LMS cần được sử dụng tại mọi điểm không gian, và do đó kéo dài thời gian tính toán. Hạn chế này sẽ cản trở giải pháp sử dụng LMS tạo ảnh thời gian thực.

4. KẾT LUẬN

Tạo ảnh siêu âm đàn hồi (độ đàn hồi và độ nhớt) là hai tham số quan trọng được sử dụng để khảo sát cấu trúc các mô, đặc biệt là tìm kiếm các mô. Trong bài báo này, chúng tôi đã áp dụng thành công giải pháp mới bao gồm mô hình FDTD, bộ lọc thông dải và AHI. Bộ lọc thông dải chỉ giữ dải tần số hữu ích ở vận tốc hạt đo được trước khi áp dụng AHI để ước tính trực tiếp CSM. Chất lượng ảnh khôi phục được cải thiện đáng kể trong giải pháp đề xuất.

LỜI CẢM ƠN

Nhóm tác giả xin cảm ơn sự hỗ trợ kinh phí của đề tài cấp Bộ Giáo dục và Đào tạo, mã số B2020-SP2-02.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Sarvazyan A. P., Rudenko O. V., Swanson S. D., Fowlkes J. B., Emelianov S. Y., 1998. *Shear wave elasticity imaging: a new ultrasonic technology of medical diagnostics*. *Ultrasound in medicine & biology*, 24(9), 1419-1435.
- [2]. Chen S., Fatemi M., Greenleaf J. F., 2004. *Quantifying elasticity and viscosity from measurement of shear wave speed dispersion*. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 115(6), 2781-2785.
- [3]. Orescanin M., Insana M. F., 2010. *Model-based complex shear modulus reconstruction: A Bayesian approach*. In 2010 IEEE International Ultrasonics Symposium (pp. 61-64).
- [4]. Tran-Duc T., Wang Y., Linh-Trung N., Do M. N., Insana M. F., 2013. *Complex shear modulus estimation using maximum likelihood ensemble filters*. In 4th International Conference on Biomedical Engineering in Vietnam (pp. 313-316). Springer, Berlin, Heidelberg.
- [5]. Chen S., Urban M. W., Pislaru C., Kinnick R., Zheng Y., Yao A., Greenleaf J. F., 2009. *Shearwave dispersion ultrasound vibrometry (SDUV) for measuring tissue elasticity and viscosity*. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 56(1), 55-62.
- [6]. Haidy Nasief, Ivan Rosado-Mendez, James A Zagzebski, Timothy Hall, 2016. *Detecting anisotropy in attenuation coefficient of in-vivo human breast tumors*. 2016 WARF Discovery Challenge.
- [7]. Coila A., Rouyer J., Zenteno O., Lavarello R., 2016. *A regularization approach for ultrasonic attenuation imaging*. In 2016 IEEE 13th International Symposium on Biomedical Imaging (ISBI) (pp. 469-472).

[8]. Hou S. W., Merkle A. N., Babb J. S., McCabe R., Gyftopoulos S., Adler R. S., 2017. *Shear wave ultrasound elastographic evaluation of the rotator cuff tendon*. Journal of Ultrasound in Medicine, 36(1), 95-106.

[9]. Sande J. A., Verjee S., Vinayak S., Amersi F., Ghesani M., 2017. *Ultrasound shear wave elastography and liver fibrosis: A Prospective Multicenter Study*. World J Hepatol, 9(1), 38-47.

[10]. Luong Quang H., Nguyen Manh C., Ton That L., Tran Duc T., 2018. *Complex shear modulus estimation using integration of lms/ahi algorithm*. International Journal of Advanced Computer Science and Applications (IJACSA), 9(8), 584-589.

[11]. Orescanin M., Wang Y., Insana M. F., 2011. *3-D FDTD simulation of shear waves for evaluation of complex modulus imaging*. IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, 58(2), 389-398.

[12]. Orescanin M., Insana M. F., 2010. *Model-based complex shear modulus reconstruction: A Bayesian approach*. In 2010 IEEE International Ultrasonics Symposium (pp. 61-64).

[13]. Orescanin M., Wang Y., Insana M. F., 2011. *3-D FDTD simulation of shear waves for evaluation of complex modulus imaging*. IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, 58(2), 389-398.

[14]. Papazoglou S., Hamhaber U., Braun J., Sack I., 2008. *Algebraic Helmholtz inversion in planar magnetic resonance elastography*. Physics in Medicine & Biology, 53(12), 3147.

[15]. Thu-Ha P. T., Quang-Hai L., Van-Dung N., Duc-Tan T., Huynh H. T., 2019. *Two-dimensional complex shear modulus imaging of soft tissues by integration of Algebraic Helmholtz Inversion and LMS filter into dealing with noisy data: a simulation study*. Math Biosci Eng 17(1):404-417. doi: 10.3934/mbe.2020022.

AUTHORS INFORMATION

Tran Quang Huy¹, Tran Duc Tan²

¹Faculty of Physics, Hanoi Pedagogical University 2

²Faculty of electrical - electronics engineering, Phenikaa University