

# NGHIÊN CỨU XÂY DỰNG THUẬT TOÁN VÀ PHẦN MỀM VẼ ĐƯỜNG CONG BEZIER

RESEARCH ON DEVELOPING AN ALGORITHM AND A SOFTWARE TO DRAW BEZIER CURVES

Bùi Ngọc Tuyên<sup>1</sup>, Hoàng Văn Quý<sup>1,2,\*</sup>

## TÓM TẮT

Bài báo này trình bày một nghiên cứu về phương pháp xây dựng đường cong Bezier trong môi trường CAD/CAM. Phần mềm “Công cụ xây dựng đường cong Bezier” viết bằng Matlab 2012 cho phép xây dựng, hiệu chỉnh các đường cong Bezier cũng được giới thiệu ở đây. Công cụ xây dựng đường cong Bezier này có thể sử dụng như một phần mềm độc lập để thiết kế các đường cong tự do (free form curve). Với công cụ này người dùng có thể thay đổi được các điểm điều khiển để điều khiển linh hoạt, trực quan hình dạng đường cong thiết kế. Đây là tiền đề cơ bản cho việc thiết kế các bề mặt 3D phức tạp trong chế tạo máy hiện đại. Nội dung bài báo và công cụ xây dựng đường cong Bezier có thể được dùng làm tài liệu tham khảo trong các nghiên cứu và đào tạo về sự hình thành các đường cong tự do, các bề mặt tự do trong các phần mềm CAD/CAM, cho phép khai thác hiệu quả các phần mềm này trong thiết kế và gia công cơ khí.

**Từ khóa:** Đường cong Bezier, Thuật toán De Casteljau, CAD/CAM.

## ABSTRACT

This paper presents a research on method of designing Bezier curves in CAD/CAM environment. A software called “Công cụ xây dựng đường cong Bezier” written by Matlab 2012 for designing and editing Bezier curves is introduced here. This tool for designing Bezier curves can be used as a stand-alone program to design free-form curves. By this tool, the user can change control points to flexibly and visually control the shape of the curve for designing. This is the base to design complex 3D surfaces in modern manufacturing. This paper and the tool for designing Bezier curves can be used for reference in research and training about the formation of free form curves, free form surfaces in CAD/CAM softwares. This permits us to understand better and effectively use the softwares for designing and manufacturing

**Keywords:** DeCasteljau Algorithms, Bezier curves, free form curves, CAD/CAM.

<sup>1</sup> Trường Đại học Bách khoa Hà Nội

<sup>2</sup> Trường Đại học Hải Phòng

\*Email: hoangquyctm@gmail.com

Ngày nhận bài: 15/12/2017

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 10/02/2018

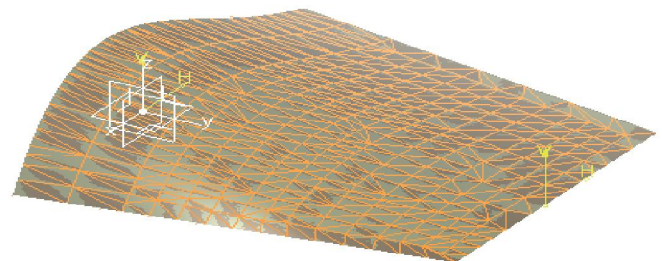
Ngày chấp nhận đăng: 26/02/2018

## 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

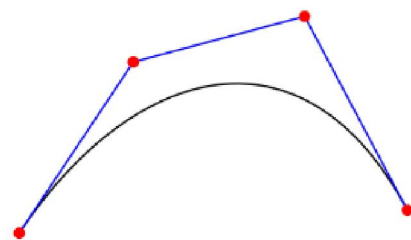
Ngày nay việc thiết kế và gia công các bề mặt, các chi tiết máy trong công nghiệp rất đa dạng và phức tạp. Để thiết kế những đường cong tự do (free form curves) hay các bề mặt tự do (free form surfaces) cấu thành nên các chi tiết

máy, các sản phẩm cơ khí một cách thuận lợi chúng ta cần sử dụng các phần mềm CAD/CAM. Các phần mềm CAD/CAM đóng vai trò cực kỳ quan trọng trong việc xây dựng, thiết kế, quản lý dữ liệu và gia công các chi tiết máy trong chế tạo máy hiện đại.

Nghiên cứu phương pháp biểu diễn toán học các đường cong tự do là tiền đề để nghiên cứu xây dựng các bề mặt tự do trong CAD/CAM (hình 1), qua đó có thể nhận dạng được các vùng bề mặt cục bộ của các mặt tự do để tối ưu hóa trong gia công các chi tiết máy chứa mặt tự do sau này. Hiểu rõ quá trình hình thành lên các mặt tự do (thường được gọi với thuật ngữ NURBS hoặc Sculpture Surfaces) cho phép lựa chọn một cách hợp lý chiến lược gia công tạo hình các chi tiết máy. Trong một bề mặt của chi tiết có thể xuất hiện nhiều vùng cục bộ các mảnh mặt tự do [1-4]. Những vùng bề mặt này được hình thành trên cơ sở những đường cong tự do, mà tiền đề là các đường Bezier [2]. Để lựa chọn được phương án gia công hợp lý đối với từng vùng bề mặt, cần phải nắm được nguyên lý hình thành và bản chất, đặc tính của các vùng bề mặt cục bộ cấu thành nên chi tiết gia công. Trên cơ sở nắm vững quá trình hình thành lên các đường cong tự do sẽ có cái nhìn chính xác hơn về quá trình thiết kế và gia công tạo hình các bề mặt phức tạp trong các hệ thống CAD/CAM thương mại...



Hình 1. Mô hình bề mặt tự do dạng lưới



Hình 2. Mô hình đường Bezier bậc 3

Hiện nay đường cong Bezier (hình 2) đã được coi như là một tiêu chuẩn để xây dựng đường cong trên các hệ thống CAD/CAM thương mại. Việc ứng dụng này đã làm mềm mại hóa các đường cong được thiết kế trong các hệ thống CAD/CAM, qua đó nâng cao được hiệu quả ứng dụng và tính thẩm mỹ của các chi tiết máy được thiết kế. Do vậy việc nghiên cứu quá trình hình thành và tối ưu hóa việc hình thành các đường cong tự do là một điều không mới nhưng luôn cần thiết. Trên thế giới đã có nhiều nghiên cứu về đường cong Bezier cũng như đường cong NURBS, tuy nhiên ở Việt Nam hầu như chưa thấy có các công trình nào công bố liên quan. Sau đây là một số nghiên cứu về đường cong Bezier:

Michael S. Floater [5] nghiên cứu về đường và mặt Bezier. Nghiên cứu này đã đưa ra công thức tính đa thức Bernsteins (5) để xây dựng lên đường cong Bezier.

He-Jin Gu, Jun-Hai Yong, Jean-Claude Paul [6] nghiên cứu về việc xây dựng đường cong Bezier bậc 2 với vector pháp tuyến cuối tùy ý.

M. Randrianarivony, G. Brunnett [7] nghiên cứu về phương pháp để xấp xỉ đường cong Bezier. Nghiên cứu đã chỉ ra được phương án xấp xỉ đường cong Bezier và giải quyết vấn đề tối ưu về xấp xỉ đường cong Bezier.

Hiện nay, việc xây dựng đường cong Bezier hoặc đường cong NURBS đã được sử dụng trong các phần mềm vì lý do bản quyền nên không công bố. Do đó chưa khẳng định được cơ sở hình thành các đường cong tự do trên các phần mềm CAD/CAM đó.

Trong nghiên cứu này, các tác giả đã đi sâu tìm hiểu bản chất toán học của đường Bezier, xây dựng thuật toán mô hình hóa đường Bezier. Từ đó xây dựng được phần mềm "Công cụ xây dựng đường cong Bezier" bằng Matlab 2012, cho phép xây dựng, hiệu chỉnh các đường cong Bezier.

Công cụ này sẽ là tiền đề cho các nghiên cứu tiếp theo về mô hình hóa các đường cong tự do tổng quát hơn (NURBS curves) cũng như mô hình hóa bề mặt tự do.

## 2. NỘI DUNG

Nội dung bài báo này gồm một số phần như sau: khảo sát dạng tổng quát của một đường cong bậc 3, xây dựng mô hình đường cong Ferguson, đường cong Bezier, sử dụng giải thuật De Casteljau để xây dựng thuật toán mô hình hóa đường cong Bezier và thiết kế phần mềm xây dựng đường cong tự do Bezier tổng quát.

### 2.1. Dạng tổng quát đường cong Bezier

Trong các phần mềm CAD/CAM việc xây dựng các đoạn cong phải thực hiện dựa trên cơ sở các điểm điều khiển (Control Points). Tuy nhiên trong toán học cơ bản thì những đường cong đều được xây dựng trên cơ sở các hàm đa thức chuẩn. Việc xây dựng các hàm đa thức chuẩn có ưu điểm là dễ hiểu, dễ khảo sát [2, 3].

Một phương trình vectơ mô tả một đường cong bậc 3 có phương trình tổng quát như sau [2]:

$$r(u) = [x(u), y(u), z(u)] \quad (1)$$

Trong đó, mỗi thành phần của vectơ được biểu diễn dưới dạng đa thức bậc 3, ví dụ như:

$$x(u) = a + b.u + c.u^2 + d.u^3$$

Ở đây,  $u$  là tham số,  $a, b, c, d$  là các hệ số.

Phương pháp biểu diễn dưới dạng các đa thức bậc 3 như trên rất tường minh và dễ khảo sát trong toán học. Tuy nhiên trong CAD/CAM để thiết kế các chi tiết nếu chúng ta sử dụng dạng phương trình để nhập vào phần mềm thì sẽ rất khó khăn. Các chi tiết thiết kế thường cấu thành từ rất nhiều đường, mặt. Trong quá trình thiết kế phải lựa chọn các mặt tham chiếu, đồng thời các đường cong có giới hạn hiển thị một đoạn chứ không phải toàn bộ. Hơn nữa việc thiết kế sử dụng chuột lại càng không thuận lợi khi áp dụng phương trình này vào giao diện nhập dữ liệu trong các phần mềm CAD/CAM.

Như vậy thay vì việc xác định các điểm dữ liệu để vẽ đường cong bậc 3 (không thân thiện khi sử dụng trong thiết kế) các nghiên cứu mô hình hóa đường cong tự do đã chuyển hướng sang biểu diễn chúng trên cơ sở các điểm điều khiển. Phương pháp biểu diễn này thuận lợi cho việc áp dụng vào các phần mềm CAD/CAM. Chúng ta sẽ làm rõ hơn điều này ở phần (0) và (0) dưới đây.

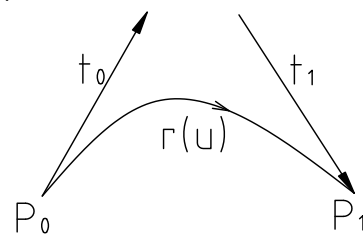
### 2.2. Mô hình toán học đường cong Ferguson

Ferguson [4] đề xuất xây dựng đoạn cong ở phương trình (1) trong đoạn  $[0, 1]$  trên cơ sở 2 điểm mút tại hai đầu đoạn cong ( $P_0, P_1$ ) và 2 tiếp tuyến ( $t_0, t_1$ ) ở 2 điểm mút ấy. Cụ thể như sau:

$$P_0 = r(0); P_1 = r(1); t_0 = \dot{r}(0); t_1 = \dot{r}(1) \quad (2)$$

Ở đây dữ liệu đầu vào là các thông số  $[P_0, P_1, t_0, t_1]$ . Các thông số này được gọi là thông số điều khiển để xây dựng đoạn cong trên  $[0, 1]$  theo phương pháp Ferguson.

Phương trình (2) là phương trình mô tả đoạn cong Ferguson trên đoạn  $[0, 1]$ , mô hình đoạn đường cong Ferguson được mô tả trên hình 3.



Hình 3. Mô hình đoạn cong Ferguson

Trên thực tế việc xác định giá trị tại các điểm mút của đa thức rất đơn giản, việc xác định giá trị tiếp tuyến tại các mút trong nhiều trường hợp không phải là đơn giản. Do vậy trong một số trường hợp sẽ gây khó khăn khi thực hiện xây dựng mô hình. Sau đây là phương pháp Bezier để xây dựng đoạn cong tổng quát sẽ khắc phục được điểm này.

### 2.3. Mô hình toán học đường cong Bezier

Có nhiều phương án xây dựng đoạn cong Bezier. Trong bài báo này giới thiệu phương pháp xây dựng đoạn cong Bezier trên cơ sở đoạn cong Ferguson [4].

Phương trình (3) là phương trình đường cong Bezier tổng quát. Với đường cong Bezier có ưu điểm là được mô tả bằng đa giác với các điểm điều khiển là  $V_0, V_1, V_2, V_3$ . Với cách thức này sẽ rất thuận lợi cho việc thiết kế các đường cong phức tạp trong CAD/CAM bằng cách sử dụng chuột lựa chọn các điểm điều khiển.

Phương trình (1) có thể viết dưới dạng khác như sau mà không làm mất tính tổng quát [2]:

$$r(u) = (1-u)^3 \cdot V_0 + 3u(1-u)^2 \cdot V_1 + 3u^2(1-u) \cdot V_2 + u^3 \cdot V_3 \quad (3)$$

Tổng quát ta có:

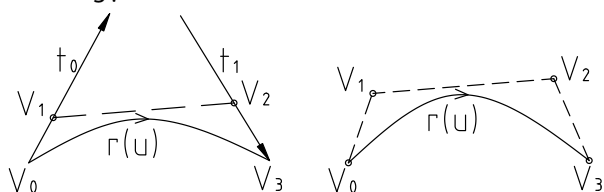
$$r(u) = B_{i,n}(u) \cdot V_i \quad (4)$$

Trong đó:

$$B_{i,n}(u) = \frac{n!}{(n-i)!i!} u^i (1-u)^{n-i} \quad (5)$$

$B_{i,n}(u)$ : Tính toán rất dễ dàng trong lập trình qua đó tìm ra các điểm điều khiển để xây dựng lên đường cong Bezier [2, 3].

Phương trình (4) là phương trình xây dựng đường cong Bezier thu gọn.



Hình 4. Mô hình toán đường cong Bezier bậc 3

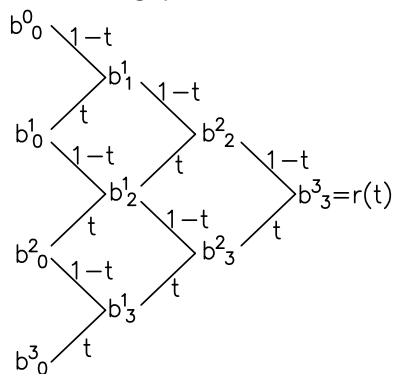
Trên hình 4 mô tả đường cong Bezier bậc 3 hình thành bởi 4 điểm điều khiển  $V_0 \equiv P_0, V_1, V_2, V_3 \equiv P_1$ .

### 2.4. Giải thuật DeCasteljau

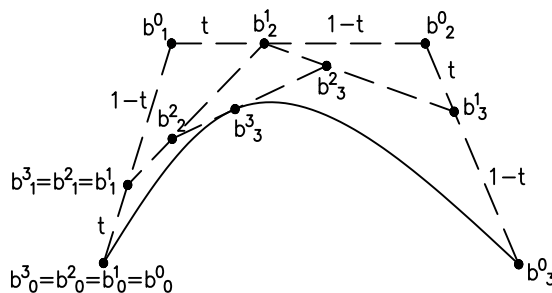
Giải thuật Castljour [1] để tính toán các điểm  $b_i^r$ . Qua đó xác định được đường cong Bezier.

Giải thuật này cho phép chúng ta tính toán các điểm liền kề. Trên hình 5 và 6 cho chúng ta thấy việc đường cong Bezier bậc 3 được hình thành thông qua các điểm tính toán  $B_{i,n}$ .

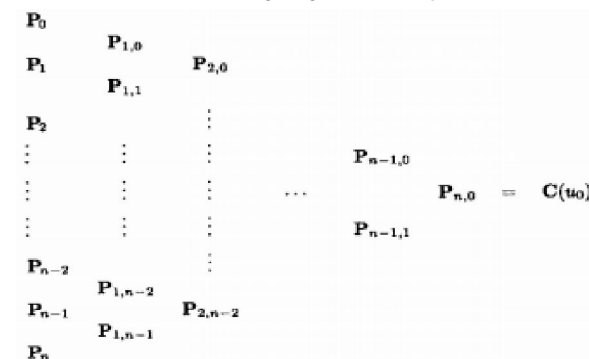
Có thể tổng quát hóa lên đối với số điểm điều khiển là n (tương ứng với đường cong Bezier bậc n) như sơ đồ hình 7 với điểm điều khiển tổng quát  $P_i; i = (0, n)$ .



Hình 5. Tính toán điểm của đường cong Bezier bậc 3

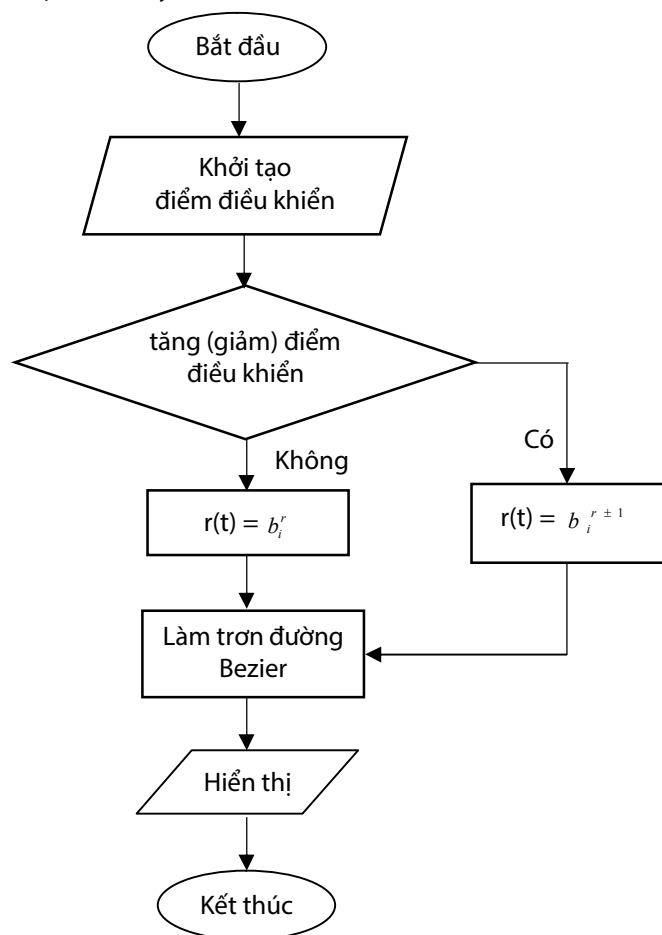


Hình 6. Sơ đồ hình thành đường cong Bezier bậc 3 qua các điểm tính toán



Hình 7. Sơ đồ tính toán điểm điều khiển của đường Bezier tổng quát

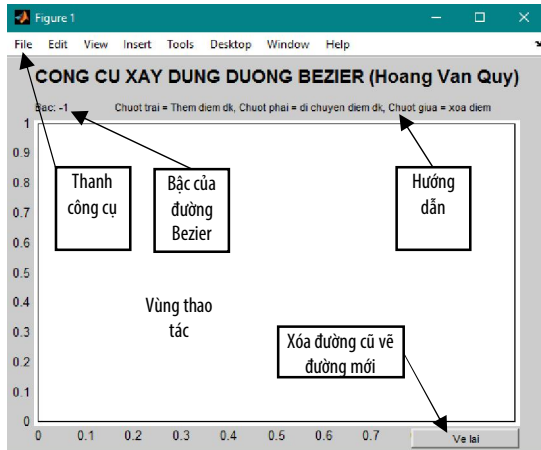
Thuật toán xây dựng và hiệu chỉnh đường cong Bezier được trình bày trên hình 8.



Hình 8. Sơ đồ thuật toán xây dựng công cụ thiết kế và hiệu chỉnh đường cong Bezier

### 2.4.1. Công cụ xây dựng đường Bezier

Giao diện của chương trình thiết kế và hiệu chỉnh đường cong Bezier (hình 9).



Hình 9. Giao diện và tính năng của công cụ thiết kế và hiệu chỉnh đường cong Bezier

Công cụ có những chức năng như sau:

Thanh công cụ: Gồm chức năng chung;

Bậc của đường Bezier: Hiển thị bậc của đường bezier mà người dùng xây dựng;

Hướng dẫn: Gồm 3 chức năng sau:

- Chuột trái: Thêm điểm điều khiển;
- Chuột giữa: Xóa điểm điều khiển;
- Chuột phải: Di chuyển điểm điều khiển (để thay đổi vị trí và hình dáng của đường Bezier).

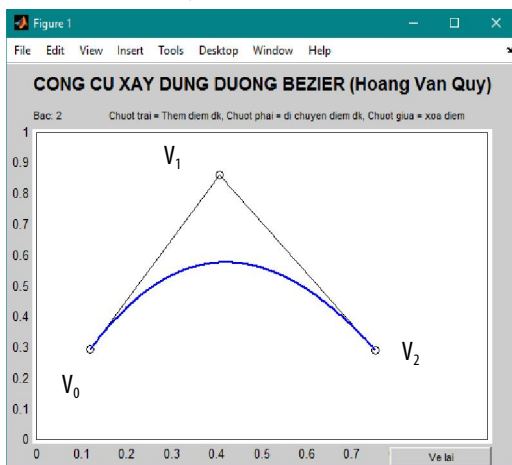
Vùng thao tác: Cho phép người dùng xây dựng đường bezier trong vùng này.

Nút vẽ lại: Cho phép xóa đường cong cũ và vẽ đường cong Bezier mới.

### 2.4.2. Kiểm nghiệm chương trình

Xây dựng đường Bezier bậc:

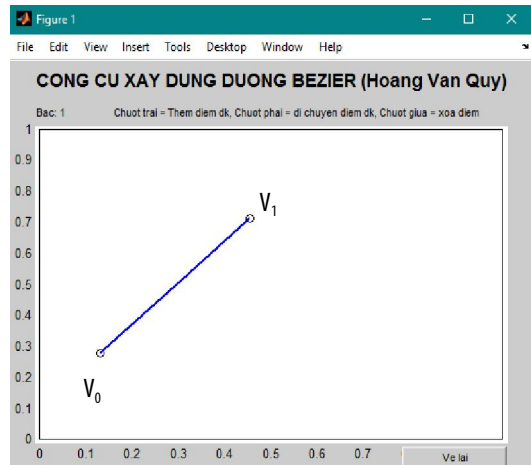
Đường Bezier bậc 1 tạo bởi 2 điểm điều khiển  $V_0$  và  $V_1$ . Đây là một đường thẳng. Trên công cụ hiển thị đường thẳng có điểm đầu là  $V_0$  và điểm cuối  $V_1$  (hình 10).



Hình 10. Xây dựng đường Bezier bậc 1

Xây dựng đường Bezier bậc 2:

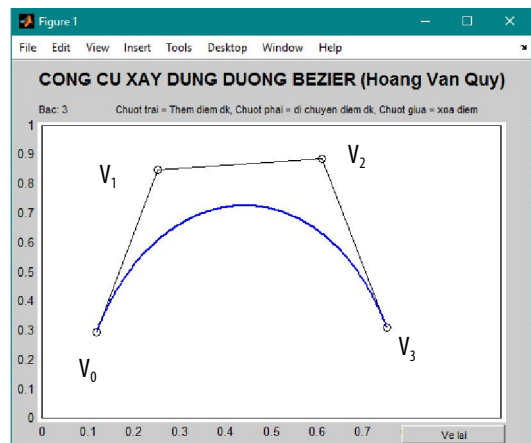
Đường Bezier bậc 2 được tạo bởi 3 điểm điều khiển  $V_0$ ,  $V_1$  và  $V_2$ . Đường Bezier bậc 2 là một đường cong tròn (hình 11).



Hình 11. Xây dựng đường cong bezier bậc 2

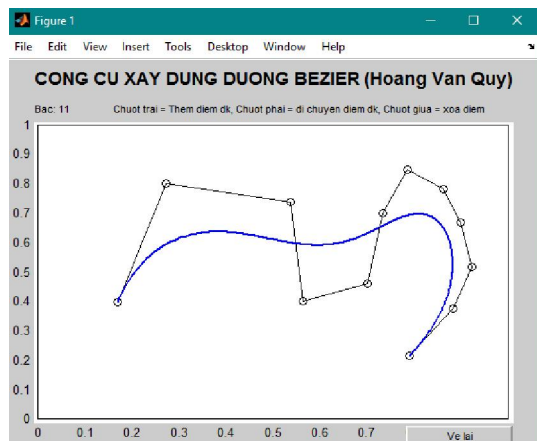
Xây dựng đường Bezier bậc 3:

Đường Bezier bậc 3 được tạo bởi 4 điểm điều khiển  $V_0$ ,  $V_1$ ,  $V_2$  và  $V_3$ . Đường Bezier bậc 3 là một đường cong tròn (hình 12).



Hình 12. Xây dựng đường Bezier bậc 3

Xây dựng đường Bezier với bậc cao:



Hình 13. Xây dựng đường cong Bezier bậc cao

Thử nghiệm xây dựng đường Bezier bậc cao (hình 13). Chương trình cũng thực hiện được hoàn toàn như thuật toán đã đưa ra, kết quả là đường cong trơn đúng như lý thuyết về đường Bezier.

Như vậy chương trình xây dựng đường cong Bezier các tác giả đã thực hiện cho phép xây dựng được đầy đủ các dạng đường Bezier với số bậc tùy ý.

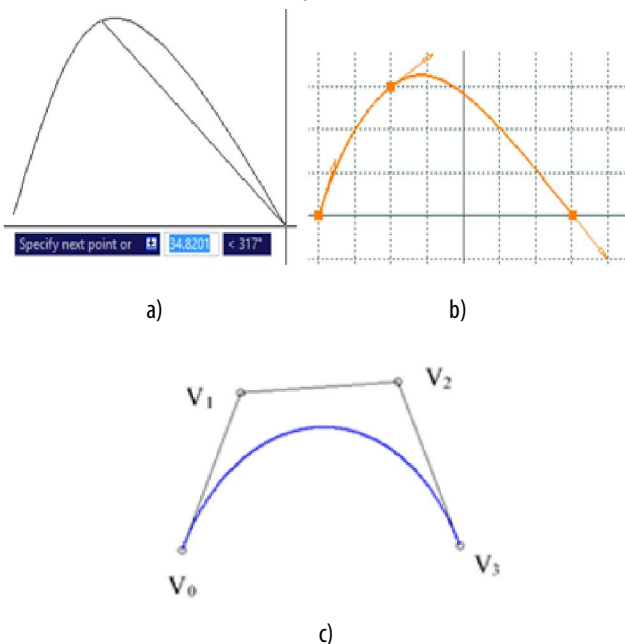
**So sánh thiết kế đường cong Bezier với hệ thống CAD, CAD/CAM thương mại**

*So sánh với Autocad Mechanical 2006:*

AutoCAD là một phần mềm nổi tiếng của hãng Autodesk với quá trình phát triển lâu đời. Các phiên bản của AutoCAD luôn là phần mềm thiết kế thông dụng nhất cho kỹ sư Cơ khí, Xây dựng, Điện... AutoCAD Mechanical là một bộ phần mềm chuyên dụng cho thiết kế cơ khí, mọi chức năng hoàn toàn như AutoCAD, ngoài ra còn có nhiều chức năng chuyên cho thiết kế cơ khí. Khi thiết kế đường cong Bezier bậc 3 trên AutoCAD Mechanical 2006 ta có kết quả như hình 14a.

*So sánh với Catia V5R19:*

Catia là một hệ thống CAD/CAM/CAE hoàn chỉnh của hãng Dassault Systemes. Hiện nay Catia đã có phiên bản P3V5 R22, ngoài ra còn có thêm các phiên bản theo năm, mới nhất là V6 2017. Catia hiện tại được nhiều công ty cơ khí nổi tiếng trên thế giới sử dụng phục vụ cho thiết kế và chế tạo các sản phẩm của mình. Trong ngành cơ khí Catia cũng được đánh giá rất cao được nhiều chuyên gia khuyên dùng. Khi thiết kế đường cong Bezier trong module Sketch của Catia V5R19 cho ta kết quả như hình 14b.



Hình 14. Kết quả thiết kế đường Bezier bậc 3 bằng các phần mềm: a- AutoCAD Mechanical 2006, b-CATIA V5R19, c- Công cụ xây dựng đường cong Bezier

Kết quả khi thiết kế đường Bezier trên công cụ do các tác giả xây dựng được thể hiện trên hình 14c.

Như vậy trên AutoCAD Mechanical 2006, đường cong Bezier chỉ hiển thị là kết quả cuối cùng. Trên CATIA V5R19 ngoài việc hiển thị kết quả đường cong cuối cùng thì còn hiển thị thêm vectơ thể hiện hướng của đường cong tại các điểm uốn. Kết quả hiển thị đường cong Bezier của các tác giả xây dựng thể hiện được đường cong, vị trí điểm điều khiển, qua vị trí các điểm điều khiển có thể thay đổi được dạng đường cong dựa vào việc hiệu chỉnh các điểm điều khiển một cách dễ dàng.

**3. KẾT LUẬN**

Các nghiên cứu lý thuyết thường chỉ đưa ra những biểu thức toán học biểu diễn các đường cong Bezier còn trong các phần mềm CAD/CAM việc ứng dụng các phần mềm này cho thiết kế các đường cong tự do lại không rõ ràng. Các hệ thống CAD/CAM thương mại thường coi các đường cong tự do được tạo dưới dạng module và không thể hiện mã nguồn. Việc hiệu chỉnh như thêm điểm hoặc giảm điều khiển để thay đổi hình dạng đường cong không trực quan đối với người sử dụng.

Bằng việc ứng dụng thuật toán DeCasteljau và Matlab trong nghiên cứu về đường cong Bezier các tác giả đã xây dựng thành công một công cụ hoàn chỉnh để thiết kế đường cong Bezier. Công cụ thiết kế và hiệu chỉnh đường cong Bezier này sẽ giúp các nhà nghiên cứu, người sử dụng hiểu một cách trực quan việc hình thành nên đường cong Bezier. Đây là tiền đề để hiểu rõ và làm chủ việc hình thành các mặt cong tự do được sử dụng trong các hệ thống CAD/CAM thương mại.

Kết quả của nghiên cứu cũng là cơ sở để các tác giả tiếp tục nghiên cứu và xây dựng công cụ chuyển đổi giữa các mặt cơ bản sang dạng mặt NURBS làm cơ sở cho nghiên cứu nhận dạng các vùng bề mặt NURBS trong thiết kế các sản phẩm thực tế.

**TÀI LIỆU THAM KHẢO**

[1]. Bàn Tiến Long, Bùi Ngọc Tuyền, 2013. *Lý thuyết tạo hình bề mặt và ứng dụng trong kỹ thuật cơ khí*. NXB GDVN, Hà Nội.  
 [2]. Les Piegl, Wayne Tiller, 1998. *The NURBS Book*. Springer.  
 [3]. Stephen P. Radzevich, 2008. *Kinematic Geometry of Surface Machining*. CRC Press Taylor & Francis Group.  
 [4]. Byoung K. Choi, 1991. *Surface Modeling for CAD/CAM*. Elsevier Amsterdam-Oxford-New York-Tokyo  
 [5]. Michael S. Floater. *Bezier Curves and Surfaces*. Department of Mathematics University of Oslo, Norway.  
 [6]. He-Jin Gu, Jun-Hai Yong, Jean-Claude Paul, Fuhua (Frank) Cheng. *Constructing G<sup>1</sup> quadratic Bezier curves with arbitrary endpoint tangent vectors*.  
 [7]. M. Randrianarivony, G. Brunnett, 2002. *Approximation by NURBS curves with free knots*. Erlegen, Germany, November 20-22.